

## Низкотемпературное электросопротивление зинеровских ферромагнетиков

В. Н. Криворучко, А. М. Яковенко

*Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины,  
Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72*

Статья поступила в редакцию 4 ноября 1997 г.

Исследовано низкотемпературное электросопротивление зинеровских ферромагнетиков  $\rho(T)$ , обусловленное взаимодействием проводящей и магнитной подсистем. Эффективный гамильтониан получен с использованием для операторов Хаббарда представления через локализованные псевдоспины и бесспиновые фермионы. Рассмотрен вклад в  $\rho(T)$  процессов рассеяния носителей заряда на спиновых волнах и магнитных неоднородностях. Последние моделировались векторным полем со случайной ориентацией направления и положения рассеивающего центра. Найденная зависимость  $\rho(T) = \rho_0 + \rho_1 T^{3/2} + \rho_2 T^{5/2}$  сравнивается с существующими экспериментальными и теоретическими результатами.

Досліджено низькотемпературний електроопір зінєрівських феромагнетиків  $\rho(T)$ , зумовлений взаємодією провідної та магнітної підсистем. Ефективний гамільтоніан отримано з використанням для операторів Хаббарда зображення через локалізовані псевдоспи́ни та безспинові ферміони. Розглянуто внесок в  $\rho(T)$  процесів розсіювання носіїв заряду на спинових хвилях та магнітних неоднорідностях. Останні моделювалися векторним полем з випадковою орієнтацією напрямку та положення центру розсіювання. Знайдена залежність  $\rho(T) = \rho_0 + \rho_1 T^{3/2} + \rho_2 T^{5/2}$  порівнюється з існуючими експериментальними і теоретичними результатами.

PACS: 72.15.Gd, 75.50.Cc, 75.30.Kz

### Введение

Для объяснения ферромагнетизма соединений со структурой перовскита, в которых в эквивалентных позициях кристаллической решетки находятся ионы одного и того же элемента, но с разной валентностью, Зинер [1] ввел в рассмотрение так называемый механизм «двойного обмена». Кубо и Охата [2], исследуя электросопротивление зинеровского ферромагнетика, для области низких температур  $T \ll T_C$  ( $T_C$  — температура Кюри) получили зависимость  $\rho(T) \sim T^{9/2}$ . Перовскитовые манганиты считаются типичными представителями систем с «двойным обменом» ([3], см. также [4]). Однако, несмотря на разнообразие исследованных к настоящему времени систем, ни в одной из них наблюдаемое температурное изменение сопротивления не описывается степенью  $9/2$ . Так, для пленок  $\text{La}_{2/3}\text{Ba}_{1/3}\text{MnO}_3$  получена зависимость вида  $\rho(T) = A_0 - B_0 T + C_0 T^2$  [5]. Исследованное в работе [6]

низкотемпературное поведение  $\rho(T)$  для  $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$  ( $x = 0,20; 0,33; 0,45$ ) хорошо аппроксимируется зависимостью  $\rho(T) = \rho_0 + \rho_1 T^{5/2}$ . Сопротивление монокристаллов  $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$  с  $x = 0,2; 0,3; 0,4$  в области  $T < 200$  К авторы [7] описали функцией  $\rho(T) = \rho_0 + \rho_1 T^2$ . Детальные исследования транспортных и магнитных свойств объемных образцов и тонких эпитаксиальных пленок  $\text{La}_{0,67}\text{Ca}_{0,33}\text{MnO}_3$  и  $\text{La}_{0,67}\text{Sr}_{0,33}\text{MnO}_3$  были выполнены недавно в работе [8]. Наблюдаемое поведение низкотемпературного электросопротивления этих систем хорошо отвечает зависимости  $\rho(T) = \rho_0 + \rho_2 T^2$ . Полином вида  $\rho_0 + \rho_2 T^2 + \rho_n T^n$  с  $n$  в интервале  $4 < n < 5$  позволял описать экспериментальную кривую  $\rho(T)$  вплоть до температуры Кюри.

