

Спектры связанных магнитоупругих волн и особенности фазовых переходов в легкоплоскостных ферромагнетиках при наличии механических граничных условий

Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, О. В. Кожемяко, Б. Л. Эйнгорн

*Симферопольский государственный университет им. М. В. Фрунзе,
Украина, 333036, г. Симферополь, ул. Ялтинская, 4
E-mail: man@expl.cris.crimea.ua*

Статья поступила в редакцию 26 февраля 1997 г., после переработки 22 октября 1997 г.

Исследованы возможные типы фазовых переходов, а также спектры связанных магнитоупругих волн в легкоплоскостном ферромагнетике с жестко закрепленной гранью. Показано, что наличие таких механических граничных условий приводит к смене типа фазового перехода. При этом динамические свойства системы становятся наиболее интересными в точке абсолютной неустойчивости системы, а не в точке фазового перехода.

Досліджено можливі типи фазових переходів, а також спектри зв'язаних магнітопружних хвиль в легкоплоскостному ферромагнетикі з жорстко закріпленою гранню. Показано, що наявність таких механічних межових умов приводить до зміни типу фазового переходу. При цьому динамічні властивості системи стають найбільш цікавими в точці абсолютної нестійкості системи, а не в точці фазового переходу.

PACS: 75.10.-b, 75.30.Kz

Введение

Экспериментальные исследования магнитоупругих (МУ) свойств так или иначе связаны с некоторыми способами крепления образца в установке, что накладывает вполне определенные механические граничные условия. Последние определяют структуру спонтанных деформаций магнитоупорядоченного кристалла.

Величина и структура спонтанных деформаций влияет как на термодинамические, так и на кинетические характеристики магнетика.

На важность проблемы учета механических граничных условий обращали внимание ряд авторов (см., например, [1,2]), однако к настоящему времени этот вопрос изучен явно недостаточно.

В настоящей работе изучено влияние механических граничных условий для ситуации, в которой это влияние проявляется наиболее отчетливо [3,4]. Изучены спектры МУ волн вблизи спин-переориентационного фазового перехода для легкоплоскостного ферромагнетика в

магнитном поле перпендикулярном легкой плоскости.

Свободная энергия легкоплоскостного ферромагнетика при наличии механических граничных условий

Рассмотрим самую простую ситуацию, в которой исследуемые эффекты проявляются наиболее отчетливо, т.е. область низких температур ($T \ll T_C$, T_C — температура Кюри). Не теряя общности, для простоты вычислений будем считать спин магнитного иона $S = 1$.

В качестве модельной системы рассмотрим легкоплоскостной ферромагнетик (XOY — базисная плоскость), помещенный в однородное магнитное поле H , параллельное оси OZ .

Гамильтониан такой системы в рамках вращательно-инвариантной теории МУ взаимодействия [3] можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -H \sum_n S_n^z + \frac{\beta}{2} \sum_n (R_{zi}^{-1} S_n^i)^2 - \frac{1}{2} \sum_{n,n'} I(n-n') \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + \\ & + v \sum_n (R_{if}^{-1} S_n^f) (R_{jg}^{-1} S_n^g) \epsilon_{ij}(n) + \int dr \left\{ \frac{\lambda + \eta}{2} (\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{yy}^2 + \epsilon_{zz}^2) + \right. \\ & \left. + 2\eta (\epsilon_{xy}^2 + \epsilon_{xz}^2 + \epsilon_{yz}^2) + \lambda (\epsilon_{xx} \epsilon_{yy} + \epsilon_{xx} \epsilon_{zz} + \epsilon_{yy} \epsilon_{zz}) \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) приняты следующие обозначения: $I(n-n')$ – обменный интеграл; $\beta > 0$ – константа анизотропии; v – константа МУ связи; S_n^i – спиновый оператор в узле n ; λ, η – упругие модули кристалла; R – оператор локальных поворотов, который можно представить в виде $R_{ij} = (\partial x_i / \partial \xi_k) (I + \epsilon)_{kj}^{-1/2}$, где I – единичный оператор, $\epsilon_{ij} = u_{ij} + 1/2 (u_{ik} - \omega_{ik})(u_{kj} + \omega_{kj})$ – тензор конечных деформаций, а $u_{ij} = 1/2 (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ и $\omega_{ij} = 1/2 (\partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i)$ – симметричная и антисимметричная части тензора дисторсии $\partial u_i / \partial x_j$ соответственно. Первые три слагаемые в (1) описывают магнитную подсистему, четвертое – магнитоупругую, а пятое – упругую связь. Предположим далее, что исследуемый образец жестко закреплен в плоскости ZOX (см. рис. 1), что соответствует следующим механическим граничным условиям:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} = \epsilon_{zz} = \epsilon_{xz} = \epsilon_{yx} = 0; \\ \epsilon_{yz} = u_{yz} = -\omega_{yz}; \\ \epsilon_{yy} = u_{yy} + \frac{1}{2} u_{yy}^2 + 2u_{yz}^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Д

