Физика низких температур, 1995, т. 21, № 10, с. 1035–1039 УДК 538.945

Особенности распределения магнитного поля в сверхпроводниках в условиях пиннинга слоями

Т. С. Шапошникова

Казанский физико-технический институт КНЦ РАН, 420029, Россия, г. Казань, Сибирский тракт, 10/7

Статья поступила в редакцию 4 мая 1995 г.

Рассмотрена соизмеримая фаза вихревой решетки в слоистых сверхпроводниках. В рамках лондоновской модели найдено распределение магнитного поля, создаваемого решеткой вихрей внутри сверхпроводника. Получена плотность распределения поля в элементарной ячейке вихревой решетки и проанализированы изменения плотности распределения, возникающие при медленном изменении поля. Обсуждены возможности исследования образующейся вихревой решетки с помощью методов мюонного рассеяния и магнитного резонанса.

Розглянуто спільновимірну фазу вихорової гратки в шаруватих надпровідниках. В рамках лондонівської моделі знайдено розподіл магнітного поля, що створюється граткою вихорів усередині надпровідника. Одержано густину розподілу поля в елементарній комірці вихорової гратки та проаналізовано зміни густини розподілу, які виникають при повільній зміні поля. Обмірковано можливості дослідження вихорової гратки, що утворюється, за допомогою методів мюонного розсіяння і магнітного резонансу.

Введение

Плотность распределения магнитного поля $n(H)$ в элементарной ячейке совершенной вихревой решетки проявляет особенности Ван-Хова [1]: $n(H)$ имеет скачки в точках минимального $H_{\min}$ и максимального $H_{\max}$ полей и резкий максимум в седловой точке H_{sad}. В изотропных сверхпроводниках вихревая решетка состоит из правильных треугольников или квадратов. Для таких решеток в полях $H_{c1} << H << H_{c2}$ были найдены аналитические выражения для $H_{\min}$, $H_{\max}$, H_{sad}, $n_1 = n(H_{\min})$, $n_2 = n(H_{\max})$ [2–4]. Структура вихревых решеток высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), которые обладают аксиальной симметрией, рассмотрена в работе [5]. В [5] и [6] были вычислены параметры вихревой решетки, распределение поля внутри элементарной ячейки и вид зависимости $n(H)$ для различных ориентаций магнитного поля по отношению к оси симметрии c. Было показано, что для всех ориентаций поля **H**, кроме $\mathbf{H} \perp c$ и $\mathbf{H} \parallel c$, зависимость $n(H)$ имеет два локальных максимума в точках H_{sad1} и H_{sad2}.

В реальных сверхпроводниках (СП) особенности Ван-Хова размываются из-за пиннинга, крипа потока, структурных дефектов вихревой решетки, флуктуаций температуры и поля. Для такой неидеальной решетки вихрей, искажение которой связано с двумерным пиннингом, вид $n(H)$ близок к гауссовому распределению [2,7–9]. Компьютерные вычисления $n(H)$ для сдвинутых и сжатых вихревых решеток, а также изменения $n(H)$, связанные с пиннингом и флуктуациями температуры, даны в работе [8]. В [9] получено аналитическое выражение $n(H)$ для возмущенной решетки.

В настоящее время известно несколько методов наблюдения формы вихревой решетки [8]. Один из наиболее эффективных — метод мюонного рассеяния, который позволяет получить информацию о геометрии вихревой решетки Абрикосова, о распределении микроскопических полей внутри образца, а также определить $\lambda(T)$ и $\xi(T)$ (где λ, ξ и T — глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник, длина когерентности и температура соответственно). В работах [10–12] приводятся конкретные рекомендации по обработке спектров мюонного рассеяния. А в [13,14] рассчитаны изменения $n(H)$ вблизи поверхности сверхпроводника и обсуждены возможности соответствующих измерений методом ЭПР.