Разброс экспериментальных соотношений для  $\rho(T)$  указывает на разнообразие упругих и неупругих механизмов рассеяния носителей заряда, вклад каждого из которых можно заметно

как усилить, так и ослабить варьированием технологии изготовления образцов. Однако необычным, на наш взгляд, является то обстоятельство, что эмпирические соотношения для  $\rho(T)$  [5–8] довольно существенно отличаются от теоретического результата [2]. Поскольку представление о «двойном обмене» между ионами  $Mn^{3+}-Mn^{4+}$  для перовскитовых манганитов является в настоящее время достаточно обоснованным, причиной такого расхождения могут быть отличающиеся от рассмотренных в [2] механизмы формирования низкотемпературного электросопротивления манганитов либо неприменимость некоторых приближений, в рамках которых вычислялась зависимость  $\rho(T)$ . В этой связи нам кажется целесообразным вернуться к рассмотрению теории низкотемпературного электросопротивления манганитов.

В настоящей работе, используя слэив-фермионное представление для операторов Хаббарда, рассматриваются магнитные механизмы формирования низкотемпературного электросопротивления зинеровских ферромагнетиков. Для вкладов в  $\rho(T)$ , обусловленных процессами рассеяния носителей заряда на спиновых волнах, получена зависимость  $T^{5/2}$ ; при учете процессов рассеяния носителей заряда на магнитных неоднородностях в сопротивлении появляются слагаемые  $\sim T^{3/2}$ . Неоднородность магнитной структуры моделировалась классическим векторным полем со случайной ориентацией направления и положения рассеивающего центра. Найденная зависимость  $\rho(T)$  сравнивается с существующими экспериментальными и теоретическими результатами.

### 1. Эффективный гамильтониан электрона, движущегося в ферромагнитной матрице

Начнем с обсуждения идеальной ситуации — решетки без магнитных и кристаллических дефектов. Пусть имеется система спинов  $S$ , локализованных в узлах кристаллической решетки; по узлам решетки движутся электроны, число которых  $N_e$  меньше числа узлов  $N$ . В условиях когда кулоновское отталкивание электронов на одном узле велико, систему можно описать гамильтонианом вида

$$H = - \sum_{ij} t_{ij} (1 - n_{i\bar{\sigma}}) C_{i\sigma}^+ C_{j\sigma} (1 - n_{j\bar{\sigma}}) -$$

$$- K \sum_i S_i \sigma_i - \frac{1}{2} J \sum_{ij} S_i S_j, \quad (1)$$

$t_{ij}$  — кинетический член, относящийся к движению электронов между ближайшими соседями в решетке;  $K$  — внутриатомный обменный интеграл взаимодействия локального спина  $S_i$  и спина электрона  $\sigma_i$  на  $i$ -м узле (энергия связи Хунда);  $J$  — эффективное обменное взаимодействие локальных спинов решетки. Фактор  $(1 - n_{i\bar{\sigma}})$ , где  $\bar{\sigma} = -\sigma$ , описывает запрет для электрона со спином  $\sigma$  находиться в узле, где есть уже электрон с противоположным спином, тем самым учитывается условие движения электронов по незанятым узлам решетки. В (1)  $C_{i\sigma}^+$ ,  $C_{i\sigma}$  — ферми-операторы рождения и уничтожения электрона на узле  $i$  со спином  $\sigma$ ;  $\sigma_i = \frac{1}{2} \sum C_{i\sigma}^+ \tau_{\sigma\sigma'} C_{i\sigma'}$  ( $\tau$  — матрицы Паули);  $n_{i\sigma} = C_{i\sigma}^+ C_{i\sigma}$ . Будем предполагать, что исходный антиферромагнитный порядок матрицы подавлен «двойным обменом» и в системе реализована металлическая фаза с ферромагнитным упорядочением локализованных спинов. Ферромагнитным является и взаимодействие спина электрона с узельным спином. Для манганитов температура магнитного упорядочения  $JS^2 \approx 200$  К ( $\approx 0,02$  эВ); согласно оценкам [9,10], ширина зоны проводимости  $ta^2 \approx 1,0$  эВ и энергия взаимодействия между электроном и локализованным спином  $KS \approx 1,5$  эВ. Для упрощения, однако, рассмотрим более сильные соотношения между параметрами гамильтониана:  $KS \gg ta^2 \gg JS^2$ .