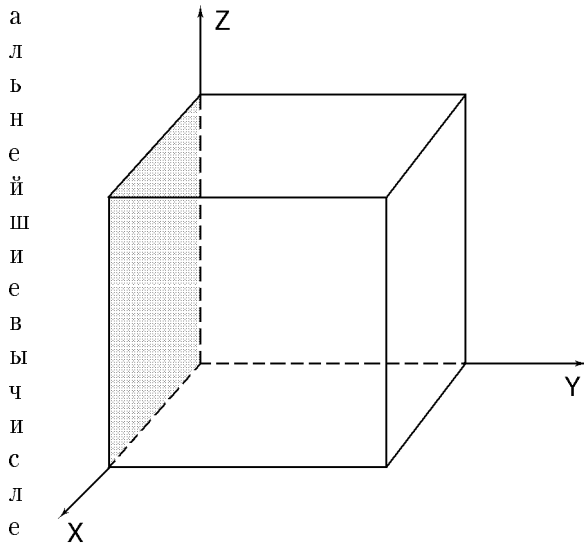


Рис. 1. Способ крепления образца.

я будем проводить в рамках формализма операторов Хаббарда [5,6]. В терминах хаббардовских операторов удается точно учесть энергию одноионной анизотропии и энергию МУ связи.

Хаббардовские операторы строятся в базисе волновых функций, являющихся решением одноионной задачи:

$$\mathcal{H}_0(n) \psi_n(M) = E_M \psi_n(M) \quad (3)$$

и имеют вид $X_n^{MM'} \equiv |\psi_n(M')\rangle \langle \psi_n(M)|$. Эти операторы описывают переход магнитного иона из состояния M в состояние M' ($M = -1, 0, 1$).

Одноионный гамильтониан $\mathcal{H}_0(n)$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0(n) = & -(H \cos \theta + I_0 \langle S \rangle) S_n^z - \frac{i}{2} H (S_n^+ - S_n^-) \sin \theta + \\ & + \frac{\beta}{2} (S_n^z)^2 \cos^2 \theta - \frac{\beta}{8} [(S_n^+)^2 + (S_n^-)^2 - S_n^+ S_n^- - S_n^- S_n^+] \sin^2 \theta + \\ & + i \frac{\beta}{8} [S_n^+ S_n^z + S_n^z S_n^+ - S_n^z S_n^- - S_n^- S_n^z] \sin 2\theta, \end{aligned}$$

где I_0 – нулевая фурье-компонента обменного интеграла; θ – угол между направлениями магнитного поля и магнитного момента.

Этот угол может быть отличным от нуля по двум причинам (см. рис. 2). Во-первых, сдвиговые деформации отклоняют ось анизотропии от направления, существующего в недеформированном кристалле. Во-вторых, при уменьшении магнитного поля магнитный момент отклоняется от направления H в сторону легкой плоскости. Появление отличного от нуля θ в стандартной теории спин-переориентационных фазовых переходов трактуется как фазовый

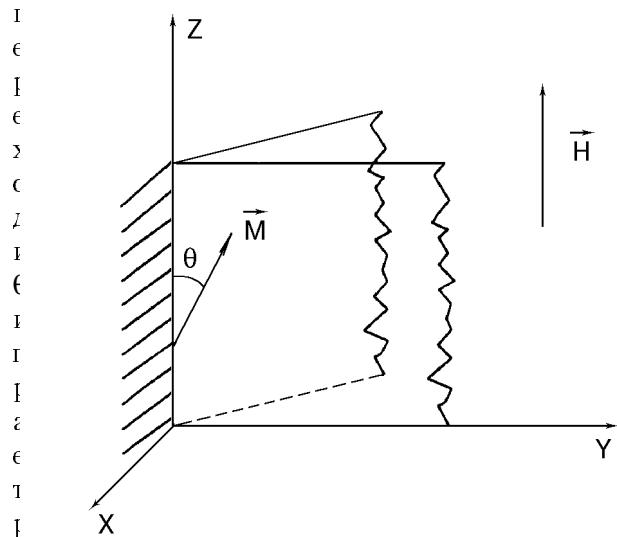


Рис. 2. Ориентация магнитного момента как функция деплантных деформаций кристалла и магнитного поля.

ь параметра порядка.

Далее будем считать, что $\theta \ll 1$, т.е. мы находимся вблизи точки перехода угловая ($\theta \neq 0$) – ферромагнитная (ФМ) ($\theta = 0$) фаза.

