Физика низких температур, 1997, т. 23, № 4, с. 465–468

Краткие сообщения

О минимальной магнитоемкости 2*D* электронной системы

В. Б. Шикин, С. С. Назин

Институт физики твердого тела РАН, Россия, Черноголовка, Московская обл.
E-mail: shikin@issp.ac.ru
nazin@issp.ac.ru

Статья поступила в редакцию 27 мая 1996 г. , после переработки 19 ноября 1996 г.

Отмечено, что существующая теория магнитоемкости экранированных 2*D* электронных систем теряет смысл в окрестности минимумов магнитоемкости. Предложена модификация этой теории, устраняющая указанные недостатки. Полученные уравнения использованы для расчета минимальной магнитоемкости плоского конденсатора, одной из пластин которого служит 2*D* электронная система.

Відзначено, що теорія магнітоємності екранованих 2*D* електронних систем, яка існує зараз, втрачає своє значення поблизу мінімумів магнітоємності. Запропоновано модифікацію цієї теорії, яка ліквідує зазначені недоліки. Одержані рівняння застосовано при обчисленні мінімальної магнітоємності плоского конденсатора, однією з пластин якого є 2*D* електронна система.

PACS: 73.20.Dx, 75.90.+w

В работе авторов [1] обсуждались детали магнитоемкости экранированной 2*D* системы в традиционном, конденсаторном, приближении, когда электрический потенциал φ_s локально связан с плотностью электронов n_s:

$$\varphi_s = \frac{4\pi e d}{\kappa}(n_s - n_d)\,. \tag{1}$$

Соотношение (1) записано для одиночной, экранированной гетероструктуры с экраном, находящимся от нее на расстоянии $2d$; κ — диэлектрическая постоянная; $d \ll W$, где $2W$ — длина экранирующего электрода вдоль x-направления.

Традиционное приближение из [1] применимо, пока

$$T \le \hbar\omega_c\,, \tag{2}$$

где ω_c — циклотронная частота. Однако в области

$$T \ll \hbar\omega_c \tag{3}$$

ситуация меняется, особенно в минимумах магнитоемкости. Теория, обсуждавшаяся в [1], предсказывает «падение» емкости в минимуме до нуля. При этом 2*D* система практически диэлектризуется. Но это поведение вступает в противоречие с формулой (1), справедливой лишь при наличии хорошо выраженных экранирующих свойств обоих электродов плоского конденсатора. Становится ясным, что самосогласованная теория магнитоемкости должна отказаться от приближенного определения (1), имеющего место лишь для хорошо проводящих пластин, заменив его более универсальной связью между электрическим потенциалом и плотностями зарядов на обкладках конденсатора.

Система уравнений для определения емкости плоского конденсатора в магнитном поле с одной из обкладок, занятой 2*D* системой (свободная от недостатков теории [1]), выглядит следующим образом:

$$e\varphi_1(x, z) + e\varphi_2(x, z) = eV_g\,,$$
$$z = -d\,, \quad -W \le x \le +W\,, \tag{4}$$

$$e\varphi_1(x, z)\Big|_{+d} + e\varphi_2(x, z)\Big|_{+d} - T\ln(S_1/S_0) = 0\,,$$
$$-W \le x \le W\,, \tag{5}$$

$$S(H, \nu) =$$
$$= 1/2\,(1/\nu - 1) + \sqrt{(1/4)\,(1/\nu - 1)^2 + \varepsilon(2/\nu - 1)}\,, \tag{6}$$

$$S_j = S(H, \nu_j)\,,\ \nu_1 = \pi l_H^2 n_1(x)\,,\ \nu_0 = \pi l_H^2 n_d\,,$$
$$\varepsilon = \exp\left(-\frac{\hbar\omega_c}{T}\right) \ll 1\,, \tag{7}$$