Из-за условия  $N > N_e$  и движения электронов спин на узле такой решетки имеет переменную величину. Учтем это обстоятельство, используя методы, развитые для исследования сильно коррелированных электронных систем [11]. А именно, воспользуемся слэив-фермионным (по терминологии [11]) представлением для операторов Хаббарда [12–14] и выделим спиновые и зарядовые степени свободы электронов с помощью следующего соотношения между операторами:

$$\begin{aligned} C_{i\uparrow}(1 - n_{i\downarrow}) &= h_i^+ \left( \frac{1}{2} + s_i^z \right), & C_{i\downarrow}(1 - n_{i\uparrow}) &= h_i^+ s_i^+, \\ (1 - n_{i\downarrow}) C_{i\uparrow}^+ &= h_i \left( \frac{1}{2} + s_i^z \right), & C_{i\downarrow}^+ (1 - n_{i\uparrow}) &= h_i s_i^-, \\ \sigma_i &= s_i h_i h_i^+. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь операторы бесспиновых фермионов («дырок»)  $h_i$ ,  $h_i^+$  коммутируют с операторами

псевдоспина  $s$ ; как обычно,  $s^\pm = s_x + is_y$ . Разделение спиновых и зарядовых степеней свободы электрона упрощает прояснение физической стороны вопроса. Переход к псевдоспинам вносит и определенные трудности: необходимо учитывать ограничивающие условия, исключая нефизические состояния, с неизбежностью вносимые этими представлениями. Наиболее детально этот вопрос исследовался для моделей сильно коррелированных систем (см. обзор [11]). Так, в случае модели Хаббарда представление (2) содержит только одно локальное ограничение, которое в пределе  $U \gg t$  автоматически выполняется ( $U$  — энергия кулоновского отталкивания электронов на узле). Кроме того, в (2) отсутствует взаимосвязь между зарядовыми и спиновыми степенями свободы [12,14]. Для моделей типа (1) эти вопросы не обсуждались. Однако нет и дополнительных причин, из-за которых роль нефизических состояний в модели (1) оказалась бы более существенной, чем в случае модели Хаббарда. Отметим также, что если в работе [2] проекционные операторы  $(1 - n_{i\sigma})$  были заменены единицей, то с использованием (2) мы их учитываем полностью.

С помощью слэив-фермионного представления исходный гамильтониан (1) для электронов, движущихся в ферромагнитной матрице, сводится к эффективному гамильтониану

$$H = \sum_{ij} t_{ij} h_i^+ h_j \left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{2} (s_i^z + s_j^z) + s_i^z s_j^z + s_i^- s_j^+ \right] - K \sum_i h_i h_i^+ \left[ S_i^z s_i^z + \frac{1}{2} (S_i^+ s_i^- + s_i^+ S_i^-) \right] - \frac{1}{2} J \sum_{ij} (S_i^z S_j^z + S_i^- S_j^+) \quad (3)$$

для бесспиновых «дырок», движущихся в «двухподрешеточной» ферромагнитной матрице с постоянной величиной спина  $(S + 1/2)$  в узлах. Далее, следуя [2], для спиновых переменных воспользуемся низкотемпературным разложением по бозе-операторам:

$$S_i^+ = \sqrt{2S} a_i, \quad S_i^- = \sqrt{2S} a_i^+, \quad S_i^z = S - a_i^+ a_i;$$

$$s_i^+ = b_i, \quad s_i^- = b_i^+, \quad s_i^z = \frac{1}{2} - b_i^+ b_i.$$

На этом этапе квадратичный по операторам гамильтониан в фурье-представлении принимает форму

$$H_0 = \sum_{\mathbf{k}} (E_{\mathbf{k}} - \mu) h_{\mathbf{k}}^+ h_{\mathbf{k}} +$$

$$+ \sum_{\mathbf{k}} [A_{1\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + A_2 b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}} + B(a_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}})] \quad (4)$$

В первое слагаемое мы включили химический потенциал  $\mu$ ; далее использовали обозначения  $A_{1\mathbf{k}} = K/2 + S(J_0 - J_{\mathbf{k}})$ ,  $A_2 = SK$  и  $B = -K\sqrt{S}/2$ ;  $J_{\mathbf{k}}$ ,  $E_{\mathbf{k}}$  — соответственно фурье-образы эффективного обмена и интеграла перескока. Обратим внимание на то, что гамильтониан (4) сохраняет полное число спиновых отклонений. Тем не менее удобно выполнить его диагонализацию и перейти к бозе-операторам квазичастиц  $\alpha_{\mathbf{k}}^+$ ,  $\alpha_{\mathbf{k}}$  и  $\beta_{\mathbf{k}}^+$ ,  $\beta_{\mathbf{k}}$ . После  $u$ - $v$ -преобразования типа  $a_{\mathbf{k}} = u_{1\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}} + v_{1\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}}$ ,  $b_{\mathbf{k}} = u_{2\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}} + v_{2\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}}$  с коэффициентами