Необходимо отметить, что в перечисленных выше работах рассматривался механизм пиннинга, связанный со случайно распределенными центрами пиннинга. Однако в ВТСП для внешнего поля $\mathbf{H} \perp c$ одним из источников пиннинга является слоистая структура самого сверхпроводника [15]. В частности, в полях $H_{c1} << H << H_{c2}$ в ВТСП может появиться так называемая соизмеримая фаза. В этой фазе упругая энергия, связанная с искажением формы вихревой решетки, меньше энергии пиннинга [16]. Поэтому при уменьшении внешнего поля расстояния между вихрями вдоль оси c не изменяются. В настоящей работе будет проведен

© Т. С. Шапошникова, 1995

анализ зависимостей $n(H)$ именно для таких состояний соизмеримой фазы, в которой вихревая решетка состоит из разносторонних треугольников. В работе не учитывались явления, связанные с движением вихрей через пиннингующие плоскости.

Таким образом, цель работы:

1) найти распределение магнитного поля, создаваемого вихревой решеткой внутри слоистого сверхпроводника в случае $\mathbf{H} \perp c$;

2) рассмотреть изменения этого распределения, которые возникают при уменьшении H в состоянии так называемой соизмеримой фазы;

3) обсудить проявление этих изменения в свойствах $n(H)$.

Получение основных уравнений

Рассмотрим соизмеримую фазу вихревой решетки. Пусть $\mathbf{H} \perp c$, ось y направлена вдоль поля, ось x лежит в плоскости слоя и перпендикулярна $\mathbf{H}$, а ось z — вдоль c-оси монокристалла. Тогда в плоскости xz центры вихрей образуют решетку, показанную на рис. 1. Здесь X_0 — расстояние между вихрями вдоль оси x, Z_0 — вдоль оси z, $q < 1$ — относительное смещение двух близлежащих слоев вихрей. В соизмеримой фазе $Z_0 = ns = \text{const}$, где n — целое число, а s — расстояния между плоскостями Cu–O.

Магнитное поле, создаваемое такой вихревой решеткой (см. рис. 1), подчиняется уравнению Лондонов [16]

$$H - \lambda_c^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} =$$

$$= \Phi_0 \sum_{p,l} \delta\left(z - Z_0 p\right) \delta\left(x - X_0(p + ql)\right) . \quad (1)$$

Здесь λ_c и λ_{ab} — глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник вдоль и перпендикулярно c-оси соответственно; Φ_0 — квант магнитного потока; p и l — целые числа; $\delta(x)$ — дельта-функция. В состоянии соизмеримой фазы Z_0 фиксировано, поэтому X_0 определяется только внешним магнитным полем $Z_0 X_0 = \Phi_0 / H$. Для упрощения компьютерных вычислений введем новую систему координат (см. рис. 1):

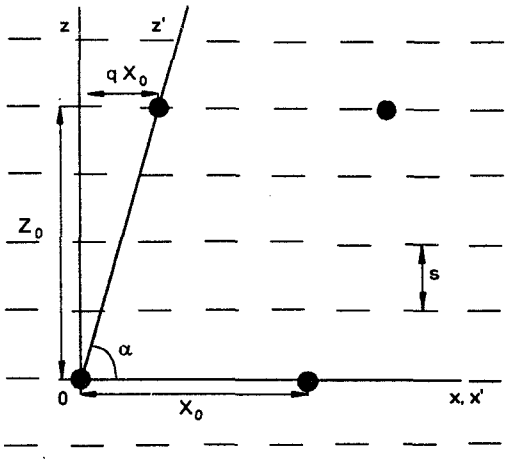

Рис. 1. Решетка вихрей в состоянии соизмеримой фазы; ось z совпадает с осью c монокристалла; ось x лежит в плоскости слоя и перпендикулярна полю $\mathbf{H}$; ● — центры вихрей ; X_0 и Z_0 — расстояния между вихрями вдоль осей x и z соответственно; qX_0 — смещение двух близлежащих слоев вихрей; s — расстояние между плоскостями Cu–O; x' и z' — оси новой системы координат; α — угол $x'0z'$ в начальной системе координат.

$$x' = x - \sqrt{m_3/m_1}\ \text{ctg}\,(\alpha) z;\ z' = \sqrt{m_3/m_1}\ \frac{z}{\sin\alpha}\ , \quad (2)$$

где α — угол $x'0z'$ в начальной системе координат.