Решение уравнения (3) приводит к следующим результатам. Энергетические уровни магнитного иона определяются с точностью до θ^4 , однако в связи с громоздкостью этих выражений приведем ответы с точностью до θ^2 :

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{\beta}{2} - \bar{H} + \frac{I_0 \langle S \rangle}{2} \frac{\beta/2 - H}{\beta/2 - \bar{H}} \theta^2; \\ E_0 &= \frac{\beta}{2} \frac{I_0^2 \langle S \rangle^2}{H^2 - \beta^2/4} \theta^2; \\ E_{-1} &= \frac{\beta}{2} + \bar{H} - \frac{I_0 \langle S \rangle}{2} \frac{\beta/2 + H}{\beta/2 + \bar{H}} \theta^2, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\bar{H} = H + I_0 \langle S \rangle$. Перепишем модифицированную одноионную задачу с учетом вклада спонтанных деформаций в одноионный гамильтониан следующим образом:

$$\tilde{\mathcal{H}}_0(n) \tilde{\psi}_n(M) = \tilde{E}_M \tilde{\psi}_n(M), \quad (5)$$

где $\tilde{\mathcal{H}}_0(n) = \mathcal{H}_0(n) + \mathcal{H}_{\text{me}}(n) + \mathcal{H}_{\text{ame}}(n)$, $\mathcal{H}_{\text{me}}(n)$ – четвертое слагаемое в гамильтониане (1), а $\mathcal{H}_{\text{ame}}(n) = \frac{1}{2} \beta (R_{zi}^{-1} S_n^i)^2 - \frac{1}{2} \beta (S_n^z)^2$. Последнее слагаемое описывает отклонение оси анизотропии от направления, существующего в недеформированном кристалле.

Окончательно для уровней энергии магнитного иона с учетом спонтанных деформаций получены следующие результаты:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1 &= \frac{\beta}{2} - \bar{H} + \frac{1}{2} \left(\nu u_{yy}^{(0)} + \beta u_{yz}^{(0)2} + \frac{H \beta/2}{\beta/2 - \bar{H}} u_{yz}^{(0)2} \right) + \\ &+ \varepsilon_1^{(1)} + \varepsilon_2^{(1)} + \varepsilon_3^{(1)} + \varepsilon_4^{(1)}; \\ \tilde{E}_0 &= \nu u_{yy}^{(0)} - \frac{\bar{H}^2 \beta/2}{\beta^2/4 - \bar{H}^2} u_{yz}^{(0)2} + \varepsilon_1^{(0)} + \varepsilon_2^{(0)} + \varepsilon_3^{(0)} + \varepsilon_4^{(0)}; \\ \tilde{E}_{-1} &= \frac{\beta}{2} + \bar{H} + \frac{1}{2} \left(\nu u_{yy}^{(0)} + \beta u_{yz}^{(0)2} + \frac{H \beta/2}{\beta/2 + \bar{H}} u_{yz}^{(0)2} \right) + \\ &+ \varepsilon_1^{(-1)} + \varepsilon_2^{(-1)} + \varepsilon_3^{(-1)} + \varepsilon_4^{(-1)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $u_{ij}^{(0)}$ – спонтанные деформации; $\varepsilon_i^{(M)}$ – поправки к энергетическим уровням по степеням угла θ .

Эти величины имеют громоздкий вид, поэтому в качестве примера приведем лишь некоторые из них, причем уровни, определяемые выражениями (4), входят в них как аддитивные слагаемые:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{(1)} &= \theta \frac{I_0 \langle S \rangle}{\bar{H} - \beta/2} u_{yz}^{(0)} \left\{ \nu - \frac{\beta}{2} + \frac{\beta}{4} (u_{yz}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) \right\}; \\ \varepsilon_2^{(1)} &= \theta^2 \left\{ \frac{(H - \beta/2) I_0 \langle S \rangle - H \beta/2}{2\bar{H} - \beta} - \frac{\beta}{4} u_{yz}^{(0)2} \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Поскольку мы исследуем низкотемпературный предел, ограничимся учетом лишь нижайшего энергетического уровня. Как видно из (6), нижайшим уровнем в данном случае будет \tilde{E}_1 . Дальнейшие вычисления проведем в приближении $I_0 \langle S \rangle, \eta \gg \beta, \nu, H$.

Спонтанные деформации и угол отклонения намагниченности от направления магнитного поля определим из условия минимума плотности свободной энергии

$$F = F_{\text{el}} - T \ln Z, \quad (8)$$

где

$$F_{\text{el}} = \frac{\lambda + \eta}{2} \varepsilon_{yy}^{(0)2} + 2\eta \varepsilon_{yz}^{(0)2}$$

– плотность упругой энергии;

$$Z = \sum_M \exp(-\tilde{E}_M / T)$$

– статистическая сумма. Поскольку \tilde{E}_1 – нижайший энергетический уровень, $Z \approx \exp(-\tilde{E}_1 / T)$, а (8) принимает вид

$$F = \frac{\lambda + \eta}{2} \varepsilon_{yy}^{(0)2} + 2\eta \varepsilon_{yz}^{(0)2} + \tilde{E}_1. \quad (9)$$