$$u_{1\mathbf{k}} = \left( \frac{A_2 - \varepsilon_{1\mathbf{k}}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}} - \varepsilon_{1\mathbf{k}}} \right)^{1/2}, \quad v_{1\mathbf{k}} = \left( \frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}} - A_2}{\varepsilon_{2\mathbf{k}} - \varepsilon_{1\mathbf{k}}} \right)^{1/2},$$

$$u_{2\mathbf{k}} = \left( \frac{\varepsilon_{2\mathbf{k}} - A_{1\mathbf{k}}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}} - \varepsilon_{1\mathbf{k}}} \right)^{1/2}, \quad v_{2\mathbf{k}} = \left( \frac{A_{1\mathbf{k}} - \varepsilon_{1\mathbf{k}}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}} - \varepsilon_{1\mathbf{k}}} \right)^{1/2}$$

приходим к диагональному виду и бозе-части квадратичного гамильтониана. Энергии спиновых (бозевских) возбуждений равны

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{2S}{2S+1} \varepsilon_{\mathbf{k}}, \quad \varepsilon_{2\mathbf{k}} = \left( S + \frac{1}{2} \right) K + \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}}{2S+1}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_{\mathbf{k}} = S(J_0 - J_{\mathbf{k}})$ . Таким образом, взаимодействие между подсистемой зонных носителей заряда и локализованной системой спинов приводит к появлению в спектре спиновых возбуждений дополнительно к акустической ветви  $\varepsilon_{1\mathbf{k}}$  еще и обменной (оптической) ветви  $\varepsilon_{2\mathbf{k}}$ . Такая ситуация типична для магнетиков, в которых магнитные ионы могут находиться в состояниях с разной валентностью.

Взаимодействие спиновых волн и «дырок» в первом исчезающем приближении описывается гамильтонианом  $H_4 = H'_4 + H''_4$ , где

$$H'_4 = N^{-1} \sum_{1234} \left\{ \varphi_1 h_1^+ \alpha_2^+ h_3 \alpha_4 + \varphi_2 h_1^+ \beta_2^+ h_3 \beta_4 + \right.$$

$$\left. + \varphi_3 h_1^+ \alpha_2^+ h_3 \beta_4 + \varphi_4 h_1^+ \beta_2^+ h_3 \alpha_4 \right\} \Delta(1-2-3-4). \quad (6)$$

Здесь  $\varphi_{1,2,3,4}$  — амплитуды рассеяния «дырок» и спиновых волн друг на друге;  $1 = \mathbf{k}_1$ ,  $2 = \mathbf{k}_2$  и т.д. Слагаемое  $H''_4$  описывает процессы рассеяния спиновых волн друг на друге без участия «ды-

рок» и является существенным для установления термодинамического равновесия в спиновой подсистеме. Будем предполагать, что это равновесие уже существует, и явный вид  $H_4''$  нам не понадобится.

## 2. Электросопротивление при низких температурах

Следуя [2] (см. также [15]), для температурной зависимости электросопротивления  $\rho(T)$  можно получить выражение

$$\rho(T) = \left(\frac{1}{3} e^2 M^2\right)^{-1} \left[ N^{-1} \sum_{\mathbf{k}} \left( \frac{\partial E_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} \right)^2 \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^0}{\partial E_{\mathbf{k}}} \right]^{-2} N^{-1} \times \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{k} I_{\text{coll}}(f_{\mathbf{k}}), \quad (7)$$

где  $f_{\mathbf{k}}^0$  — равновесная, а  $f_{\mathbf{k}}$  — неравновесная функции распределения «дырок» (здесь и ниже постоянная Планка  $\hbar = 1$ ). При низких температурах вкладом обменных магнонов в кинетику «дырок» можно пренебречь из-за их большой активационной энергии. В результате для интеграла столкновений  $I_{\text{coll}}(f_{\mathbf{k}})$  получаем выражение

$$I_{\text{coll}}(f_{\mathbf{k}}) = 2\pi N^{-2} \sum_{\mathbf{p}\mathbf{q}} |\varphi_1|^2 \left\{ (1 - f_{\mathbf{k}})(1 + N_{\mathbf{p}})f_{\mathbf{p}}N_{\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}} - f_{\mathbf{k}}N_{\mathbf{p}}(1 - f_{\mathbf{q}})(1 + N_{\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}}) \right\} \delta(E_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{1\mathbf{p}} - E_{\mathbf{q}} - \varepsilon_{1\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}}).$$