Функция $H(x', z')$ является периодической вдоль двух направлений, поэтому ее можно разложить в ряд по векторам обратной решетки:

$$H(x'\mathbf{i} + z'\mathbf{j}) =$$

$$= \frac{1}{(2N-1)^2} \sum_{k,n=-(N-1)}^{N-1} h_{kn} \exp\left(i\mathbf{G}_{kn}\mathbf{r}'\right) , \quad (3)$$

здесь $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ — векторы обратной решетки; $\mathbf{G}_{kn} = k\mathbf{A} + n\mathbf{B}$; $\mathbf{r}' = x'\mathbf{i} + z'\mathbf{j}$; $(2N-1)^2$ — число вихрей, по которым ведется суммирование; h_{kn} — фурье-образ $H(\mathbf{r}')$. Число $N >> 1$ подбиралось так, чтобы обеспечить заданную точность вычислений.

Подставим (3) в (1) и для h_{kn} найдем

$$h_{kn} = \frac{\left(\Phi_0 / X_0 Z_0\right)\left(2N-1\right)^2}{1 - \dfrac{\lambda_c^2 (2\pi)^2}{\sin^2\alpha}\left(\dfrac{k^2}{X_0^2} + \dfrac{n^2}{\left(Z_0\sqrt{m_3/m_1}\,\dfrac{1}{\sin\alpha}\right)^2} - \dfrac{2\cos(\alpha) kn}{Z_0 X_0 \sqrt{m_3/m_1}\,\dfrac{1}{\sin\alpha}}\right)} . \quad (4)$$

Рассмотрим выражение (4). В промежуточных полях, далеких от значений H_{c1} и H_{c2} глубина проникновения $\lambda_c >> X_0$ и $\lambda_c >> Z_0\sqrt{m_3/m_1}$, поэтому знаменатель выражения (4) принимает значения, значительно большие единицы для всех k и n, кроме $k \neq 0$ и $n \neq 0$, и равное 1 для $k = 0$ и $n = 0$. Выполнив преобразование знаменателя h_{kn} и подставив h_{kn} в (3), получаем

$$H(\mathbf{r}') \approx \frac{\Phi_0}{X_0 Z_0}\left[1 - \frac{Z_0^2}{(2\pi)^2\lambda_c^2}\frac{m_3}{m_1}\sum_{\substack{k,n=-(N-1)\\ k\neq 0, n\neq 0}}^{N-1}\eta_{kn}\exp\left(2\pi i\left(\frac{x'}{X_0}k + \sqrt{m_3/m_1}\,\frac{\sin(\alpha)z'}{Z_0}n\right)\right)\right],$$

где

$$\eta_{kn} = \left[k^2\frac{m_3}{m_1}\frac{Z_0^2}{X_0^2\sin^2\alpha} + n^2 - \frac{2\cos(\alpha)kn}{X_0\sin\alpha}Z_0\sqrt{m_3/m_1}\right]^{-1}. \qquad (5)$$

Таким образом, полученное здесь выражение (5) позволяет определить значение поля H в любой точке элементарной ячейки вихревой решетки с радиус-вектором $\mathbf{r}'$. В данной работе $H(\mathbf{r}')$ вычислены для семи различных конфигураций вихревых решеток, каждую из которых можно описать, введя параметр t, характеризующий степень искажения формы вихревой решетки при пиннинге:

$$t = \left(2\pi Z_0^2\right)/\tilde{Z}_0^2, \qquad (6)$$

где $\tilde{Z}_0$ — период вихревой решетки без пиннинга. В непосредственных вычислениях использовалась формула (7), полученная из (5) заменой $x' = X_0 p/N$, $z' = 1/(\sin\alpha)\,Z_0\sqrt{m_1/m_3}\,(1/N)$, где p и l — целые числа, принимающие значения от 0 до $(N-1)$:

$$H_{pl} \approx \frac{\Phi_0}{X_0 Z_0}\left[1 + \frac{Z_0^2}{(2\pi)^2\lambda_c^2}\frac{m_3}{m_1}\sum_{\substack{k,n=-(N-1)\\ k,n\neq 0}}^{N-1}\eta_{kn}\exp\left(\frac{2\pi i}{N}(kp + nl)\right)\right]. \qquad (7)$$