Подставляя (6) в (9) и минимизируя последнее выражение по $u_{yy}^{(0)}$ и $u_{yz}^{(0)}$, получаем систему уравнений относительно спонтанных деформаций. Решения этих уравнений следующие:

$$\begin{aligned} u_{yy}^{(0)} &= -\frac{\nu}{2\eta} - \theta^2 \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{16\eta^2} + \frac{\theta^3}{8} \frac{\beta^2(\beta/2 - \nu)}{16\eta^3} - \\ &- \frac{\theta^4}{4} \frac{\beta^2(\beta/2 - \nu)}{32\eta^3}; \end{aligned}$$

$$u_{yz}^{(0)} = \theta \frac{\beta/2 - \nu}{4\eta} - \theta^2 \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{32\eta^2} + \theta^3 \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{32\eta^2} - \frac{\theta^4}{4} \frac{\beta\nu^2(\beta/2 - \nu)}{32\eta^4}. \quad (10)$$

Подставляя явный вид спонтанных деформаций в (9), получаем плотность свободной энергии как функцию параметра порядка:

$$F = -\frac{\nu^2}{8\eta} + \frac{c}{2} \theta^2 + \frac{b}{3} \theta^3 + \frac{a}{2} \theta^4, \quad (11)$$

где

$$c = H - \frac{\beta}{2} + \frac{\beta/2 - \nu}{4\eta} \left\{ \nu - \frac{\beta}{2} - \frac{\nu\beta}{4\eta} + \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{8\eta} \right\},$$

$$b = \frac{3}{64} \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{\eta^2} \left\{ \frac{\beta}{2} - \nu + \frac{\nu\beta}{4\eta} - \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{4\eta} \right\},$$

$$a = \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{16\eta^2} \left\{ \nu - \frac{\beta}{2} - \frac{\nu\beta}{4\eta} + \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{4\eta} \right\} + \frac{\beta^2(\beta/2 - \nu)}{128\eta^3} \left\{ 3\nu - \beta + \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{8\eta} \right\} + \frac{\beta}{3}. \quad (12)$$

Как видно из (11), плотность свободной энергии отличается от стандартного вида наличием слагаемого, пропорционального θ^3 . Это слагаемое обусловлено учетом вращательной инвариантности, а также наличием недиагональных спонтанных деформаций, являющихся следствием изучаемых нами

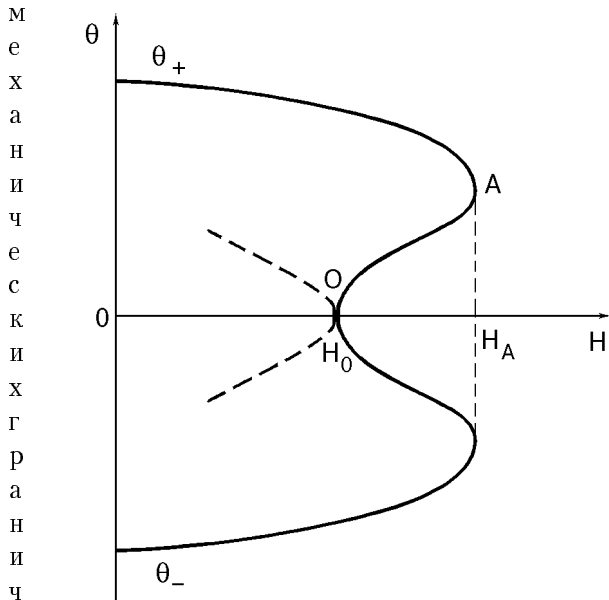


Рис. 3. Решения уравнения состояния. Штриховая линия – фазовый переход второго рода при $b = 0$.

условий. Если сравнить выражение (11) с соответствующим выражением для полностью свободного образца или образца, зажато со всех сторон [2], то легко заметить, что их принципиальное различие состоит в наличии этого слагаемого. Как показано в [10], наличие кубического слагаемого в разложении (11) делает фазовый переход переходом первого рода.

Минимизируя (11) по параметру порядка θ , получаем уравнение состояния системы $\theta(c + b\theta + a\theta^2) = 0$, которое имеет два ненулевых решения:

$$\theta_{\pm} = -\frac{b}{2a} \pm \left[\left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{c}{a} \right]^{1/2}. \quad (13)$$

Эти решения будут вещественны при положительном дискриминанте, т.е. при $c \leq b^2/4a$. Решения (13) как функции магнитного поля приведены на рис. 3. Неоднозначный характер параметра порядка θ в области полей между точками O и A отвечает неустойчивости состояний на участках кривой $\theta(H)$ типа OA . При

$$c > c_A = b^2/4a \quad (14)$$

невозможно ненулевое значение параметра порядка, следовательно, поле H_A (определяемое из (14)) определяет границу абсолютной неустойчивости неупорядоченной фазы. С другой стороны, поле H_0 (определяемое из условия $c = 0$) отвечает границе абсолютной неустойчивости упорядоченной фазы.

Легко видеть, что поля H_A и H_0 связаны простым соотношением

$$H_A - H_0 = b^2/4a; \quad \theta_A = -b/2a, \quad (15)$$

где

$$H_0 = \frac{\beta}{2} - \frac{\beta/2 - \nu}{4\eta} \left\{ \nu - \frac{\beta}{2} - \frac{\nu\beta}{4\eta} + \frac{\beta(\beta/2 - \nu)}{8\eta} \right\},$$

а величины a и b определены в (12).