При вычислении  $I_{\text{coll}}(f_{\mathbf{k}})$  будем предполагать выполненными следующие условия (в этом мы не выходим за рамки приближений работы [2]): равновесное распределение в системе магнонов и малость фермижидкостных эффектов. Второе условие означает, что в слабом электрическом поле  $\mathbf{E}$  неравновесную функцию распределения «дырок»  $f_{\mathbf{k}}$  можно представить в виде

$$f_{\mathbf{k}} = f_{\mathbf{k}}^0 + f_{\mathbf{k}}^{(1)} = f_{\mathbf{k}}^0 - e(\mathbf{E}\mathbf{v})\tau_{\mathbf{k}} \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^0}{\partial E_{\mathbf{k}}}$$

и не учитывать влияние слабой неравновесности на энергию фермионов  $E_{\mathbf{k}}$ . В этом выражении мы воспользовались обозначениями  $E_{\mathbf{k}} = \mathbf{k}^2/2M$ ,  $\mathbf{v} = \partial E_{\mathbf{k}}/\partial \mathbf{k}$ ,  $\tau_{\mathbf{k}}$  — транспортное время релаксации «дырок».

После ряда простых преобразований для суммы в числителе выражения (7) имеем

$$N^{-1} \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{k} I_{\text{coll}}(f_{\mathbf{k}}) = \frac{2\pi}{N^3} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{p}\mathbf{q}} |\varphi_1|^2 N_{\mathbf{p}} N_{\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}} \delta(E_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{1\mathbf{p}} - E_{\mathbf{q}} - \varepsilon_{1\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}}) \times \left\{ \exp(\beta\varepsilon_{1\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}}) \frac{f_{\mathbf{k}}^0}{f_{\mathbf{q}}^0}(\mathbf{k}\mathbf{q}) \frac{\partial f_{\mathbf{q}}^0}{\partial E_{\mathbf{q}}} - \exp(\beta\varepsilon_{1\mathbf{p}}) \frac{f_{\mathbf{q}}^0}{f_{\mathbf{k}}^0}(\mathbf{k}\mathbf{k}) \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^0}{\partial E_{\mathbf{k}}} \right\}, \quad (8)$$

где  $N_{\mathbf{p}}$ ,  $N_{\mathbf{k}+\mathbf{p}-\mathbf{q}}$  — равновесные функции распределения акустических магнонов. Из-за условия  $T \ll T_C$  амплитуду рассеяния можно представить в виде разложения по волновым векторам магнонов. В первом исчезающем приближении для нее имеем  $\varphi_1 \approx -4SK/(2S+1)$ . По тем же причинам достаточно ограничиться и квадратичным законом дисперсии спиновых волн  $\varepsilon_{1\mathbf{k}} = \mathbf{k}^2/2m$ . В первом приближении производная  $\partial f_{\mathbf{k}}^0/\partial E_{\mathbf{k}}$  может рассматриваться как  $\delta$ -функция:  $\partial f_{\mathbf{k}}^0/\partial E_{\mathbf{k}} \approx -\delta(E_{\mathbf{k}} - E_F)$ . Наконец, учтем, что масса «дырки»  $M^{-1} \sim ta^2$ , а масса акустического магнона  $m^{-1} \sim JSa^2$ , т.е.  $m \gg M$ , и рассеяние легких электронов на тяжелых магнонах можно считать упругим. Выражение (8) легко сделать безразмерным и для  $\rho(T)$  получить оценку

$$\rho(T) \sim \frac{1}{e^2 \mathbf{k}_F} (|\varphi_1|^2 m M) \left( \frac{T}{E_F} \right)^{5/2} \left( \frac{m}{M} \right)^{5/2} (a \mathbf{k}_F)^2 C_1, \quad (9)$$

где  $C_1$  — числовая константа. Таким образом, рассеяние «дырок» на спиновых волнах приводит к зависимости  $\rho(T) \sim T^{5/2}$ .