© В. Б. Шикин, С. С. Назин, 1997

$$\varphi_1'(x, z) = \frac{2e}{\kappa} \int_{-W}^{+W} \frac{\delta n(s)\,(x - s)}{(x - s)^2 + (z - d)^2}\, ds\,,$$

$$\delta n(x) = n_1(x) - n_d\,, \tag{8}$$

$$\varphi_2'(x, z) = -\frac{2e}{\kappa} \int_{-W}^{+W} \frac{\Delta n(s)\,(x - s)}{(x - d)^2 + (z + d)^2}\, ds\,,$$

$$\Delta n(x) = n_2(x) - N_d\,. \tag{9}$$

Пластины конденсатора расположены в плоскостях $z = \pm d$; требование (4) обеспечивает эквипотенциальность экранирующего электрода, условие (5) определяет равновесие в замагниченной $2D$ системе. Определение $S(\nu)$ (6) верно в области $\nu < 2$; $n_1(x)$ — локальная плотность электронов в $2D$ системе; $\delta n(x)$ и $\Delta n(x)$ — отклонения электронной плотности от их равновесных значений n_d и N_d в $2D$ системе и металле соответственно. Требование (5) эквивалентно условиям (3), (4) из [1] в предельном случае δ-образной плотности состояний и $\nu < 2$; κ — диэлектрическая постоянная; l_H — магнитная длина ($l_H^2 = c\hbar/eH$); V_g — управляющее напряжение.

Целью расчета является нахождение зависимости полного заряда Q на металлической пластине конденсатора от величины V_g, стимулирующей появление этого заряда, в функции от H, T и геометрических параметров задачи. Емкость C определена соотношением

$$C = Q/V_g\,. \tag{10}$$

Полагая, что отношение d/W мало, можно модифицировать систему (4)–(9) (речь идет о конденсаторном приближении, детали получения которого приведены, например, в [2]):

$$2\pi e^2 d(\delta n' + \Delta n') = \kappa T \frac{\partial \ln S_1}{\partial x}\,,\quad \delta n' = \frac{d\delta n}{dx}\,, \tag{11}$$

$$4e^2 \int_{-W}^{+W} \frac{\delta n(s) - \Delta n(s)}{x - s}\, ds = \kappa T \frac{\partial \ln S_1}{\partial x}\,. \tag{12}$$

В случае $T \ln S_1 = 0$ имеем из (12) $\delta n(x) = \Delta n(x)$, после чего уравнение (11) дает

$$\delta n(x) = \Delta n(x) = \text{const}\,, \tag{13}$$

т.е. ответ, характерный для конденсаторного приближения n (см. (1)).

При наличии сильного магнитного поля ситуация меняется. Дело в том, что слагаемое $T \ln S$ ведет себя скачкообразно в области $\nu \to 1$:

$$-T \ln S = \begin{cases} 0\,, & \nu \to 1 - 0 \\ \dfrac{\hbar\omega_c}{2}\,, & \nu \to 1 + 0 \end{cases} \tag{14}$$

с величиной скачка, не зависящей от тепературы T, и переходной областью порядка T.

В условиях (14)+(3), отвечающих появлению резких минимумов магнитоемкости, «симметрия» (13) между δn и Δn исчезает. Равновесие в $2D$ системе сводится теперь к конкуренции электростатической энергии $e\varphi_2$ с магнитным вкладом в электрохимический потенциал $T \ln S_1$, причем необходимый масштаб $T \ln S_1$ обеспечивается очень небольшими изменениями плотности $\delta n_1(x)$:

$$\delta n(x) \ll \Delta n(x)\,. \tag{15}$$

Это неравенство, эквивалентное упоминавшейся выше диэлектризации $2D$ системы, не приводит в данном случае к парадоксу (неравенство (15) совместимо с определениями (8), (9)), что хорошо видно как из (11), (12), так и из (4)–(9).