Отметим, что H_0 соответствует полю фазового перехода второго рода при отсутствии кубического слагаемого в разложении (11).

Фазовый же переход происходит при $H_0 < H_C < H_A$. Значение этого поля и соответствующее ему значение параметра порядка θ_C определяются из совместного решения уравнения состояния и равенства свободных энергий в упорядоченной и неупорядоченной фазах:

$$\frac{c}{2} \theta^2 + \frac{b}{3} \theta^3 + \frac{a}{2} \theta^4 = 0.$$

Значение поля перехода и скачка параметра порядка в точке перехода определяются выражениями

$$H_C = H_0 + \frac{2b^2}{9a}; \quad \theta_C = -\frac{2b}{3a}. \quad (16)$$

Подставляя в (16) значения коэффициентов a и b , получаем оценку величины скачка параметра порядка $\theta_C \sim \beta^2/\eta^2$. Эта оценка показывает, что величина скачка мала при $\beta \ll \eta$, и, следовательно, ФП — переход первого рода, близкий ко второму.

Спектры магнитоупругих волн легкоплоскостного ферромагнетика при наличии механических граничных условий

Исследуем теперь спектры связанных МУ волн в окрестности ФП первого рода.

Хорошо известно, что спектры элементарных возбуждений системы определяются полюсами функции Грина [8]. Определим полную функцию Грина следующим образом:

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau, n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{Y}_n^{\alpha}(\tau) \tilde{Y}_{n'}^{-\alpha'}(\tau') \rangle,$$

где \hat{T} — оператор Вика; $\tilde{Y}_n^{\alpha}(\tau) = e^{\mathcal{H}\tau} Y_n^{\alpha} e^{-\mathcal{H}\tau}$ — оператор Хаббарда в гейзенберговском представлении, $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{tr}} + \mathcal{H}_{\text{int}}$. Гамильтониан \mathcal{H}_{int} — обменная часть гамильтониана (1), в представлении операторов Хаббарда имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{M, M' \\ n, n'}} I_{nn'}^{MM'} H_n^M H_{n'}^{M'} - \frac{1}{2} \sum_{\substack{M, \alpha \\ n, n'}} I_{nn'}^{M\alpha} H_n^M X_{n'}^{\alpha} -$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ n, n'}} I_{nn'}^{\alpha\beta} X_n^{\alpha} X_{n'}^{\beta};$$

$$I_{nn'}^{MM'} = I(n - n') \Gamma_{\parallel}(M) \Gamma_{\parallel}(M'); \\ I_{nn'}^{M\alpha} = I(n - n') \Gamma_{\parallel}(M) \gamma_{\parallel}(\alpha); \quad (17)$$

$$I_{nn'}^{\alpha\beta} = I(n - n') \times$$

$$\times \left\{ \gamma_{\parallel}(\alpha) \gamma_{\parallel}(-\beta) + \frac{1}{2} [\gamma_{\perp}(\alpha) \gamma_{\perp}^*(-\beta) + \gamma_{\perp}^*(-\alpha) \gamma_{\perp}(\beta)] \right\}.$$

Величины $\Gamma_{\parallel}(M)$ и $\gamma_{\parallel}(\alpha)$, $\gamma_{\perp}(\alpha)$ определяют связь спиновых операторов с операторами Хаббарда, имеющую в общем случае вид [5,6]

$$S^+ = \sum_{\alpha} \gamma_{\perp}(\alpha) X^{\alpha}; \quad S^- = (S^+)^+;$$

$$S^z = \sum_M \Gamma_{\parallel}(M) H^M + \sum_{\alpha} \gamma_{\parallel}(\alpha) X^{\alpha}.$$

В нашем случае величины $\Gamma_{\parallel}(M)$ и $\gamma_{\parallel}(\alpha)$, $\gamma_{\perp}(\alpha)$ (с точностью до линейных слагаемых по θ) имеют вид

$$\Gamma_{\parallel}(1) = 1, \quad \Gamma_{\parallel}(0) = 0, \quad \Gamma_{\parallel}(-1) = -1,$$

$$\gamma_{\parallel}(\alpha_1) = -\gamma_{\parallel}(\alpha_2) = i \frac{\theta}{\sqrt{2}} \frac{H - \beta/2}{H - \beta/2};$$

$$\gamma_{\parallel}(\alpha_3) = \gamma_{\parallel}(\alpha_4) = 0;$$

$$\gamma_{\parallel}(\alpha_6) = -\gamma_{\parallel}(\alpha_5) = i \frac{\theta}{\sqrt{2}} \frac{H + \beta/2}{H + \beta/2};$$

$$\gamma_{\perp}(\alpha_1) = \gamma_{\perp}(\alpha_4) = \gamma_{\perp}(\alpha_6) = 0;$$

$$\gamma_{\perp}(\alpha_2) = \gamma_{\perp}(\alpha_3) = \sqrt{2};$$

$$\gamma_{\perp}(\alpha_3) = -i\theta \frac{\beta I_0 \langle S \rangle}{H^2 - \beta^2/4}.$$