Остановимся подробнее на причинах расхождения между нашим результатом и результатом работы [2]. Напомним, что Кубо и Охата ограничились подпространством нижайших возбужденных состояний системы, для которых энергия, связанная с взаимодействием Хунда, не изменяется. Это позволило авторам исключить ее из рассмотрения с помощью канонического преобразования. Результирующий гамильтониан (см. выражение (2.3) в работе [2]) содержит только кинетическую часть,

описывающую движение эффективных носителей заряда. Этот гамильтониан авторы и использовали далее для нахождения  $\rho(T)$ . Однако для вычисления амплитуд рассеяния не достаточно приближения (2.3) из [2], а необходимо более последовательное исключение внутриатомного обмена на «пустом» узле, т.е. требуются высшие порядки канонического разложения. В подходе настоящей работы это учитывается автоматически: второе слагаемое гамильтониана (3) содержит множитель  $h_i h_i^+$ , который обращает в нуль энергию Хунда, если на узле находится «дырка». Учет этого обстоятельства приводит к тому, что изменяется амплитуда взаимодействия «дырки» и спиновой волны. В пределе малых волновых векторов вместо пропорциональности квадрату волнового вектора [2] амплитуда становится пропорциональной внутриатомному обмену. Последнее и обуславливает уменьшение степени в зависимости  $\rho(T)$  с  $9/2$  до  $5/2$ .

В этой связи отметим также, что нельзя считать удовлетворительным построение спин-поляронного гамильтониана узкозонного полупроводника в монографии [16]. Аргументы, использованные при выводе выражения (3.5.14) в [16], скорее, отражают точку зрения автора и не являются результатом математических преобразований. По-видимому, на системы с переменной величиной спина в узле нельзя распространять симметричные требования, справедливые для однородных систем.

### 3. Рассеяние на магнитных неоднородностях

Важно выяснить, как несовершенства кристаллической и магнитной решеток влияют на зависимость  $\rho(T)$ . Не ставя своей целью детальное обсуждение этого вопроса, рассмотрим простейшее обобщение модели (1).

Заметим прежде всего, что в общем случае потенциал рассеяния электронов на дефектах решетки содержит часть, не зависящую от ориентации спина, и слагаемое, зависящее от спина. Потенциальное рассеяние дает вклад в не зависящее от температуры (если не рассматривать интерференционные процессы) остаточное сопротивление  $\rho_0$  и здесь рассматриваться не будет. Физической причиной наличия зависящих от спина слагаемых является спин-орбитальное взаимодействие. Микроскопическое выражение для спин-орбитального рассеяния имеет довольно

сложную математическую форму; мы воспользуемся более простой феноменологической записью, предложенной ранее в [17], а именно: взаимодействие электронов проводимости с магнитными неоднородностями будем описывать гамильтонианом вида

$$H_{\text{rand}} = -N^{-1} \sum_{\mathbf{l}q} (\mathbf{R}\sigma_q) \eta_{\mathbf{l}} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{l}). \quad (10)$$

Здесь  $\mathbf{R}$  — эффективное поле неоднородности, хаотически распределенное по узлам решетки и в пространстве; фактор  $\eta_{\mathbf{l}}$  равен единице, если в узле есть неоднородность, и нулю в противном случае. Средние  $\langle R_{\alpha} \rangle = 0$  из-за отсутствия выделенного направления поля  $\mathbf{R}$  в пространстве; отличными от нуля являются величины

$$\langle R_{\alpha}^2 \rangle = \int R_{\alpha}^2 p(R_{\alpha}, T) dR_{\alpha}, \quad \alpha = x, y, z, \quad (11)$$

где  $p(R_{\alpha}, T)$  — функция распределения поля  $R_{\alpha}$  при данной температуре, нормированная на единицу. Соотношение (11) предполагает термодинамическое и конфигурационное усреднение; смысл конфигурационного усреднения такой же, как и в спиновых стеклах [18]. Введенное локальное поле магнитной неоднородности очень близко по физическому содержанию к эффективному полю, используемому в теориях спинового стекла, в частности в модели Эдвардса-Андерсона [18]. Это означает, что (10) может описывать также и рассеяние электронов на несовершенствах магнитной структуры наномасштабов. Тогда  $\mathbf{R}$  — эффективное магнитное поле магнитных кластеров, зародышей новой фазы и т.п.