Анализ вычислений

Результаты вычислений $n(H)$ для семи различных вихревых решеток показаны на рис. 2 и 3. На всех графиках $n(H)$ вдоль горизонтальной оси отложена безразмерная величина A, которая связана с H соотношением

$$H = \frac{\Phi_0}{X_0 Z_0} + \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_c^2}\frac{m_3}{m_1}A, \qquad (8)$$

где

$$\frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_c^2}\frac{m_3}{m_1} \approx \sqrt{m_3/m_1}\,H_{c1}^{ab}(T).$$

Первый член суммы (8) равен среднему значению магнитного поля в сверхпроводнике, второй показывает отклонения от этого среднего значения в различных точках элементарной ячейки вихревой решетки. Из (8) видно, что множитель, стоящий перед A, зависит только от материала образца и его температуры (так как $\lambda_c = \lambda_c(T)$) и не зависит от формы вихревой решетки.

Пусть к монокристаллу ВТСП приложено внешнее поле $\mathbf{H} \perp c$. Тогда в координатах x, $z\sqrt{m_3/m_1}$ вихри будут образовывать решетку, состоящую из равносторонних треугольников [5]. Функция $n(A)$ для такой вихревой решетки показана на рис. 2,*а*. Из него видно, что $n(A)$ имеет один резкий максимум, т.е. все седловые точки поверхности $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ имеют равные значения. На рис. 2 и 3 введены обозначения: $A_m = -2{,}26$ — минимальное значение A, соответствующее минимальному значению поля, и $A_s = -1{,}53$ — значение A, соответствующее полю в седловой точке.

Уменьшение поля приведет к увеличению расстояний между вихрями в слое. При $t = \pi$ вихри образуют квадратную решетку (рис. 2,*б*), а при $t = \pi/\sqrt{3}$ — решетку из правильных треугольников, которые повернуты на 90° относительно начала координат (рис. 2,*в*). Зависимости $n(A)$, показанные на рис. 2, наблюдаются и в обычных изотропных сверхпроводниках.

Все остальные решетки вихрей, которые будут рассмотрены ниже, могут появиться только в слоистых СП. Особое внимание заслуживает вихревая решетка с $t = t_{\text{crit}} = 1{,}51$ и $q = 0{,}5$, так как при $t = t_{\text{crit}}$ модуль сжатия $c_{66}^{(x)}$ обращается в нуль [16]. Для этой решетки существуют два типа различных