Величины α_i — корневые векторы, определяющие алгебру операторов Хаббарда. Эти векторы находятся из соотношений [5,9]

$$[H_n^M, X_n^{pg}] = \delta_{nn'} (\delta_{pM} - \delta_{Mq}) X_n^{pg} = \\ = \delta_{nn'} \alpha(p, q) X_n^{\alpha(p, q)}. \quad (18)$$

Дальнейшие вычисления проведем в приближении среднего поля, поэтому далее нам понадобится лишь «поперечная» часть гамильтониана (17), которая имеет вид [9]

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^{\perp} = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ n, n'}} \frac{I(n - n')}{2} A_i^{-\alpha} B_i^{\beta} X_n^{\alpha} X_{n'}^{\beta},$$

где

$$A_1^{\alpha} = \begin{pmatrix} 2\gamma_{\parallel}(\alpha) \\ \Gamma_{\parallel}(M) \end{pmatrix}; \quad A_2^{\alpha} = \begin{pmatrix} \gamma_{\perp}^*(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}; \quad A_3^{\alpha} = \begin{pmatrix} \gamma_{\perp}(-\alpha) \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$B_1^{\alpha} = \begin{pmatrix} \gamma_{\parallel}(\alpha) \\ \Gamma_{\parallel}(M) \end{pmatrix}; \quad B_2^{\alpha} = \begin{pmatrix} \gamma_{\perp}(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}; \quad B_3^{\alpha} = \begin{pmatrix} \gamma_{\perp}^*(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

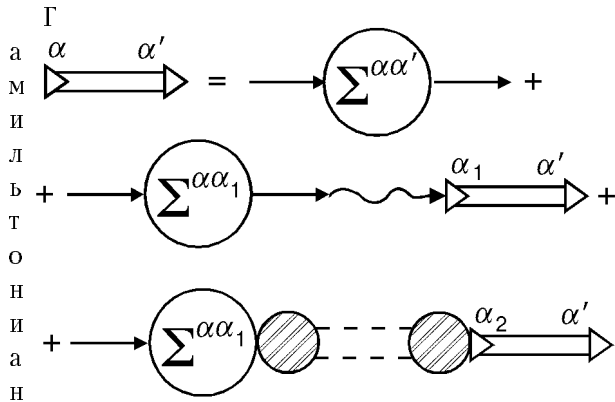


Рис. 4. Уравнение для функции Грина $G^{\alpha\alpha'}(k, \omega_n)$.

сформаций $\mathcal{H}_{\text{тр}}$, описывающий процессы превращения магнонов в фононы и обратно, можно представить следующим образом [6]:

$$\mathcal{H}_{\text{тр}} = \sum_n \left\{ \sum_M P_M H_n^M + \sum_{\alpha} P_{\alpha} X_n^{\alpha} \right\},$$

где

$$P_{M(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k, \lambda} (b_{k, \lambda} + b_{-k, \lambda}^+) T_n^{M(\alpha)}(k, \lambda).$$

Здесь N — число узлов в кристаллической решетке; $b_{-k, \lambda}^+$ ($b_{k, \lambda}$) — операторы рождения (уничтожения) фононов с поляризацией λ ; $T_n^{M(\alpha)}(k, \lambda)$ — амплитуды трансформаций.

Дальнейшие вычисления будем проводить, предполагая, что волновой вектор распространения фонона направлен вдоль оси OX ($\mathbf{k} \parallel OX$). В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации фононов являются e_{τ}^y , e_{τ}^x , e_{τ}^z .

Уравнение для функции Грина $G^{\alpha\alpha'}(k, \omega_n)$, приведенное на рис. 4, аналогично уравнению Ларкина [8]. Сплошная линия соответствует $G^{\alpha\alpha'}(k, \omega_n)$; $\Sigma^{\alpha\alpha'}(k, \omega_n)$ — неприводимая по Ларкину часть; заштрихованный кружок отвечает амплитуде трансформаций, а двойная пунктирная

линия — функция Грина свободного λ -поляризованного фонона с законом дисперсии $\omega_{\lambda}(k) = c_{\lambda} k$ (c_{λ} — скорость звука):

$$D_{\lambda}(k, \omega_n) = 2\omega_{\lambda}(k) / [\omega_n^2 - \omega_{\lambda}^2(k)].$$

Эти довольно сложные уравнения удается решить благодаря расщепленной зависимости от корневого вектора α . В рассматриваемой нами геометрии дисперсионное уравнение распадается на три:

$$\omega_1(k) = \omega_l(k); \quad \omega_2(k) = \omega_{\tau}(k); \quad (19)$$

$$\det \left\| \delta_{ij} + \frac{I(k)}{2} G_0^{\alpha}(\omega_n) b(\alpha) B_j^{\alpha} A_i^{\alpha} + K_i(k, \omega_n) B_j^{\alpha} A_i^{\beta} \right\| = 0.$$

Из (19) видно, что продольно поляризованная (l) и одна поперечно поляризованная (τ) звуковые моды не взаимодействуют с магнитной подсистемой, и их закон дисперсии имеет обычный вид.