Выполняя преобразование (2) и переходя от спиновых переменных к бозевским, а затем к операторам квазичастиц, получаем

$$H_{\text{rand}}^{(1)} = N^{-3/2} \sum_{\mathbf{k}p\mathbf{q}} \{ \psi_1 \alpha_{\mathbf{k}}^+ h_{\mathbf{p}}^+ h_{\mathbf{q}} + \psi_2 \beta_{\mathbf{k}}^+ h_{\mathbf{p}}^+ h_{\mathbf{q}} + \text{э.с.} \}, \quad (12)$$

где амплитуды равны  $\psi_1 = 1/2 R^+ \eta_{\mathbf{l}} v_{2\mathbf{k}}$ ,  $\psi_2 = 1/2 R^+ \eta_{\mathbf{l}} u_{2\mathbf{k}}$ ,  $R^{\pm} = R_x \pm iR_y$ . Как обычно, при рассеянии на неоднородностях импульс не сохраняется. В (12) мы выписали только слагаемые низшего порядка, приводящие к температурным поправкам в  $\rho(T)$ .

Интеграл столкновений, точнее, правая часть выражения (8), приобретает дополнительное слагаемое вида

$$\frac{2\pi}{N^3} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}} |\psi_1|^2 N_p \delta(E_{\mathbf{k}} + \varepsilon_{1p} - E_{\mathbf{q}}) \left\{ \exp(\beta\varepsilon_{1p}) \frac{f_{\mathbf{k}}^0}{f_{\mathbf{q}}^0}(\mathbf{k}\mathbf{q}) \frac{\partial f_{\mathbf{q}}^0}{\partial E_{\mathbf{q}}} - \frac{f_{\mathbf{q}}^0}{f_{\mathbf{k}}^0}(\mathbf{k}\mathbf{k}) \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^0}{\partial E_{\mathbf{k}}} \right\}.$$

Далее следует выполнить суммирование по координатам примеси и конфигурационное усреднение по ориентациям поля  $\mathbf{R}$  в каждом узле. Обозначая это усреднение угловыми скобками  $\langle \dots \rangle$ , заметим, что  $\langle \eta_l \eta_{l'} \rangle = \langle \eta_l \rangle \langle \eta_{l'} \rangle = c^2$ , если  $l \neq l'$ , и  $\langle \eta_l \eta_{l'} \rangle = c$ , если  $l = l'$ , где  $c$  — концентрация неоднородностей. Повторяя затем те же рассуждения, что и при вычислении выражения (9), и удерживая слагаемые  $\sim c$ , представим вклад в сопротивление из-за рассеяния электронов на магнитных неоднородностях  $\rho_{\text{rand}}(T)$  в виде

$$\rho_{\text{rand}}(T) \sim \frac{c}{e^2 k_F} \frac{\langle R^+ R^- \rangle M^2}{2S+1} \left( \frac{T}{E_F} \right)^{3/2} \left( \frac{m}{M} \right)^{3/2} (ak_F)^2 C_2, \quad (14)$$

где  $C_2$  — числовая константа. Конкретное значение  $\langle R^+ R^- \rangle$  зависит от вида функции распределения  $p(R_\alpha)$  в соответствии с (11); мы его здесь, однако, не будем находить. Таким образом, из-за рассеяния «дырок» на магнитных неоднородностях в выражении для  $\rho(T)$  появляются слагаемые  $\sim T^{3/2}$ .

### Заключение

Сделаем несколько общих замечаний относительно применимости рассмотренной модели и полученных результатов к реальным системам перовскитовых манганитов.

В общем случае для магнитного проводника следует ожидать наличия двух независимых механизмов формирования сопротивления, обусловленных упругими и неупругими процессами взаимодействия носителей заряда с магнитной подсистемой. Для упругих механизмов проводимость можно описать зонной моделью (с учетом «одевания» электронов магнонами). Для неупругих механизмов движение «одетых» электронов осуществляется перескоками с испусканием и поглощением магнонов. Эти два механизма имеют совершенно разную температурную зависимость. При зонном описании сопротивление увеличивается с ростом температуры, так как магнитные флуктуации затрудняют движение. Для неупругих процессов сопротивление уменьшается с ростом темпера-

туры, так как флуктуации способствуют перескокам.

В перовскитовых манганитах, по-видимому, оба механизма являются равноправными и действуют одновременно. Кроме того, исследование термоэлектрических эффектов показывает [19–21], что в манганитах одновременно существуют и электроны, и дырки и варьированием температуры и/или степени допирования можно изменять тип проводимости. В результате транспортные свойства различных манганитовых систем могут сильно различаться.