С количествененой точки зрения минимальную магнитоемкость удобнее получать, используя (4)–(9). Прежде всего, из (4)–(9) с учетом предполагаемого неравенства (15) имеем

$$\Delta n(x) = \frac{CV_g}{\pi e \sqrt{W^2 - x^2}}\,,$$

$$C = \kappa \int_{-1}^{+1} ds \ln (L/Ws) \sqrt{1 - s^2}\,, \tag{16}$$

L — размеры системы в y-направлении.

Используя теперь соотношение (5) в качестве определения $n_1(x)$ через $\Delta n(x)$ (16), нетрудно убедиться в том, что неравенство (15) действительно имеет место:

$$\nu_1 \simeq 1 + \delta(x)\,,\qquad \delta(x) = \sqrt{\varepsilon}\,\frac{e\varphi_2(x, +d)}{T}\,,$$

$$\delta(x) < \varepsilon\,,\qquad eV_g < \hbar\omega_c\,. \tag{17}$$

Здесь $\delta(x) = \pi\, l_H^2\, \delta n(x)$; величина $\varphi(x, z)$ из (9) рассчитана для распределения $\Delta n(x)$ из (16), параметр ε — из (7). Очевидно, что в области (3) величина $\delta(x)$ (17) экспоненциально мала по сравнению с $\Delta n(x)$, входящей в определение $\varphi_2(x, z)$.

Таким образом, становится очевидным, что при $T \to 0$ минимальная магнитоемкость обсуждаемой системы совпадает с емкостью металлического неэкранированного электрода, рассчитанной на единицу его длины без какого-либо влияния экранированной $2D$ системы:

$$C_{\min} = C\,, \qquad (18)$$

где C берется из (16).

Резюмируя сказанное, можно заключить, что самосогласованная теория магнитоемкости экранированных двумерных систем должна строиться без использования упрощенной связи (1) между электрическим потенциалом и зарядами на обкладках конденсатора. Предложенная система уравнений позволяет избежать парадоксов, свойственных локальному приближению (1). В одном из характерных случаев минимальная емкость экранированной $2D$ системы получена в явном виде (формула (18) и комментарии к ней). Результаты модифицированной теории магнитоемкости, в частности конечность минимальной магнитоемкости, допускают несложную экспериментальную проверку. Качественные указания на такое поведение минимальной емкости содержатся, например, в экспериментальной работе [3].

2. В связи с изложенными выше результатами имеет смысл обсудить, хотя бы вкратце, влияние других (кроме ограниченности) причин неидеальности $2D$ электронной системы на формирование ее минимальной магнитоемкости. Среди них имеются различные факторы, размывающие идеальные пики плотности состояний, а также обменное взаимодействие, неизбежно присутствующее даже в идеально однородной $2D$ системе.

Пусть, например, плотность состояний $D(\varepsilon)$ имеет стандартный гауссовский вид:

$$D(\varepsilon) = \frac{1}{\pi\, l_H^2\, \Gamma\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{n=\infty} \exp\left[-(\varepsilon - \varepsilon_n)^2/2\Gamma^2\right] \qquad (19)$$

и

$$T << \Gamma << \hbar\omega_c\,, \qquad (20)$$

где Γ — некая эффективная дисперсия плотности состояний. В этом случае определение электрохимического потенциала (5), (6) сохраняет свой смысл, если реализовать замену

$$T \to \Gamma\,. \qquad (21)$$

Ясно, что все утверждения в разд. 1 при этом остаются в силе. В частности, дисперсия плотности состояний Γ, так же как и температура, не влияет на минимальную магнитоемкость.

Если же

$$T << \hbar\omega_c \le \Gamma \text{ или } T \le \Gamma \le \hbar\omega_c\,, \qquad (20)$$

то, как отмечалось выше, справедливо описание магнитоемкости из [1]. Некоторые детали для этого предельного случая можно найти и в обзоре [4]. Настоящая работа предела «грязных» $2D$ систем не содержит.