Последнее уравнение в (19) определяет закон дисперсии связанных МУ волн, которые возникают из-за взаимодействия магнонов с t -поляризованными фононами. В приближении среднего поля неприводимая по Ларкину часть имеет вид

$$\Sigma^{\alpha\alpha'}(k, \omega_n) = \delta_{\alpha\alpha'} b(\alpha) G_0^{\alpha}(\omega_n),$$

где $b(\alpha) = \langle \alpha H \rangle$; $G_0^{\alpha}(\omega_n) = [i\omega_n + (\alpha \tilde{\mathbf{E}})]^{-1}$ — нулевая функция Грина.

С учетом этого, а также явного вида для $K_t(k, \omega_n)$

$$K_t(k, \omega_n) = \frac{D_t(k, \omega_n)}{1 - Q_{tt} D_t(k, \omega_n)} T^{-\alpha}(k, t) G_0^{\alpha}(\omega_n) b(\alpha) \times \\ \times T^{\beta}(-k, t) G_0^{\beta}(\omega_n) b(\beta),$$

где $Q_{tt} = T^{\alpha}(-k, t) G_0^{\alpha}(\omega_n) b(\alpha) T^{-\alpha}(k, t)$, дисперсионное уравнение примет вид

$$1 + \frac{I(k)}{\tilde{E}_{10}} + \frac{\omega_t^2(k) A_0}{2\eta \tilde{E}_{10}} \frac{I(k)}{\omega^2 - \omega_t^2(k)} \left[1 + \frac{A_0^2 + 2A_0 A \theta^2}{2\eta \tilde{E}_{10}} - \frac{B^2 \theta^2}{\eta \tilde{E}_{1-1}} \right] + \frac{\omega_t^2(k) A_0 A \theta^2}{\eta \tilde{E}_{10}} \frac{I(k)}{\omega^2 - \omega_t^2(k)} \left[1 + \frac{A_0^2 + 2A_0 A \theta^2}{2\eta \tilde{E}_{10}} - \frac{B^2 \theta^2}{\eta \tilde{E}_{1-1}} \right] - \\ - \theta^2 \frac{I^2(k)}{\tilde{E}_{10}^2} \left(\frac{H - \beta/2}{H - \beta/2} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{\tilde{E}_{10}}{I(k) + \tilde{E}_{10}} \frac{\omega_t^2(k) A_0^2}{2\eta \tilde{E}_{10}} \frac{I(k)}{\omega^2 - \omega_t^2(k)} \left[1 + \frac{A_0^2 + 2A_0 A \theta^2}{2\eta \tilde{E}_{10}} - \frac{B^2 \theta^2}{\eta \tilde{E}_{1-1}} \right] \right\} = 0. \quad (20)$$

При получении уравнения (20) предполагалось, что величина МУ щели много меньше нижайшего энергетического уровня, т.е.

$$\omega \ll \tilde{E}_{ij} \quad (\tilde{E}_{ij} = \tilde{E}_i - \tilde{E}_j; \quad i, j = 1, 0, -1).$$

Кроме того, введены следующие обозначения:

$$A_0 = v - \beta/2;$$

$$A = -(v - \beta/2) \left\{ \frac{\overline{H} I_0^2 \langle S \rangle^2 + \frac{\beta}{4} (H + \overline{H})^2}{2\overline{H}(\overline{H} + \beta/2)^2} + \frac{I_0^2 \langle S \rangle^2}{4\eta(\overline{H} - \beta/2)} \frac{\beta/2 - v}{\eta(\overline{H} - \beta/2)} \left[\frac{\beta}{\overline{H} + \beta/2} + v \left(1 + \frac{v}{4\eta} \right) \right] \right\};$$

$$B = (v - \beta/2) \left\{ \frac{\overline{H}H - \overline{H}^2}{\overline{H}^2 - \beta^2/4} - \frac{\beta}{4\eta} \frac{I_0 \langle S \rangle}{\overline{H} - \beta/2} \right\}.$$

Решение уравнения (20) (с точностью до θ^2) имеет следующий вид:

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \left\{ \alpha k^2 + H - \frac{\beta}{2} - \frac{v^2}{4\eta} - \frac{A_0^2}{2\eta} - \frac{A_0 A \tilde{E}_{1-1} - B^2(\tilde{E}_{10} + I_0)}{\eta \tilde{E}_{1-1}} \theta^2 + \left(\frac{H - \beta/2}{\overline{H} - \beta/2} \right)^2 \frac{I_0^2}{\tilde{E}_{10}} \left(1 + \frac{A_0^2}{2\eta(\tilde{E}_{10} + I_0)} \right) \theta^2 \right\} \times$$

$$\times \left\{ \alpha k^2 + H - \frac{\beta}{2} - \frac{v^2}{4\eta} + \left(\frac{H - \beta/2}{\overline{H} - \beta/2} \right)^2 \frac{I_0^2}{\tilde{E}_{10}} \theta^2 \right\}^{-1},$$

где $\alpha = I_0 R_0^2$, R_0 — радиус взаимодействия.