Как следует из результатов разд. 1, амплитуды взаимодействия магнонов и «дырок» не имеют малого параметра, т.е. реализуется случай «сильной связи». Это означает, что последовательное рассмотрение транспортных и магнитных свойств системы требует самосогласованного подхода с учетом взаимной перенормировки как «дырочных», так и спин-волновых состояний. В общем случае этот подход должен быть основан не на теории возмущений, а на использовании, например, некоторого канонического преобразования — по аналогии с проблемой магнитного полярона в сильно коррелированных электронных системах [11]. Такая задача не является предметом настоящего сообщения, мы использовали зонную модель и стандартный подход на основе кинетического уравнения, в рамках которых рассмотрены магнитные механизмы формирования низкотемпературного электросопротивления зинеровских ферромагнетиков. Для вкладов в  $\rho(T)$ , обусловленных собственными процессами рассеяния носителей заряда на спиновых волнах, получена зависимость  $\sim T^{5/2}$ ; при учете процессов рассеяния на магнитных неоднородностях в сопротивлении появляются слагаемые  $\sim T^{3/2}$ . Возвращаясь к экспериментальной ситуации, изложенной во введении, видим, что выражение (9) соответствует зависимости  $\rho(T)$  для соединений  $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$  [6] и близко к низкотемпературному поведению  $\rho(T)$ , наблюдаемому в других материалах [5,7,8].

Авторы выражают благодарность Э. Зубову за полезное обсуждение некоторых вопросов теории сильно коррелированных электронных систем.

- 
1. C. Zener, *Phys. Rev.* **82**, 403 (1951).
  2. K. Kubo and N. Ohata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **33**, 21 (1972).
  3. С. Крупи́чка, *Физика ферритов и родственных им окислов*, Мир, Москва (1976) Т. 1.
  4. Э. Л. Нагаев, *УФН* **166**, 833 (1996).
  5. S. E. Loffland, S. M. Bhagat, H. L. Ju, G. C. Xiong, T. Venkatesan, and R. L. Greene, *Phys. Rev.* **B52**, 15058 (1995).
  6. P. Schiffer, A. P. Ramirez, W. Bao, and S.-W. Cheong, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3336 (1995).
  7. A. Urushibara, Y. Moritomo, T. Arima, A. Asamitsu, G. Kido, and Y. Tokura, *Phys. Rev.* **B51**, 14103 (1995).
  8. G. J. Snyder, R. Hiskes, S. DiCarolis, M. R. Beasley, and T. H. Geballe, *Phys. Rev.* **B21**, 14434 (1996).
  9. T. Arima, Y. Tokura, and J. B. Torrance, *Phys. Rev.* **B48**, 17006 (1993).
  10. Y. Okimoto, T. Tatsufuji, T. Ishikawa, A. Urushiba, T. Arima, and Y. Tokura, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 109 (1995).
  11. Ю. А. Изюмов, *УФН* **167**, 465 (1997).
  12. Г. Г. Халиуллин, *Письма в ЖЭТФ* **52**, 999 (1990).
  13. J. L. Richard and V. Yu. Yushankhai, *Phys. Rev.* **B47**, 1103 (1993).
  14. Y. R. Wong, *Phys. Rev.* **B51**, 234 (1995).
  15. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
  16. Э. Л. Нагаев, *Физика магнитных полупроводников*, Наука, Москва (1979).

- 
17. S. E. Barnes and J. Zitkova-Wilcox, *Phys. Rev.* **B7**, 2163 (1973).
  18. D. Chowdhury and A. Mookerjee, *Phys. Rept.* **114**, 1 (1984).
  19. A. Asamitsu, Y. Moritomo, and Y. Tokura, *Phys. Rev.* **B53**, R2952 (1996).
  20. J. Liebe, E. Kraus, L. Haupt, P. Mandal, K. Barner, and R. v. Helmot, *Appl. Phys. Lett.* **68**, 2343 (1996).
  21. M. F. Hundley and J. J. Neumeier, *Phys. Rev.* **B55**, 11511 (1997).

## Low temperature resistivity of Zener's ferromagnet

V. N. Krivoruchko and A. M. Yakovenko

The low temperature resistivity of Zener's ferromagnets  $\rho(T)$  resulted from the interaction between carrier and magnetic subsystems has been investigated. An effective Hamiltonian is derived by using a representation for the Hubbard operators in terms of local pseudospins and spinless fermions. The contribution to  $\rho(T)$  made by scattering of charge carriers by spin waves and magnetic inhomogeneities is considered. The latter ones are modelled by vector field with random orientation and location of the scattering center. The obtained dependence  $\rho(T) = \rho_0 + \rho_1 T^{3/2} + \rho_2 T^{5/2}$  is compared with the experimental and theoretical results available.