Роль обменного взаимодействия в магнитоемкости $2D$ систем до сих пор не осознана в полной мере. Пока, например, речь идет о целочисленных факторах заполнения, можно ориентироваться на результаты [5], свидетельствующие об обменном расщеплении каждого уровня Ландау:

$$E_n = \varepsilon_n \pm A_n^{1/2}\,,$$

$$A_n = \frac{\alpha}{\pi^4}\nu(1-\nu)\left(\frac{mU_0}{\hbar^2}\right)^2 \frac{(\hbar\omega_c)^3}{\mu} \ln n\,, \qquad (21)$$

здесь ν—фактор заполнения; μ—целочисленная часть химического потенциала $\mu = n\hbar\omega_c$; U_0—амплитуда короткодействующего потенциала взаимодействия между электронами, используемого в теории возмущений [5]; α—численный коэффициент порядка единицы.

Утверждение (21) имеет прямое отношение к магнитоемкости, так как в условиях

$$T << A^{1/2} \qquad (22)$$

ее пики должны расщепляться в соответствии с (20). При этом основные результаты данной работы сохраняют свой смысл, так как в их основе лежит дискретность электронного спектра, будь это просто уровни Ландау или вариант (20), в котором каждый уровень Ландау дополнительно расщеплен.

Экспериментально расщепления (20) на целочисленных значениях фактора заполнения не обнаружены, хотя температура измерений доведена до уровня нескольких милликельвинов [3, 6]. Причины такого расхождения теории и эксперимента не ясны. Возможно, короткодействующий вариант теории возмущений [5] не слишком реалистичен. Однако более последовательные попытки учета влияния обменного взаимодействия на электронный спектр в магнитном поле авторам не известны и сами они на прогресс в этой области не претендуют.

При дробных значениях фактора заполнения обменное взаимодействие приводит к дробному квантовому эффекту Холла [7, 8]. Результаты Лафлина в этой области [8], свидетельствующие, в частности, о наличии скачков химического потенциала на дроб-

ных значениях фактора заполнения , позволяют ожидать особенностей поведения магнитоемкости на этих дробях, что четко зафиксировано экспериментально (см. , например, [3, 6]). Тем не менее мы не беремся утверждать, что изложенная выше модификация теории магнитоемкости автоматически переносится и на случай дробей. Для такого обобщения нужно аналитическое выражение для химического потенциала в окрестности дробных значений фактора заполнения. Подходящего выражения (вместо (5), 6)) в нашем распоряжении пока нет.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 95 02 06108.

1. В. Б. Шикин, С. С. Назин *ФНТ* 20, 658 (1994).
2. В. Б. Шикин, *ФНТ* 20, 1158 (1994).
3. F. I. B. Williams, E. I. Andrei, R. G. Clark, G. Deville, B. Ettiene, C. T. Foxon, D. C. Glattli, J. J. Harris, F. Paris, and P. A. Wrifht, *Springer Series in Solid-State Sciences*, F. Kuchar, H. Heinrich, and G. Bauer (eds.), Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, (1990) v. 97, p. 192.
4. И. В. Кукушкин, С. В. Мешков, В. Б. Тимофеев, *УФН* 155, 219 (1988).
5. Ю. А. Бычков, А. В. Колесников, *Письма в ЖЭТФ* 58, 349 (1993).
6. V. T. Dolgopolov, A. A. Shashkin, A. V. Aristov, D. Schmerek, H. Drexler, W. Hansen, J. P. Kotthaus, and M. Holland, *Phys. Low-Dim. Struct.* 6, 1 (1996).
7. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard *Phys. Rev. Lett* 48, 1559 (1982).
8. R. B. Loughlin, *Phys. Rev. Lett* 50, 1395 (1983).

On the lowest magnetocapacity a 2D electron system

V. B. Shikin and S. S. Nazin

It is noted that the current theory of magnetocapacity of screened 2*D* electron systems is meaningless in the vicinity of the magnetocapacity minima. A suitable modification of the theory is proposed to eliminate this limitation. The equations derived are used to calculate the lowest magnetocapacity for a flat condenser, in which one plate is a 2*D* electron system.