Исследуем решение дисперсионного уравнения в двух случаях:

1) в точке ФП первого рода (при $H = H_C$);

2) в точке абсолютной неустойчивости неупорядоченной фазы (при $H = H_A$).

В точке ФП первого рода, как следует из решения дисперсионного уравнения, спектр квазифононов остается линейным: $\omega^2 \approx \omega_t^2(k) \times (1 - o(v^2/\eta))$, а в спектре квазимагнонов имеется энергетическая щель, обусловленная МУ взаимодействием: $\epsilon(k) = \alpha k^2 + \frac{1}{2} \theta^2$. Такое поведение спектров МУ волн показывает, что в точке ФП первого рода ($H = H_C$) отсутствует мягкая мода.

Иная ситуация реализуется в точке абсолютной неустойчивости неупорядоченной фазы (при $H = H_A$). При этих полях в длинноволновом пределе

$$\left(\alpha k^2 \ll a\theta_A^2 + \frac{\beta/2 - v}{4\eta} \left(\frac{\beta}{2} - v + \frac{v\beta}{4\eta} - \frac{\beta(\beta/2 - v)}{8\eta} \right) \right)$$

в спектре квазимагнонов имеется МУ щель $\epsilon(k) = \alpha k^2 + d_0$, где

$$d_0 = a\theta_A^2 + \frac{\beta/2 - v}{4\eta} \left(\frac{\beta}{2} - v + \frac{v\beta}{4\eta} - \frac{\beta(\beta/2 - v)}{8\eta} \right),$$

а спектр квазифононов имеет вид $\omega^2 = \omega_t^2(k) \times (\alpha k^2 + H - H_A)(\alpha k^2 + H - H_A + d_0)^{-1}$ и в точке абсолютной неустойчивости неупорядоченной фазы (в длинноволновом пределе) размягчается: $\omega^2 = \omega_t^2(k) \alpha k^2 / d_0$.

Заключение

Наличие механических граничных условий оказывает существенное влияние как на критическое поведение системы, так и на ее динамические свойства.

Прежде всего это влияние сказывается на изменении функциональной зависимости плотности свободной энергии от параметра порядка θ . Появление кубического слагаемого приводит к тому, что фазовый переход становится переходом первого рода.

Как и следовало ожидать, в точке ФП первого рода отсутствует мягкая мода элементарных возмущений. Размягчение квазифононной моды происходит в точке абсолютной неустойчивости неупорядоченной фазы.

В заключение авторы хотели бы выразить благодарность Н. М. Лавриненко за полезные критические замечания и плодотворную дискуссию.

1. В. Г. Барьяхтар, И. М. Витебский, Н. М. Лавриненко, В. Л. Соболев, *ЖЭТФ* **90**, 1111 (1986).
2. И. М. Витебский, Н. М. Лавриненко, А. Н. Майорова, Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, *Препринт ИМК 93-8*, Харьков (1993).
3. В. Г. Барьяхтар, Е. А. Туров, в сб.: *Электронная структура и электронные свойства металлов и сплавов*, Наукова думка, Киев (1988), с. 39.
4. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
5. Р. О. Зайцев, *ЖЭТФ* **63**, 207 (1975).
6. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, *ТМФ* **81**, 263 (1989).
7. А. Э. Паташинский, В. Л. Покровский, *Флуктуационная теория фазовых переходов*, Наука, Москва (1982).
8. Ю. А. Изюмов, Ф. А. Кассан-Оглы, Ю. Н. Скрябин, *Полевые методы в теории ферромагнетизма*, Наука, Москва (1974).
9. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, С. Г. Овчинников, *ЖЭТФ* **88**, 550 (1985).
10. Ю. А. Изюмов, В. Н. Сыромятников, *Фазовые переходы и симметрия кристаллов*, Наука, Москва (1984).
11. И. Е. Дикштейн, Е. А. Туров, В. Г. Шавров, в сб.: *Динамические и кинетические свойства магнетиков*, Наука, Москва (1986), с. 69.

Spectra of bound magnetoelastic waves and peculiarities of phase transitions in easy-plane ferromagnets with mechanical boundary conditions

Yu. N. Mitsai, Yu. A. Fridman,
O. V. Kozhemyako, and B. L. Eingorn

We study some possible types of phase transitions as well as spectra of bound magnetoelastic waves in an easy-plane ferromagnet with a rigidly fixed face. It is demonstrated that the presence of such mechanical boundary conditions results in transition type changing. In this case the dynamical properties of the system are of primary interest at the point of its nonequilibrium rather than at the point of a phase transition.