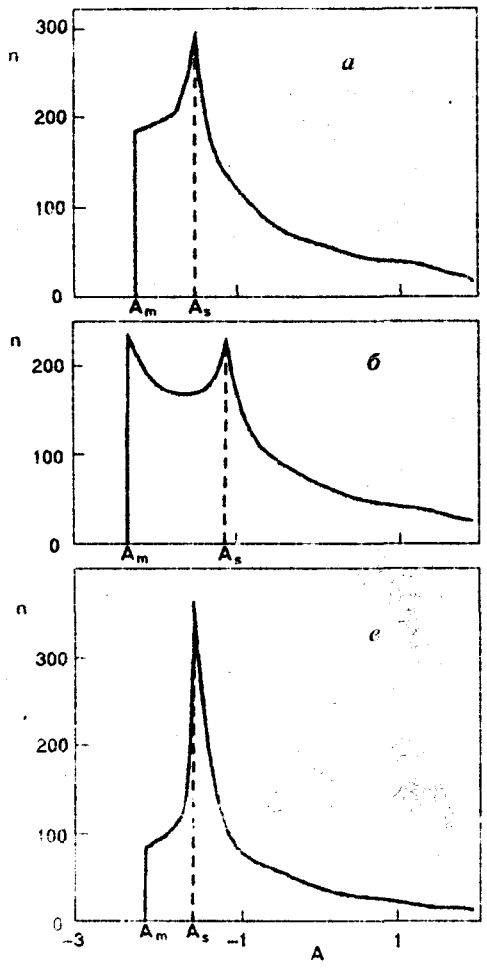

Рис. 2. Плотность распределения поля $n(A)$ в элементарной ячейке вихревой решетки, наблюдаемой как в слоистых, так и в изотропных сверхпроводниках: $t = \sqrt{3}\pi$ (*а*); $t = \pi$ (*б*); $t = \pi/\sqrt{3}$ (*в*). Безразмерная величина A линейно зависит от поля H (см. (8)); n — относительная интенсивность сигнала; A_m — минимальное значение A; A_s — значение A в седловой точке.

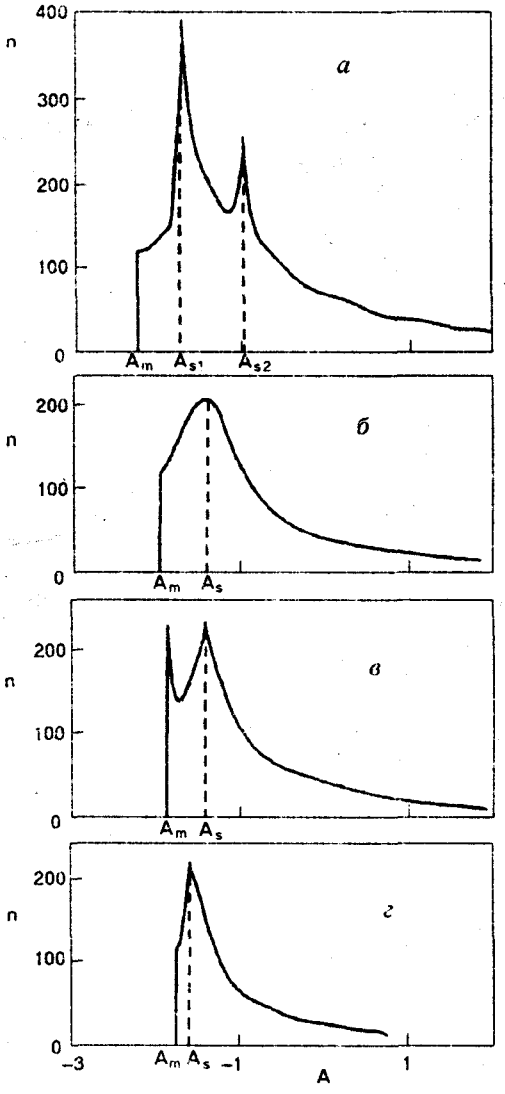

Рис. 3 Зависимости $n(A)$ для вихревых решеток в слоистых сверхпроводниках: $t = t_{crit} = 1{,}51$, $q = 0{,}5$ — минимальное значение поля, для которого реализуется ромбическая решетка (*а*); $t = 1{,}0$, $q = 0{,}369$ (*б*); $t = 0{,}5$, $q = 0{,}274$ (*в*); $t = 0{,}1$, $q = 0{,}123$ (*г*); *б–г* — решетки состоят из разносторонних треугольников; A_m — минимальное значение A, A_s — значение A в седловой точке.

седловых точек, поэтому $n(A)$ имеет две сингулярности: $A_{s1} = -1{,}70$ и $A_{s2} = -1{,}02$, а $A_m = -2{,}24$ (рис. 3,*а*). Величина

$$\Delta H = H(A_{s2}) - H(A_{s1}) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_c^2}\frac{m_3}{m_1}\cdot 0{,}85 \qquad (9)$$

имеет порядок нескольких H_{c1}^{ab}.

При $t < t_{crit}$ и $c_{66}^{(x)} < 0$ ромбическая решетка становится неустойчивой из-за отталкивания вихрей. На рис. 3,*б–г* показаны зависимости $n(A)$ для трех значений $H < H_{crit}$: $t = 1.0$; 0,5; 0,1 соответственно. Для каждого значения $t < t_{crit}$ свободная энергия вихревой решетки имеет несколько локальных минимумов, число которых растет с уменьшением поля. Каждому из этих минимумов соответствует определенный тип вихревой решетки. Поэтому при уменьшении поля ниже $H_{crit} = H(t_{crit})$ сверхпроводник может перейти в состояние вихревого стекла, которое характеризуется тем, что в системе вихрей существует ближний порядок, но отсутствует дальний. Таким образом, для $H < H_{crit}$ максимум $n(H)$ будет сильно уширяться.

В том случае, когда поле вихревой решетки является единственным источником уширения, вид $n(H)$ может быть установлен по спектру ЯМР, так как он определяется зависящей от поля формой линии. Кроме того, зависимость $n(H)$ связана с фурье-компонентой сигнала, полученного мето-

дом мюонного рассеяния. Поэтому можно предложить следующую схему наблюдения изменения $n(H)$ в уменьшающемся поле. Монокристалл ВТСП замораживают до температуры значительно ниже T_c в постоянном магнитном поле $\mathbf{H} \perp c$ ($H_{c1} \ll H \ll H_{c2}$) и получают зависимость $n(H)$. После этого поле медленно уменьшают до нового значения, при котором снова получают $n(H)$. Процедуру уменьшения поля повторяют несколько раз. При этом будет происходить смещение сигнала как целого в область низких полей и будут наблюдаться изменения формы сигнала, показанные на рис. 2 и 3,*а*. Одиночный пик, который наблюдается в неслоистых сверхпроводниках (рис. 2), расщепится на два пика. Появление второго пика вызвано искажением формы вихревой решетки при пиннинге вихрей слоями. При дальнейшем уменьшении поля расщепление пиков будет возрастать и достигнет максимального значения в поле H_{crit}, после чего сигнал сильно уширится и станет слабым. Такое уширение вызвано разрушением дальнего порядка в системе вихрей.

Оценим величину расщепления пика для монокристалла $Y_1Ba_2Cu_3O_7$ с $Z_0 = 10s = 10^{-6}$ см и $\lambda_c(0) \approx 7 \cdot 10^{-5}$ см. При этом значении Z_0 вихри входят в СП в поле $H = \Phi_0/(X_0Z_0) = 3{,}58 \cdot 10^4$ Э, а максимальное расщепление пиков $\Delta H = 139$ Э наблюдается в поле $H = 1{,}01 \cdot 10^4$ Э.

Выводы

1. В работе найдено распределение магнитного поля H в элементарной ячейке вихревой решетки внутри слоистого СП ($\mathbf{H} \perp c$) и рассчитаны зависимости $n(H)$ для случая, когда источником уширения является неоднородное поле вихревой решетки. Рассматривалось состояние соизмеримой фазы.

2. Расчеты $n(H)$ для различных значений убывающего магнитного поля показали, что спектр может иметь один или два максимума, что связано с изменением формы вихревой решетки в состоянии так называемой соизмеримой фазы, которая может появиться в результате пиннинга вихрей сверхпроводящими плоскостями.

Автор выражает благодарность профессору Г. Б. Тейтельбауму за полезные обсуждения работы и замечания.

1. Ж. Винтер, *Магнитный резонанс в металлах*, Мир, Москва (1976).
2. Ю. М. Белоусов, В. Н. Горбунов, В. П. Смилга, В. И. Фесенко, *УФН* **160**, 55 (1990).
3. С. А. Гордюнин, В. П. Смилга, В. И. Фесенко, *Письма в ЖЭТФ* **47**, 34 (1988).
4. А. Д. Сидоренко, В. П. Смилга, *СФХТ* **1**, 98 (1989).
5. L. J. Campbell, M. M. Doria, and V. G. Kogan, *Phys. Rev.* **B38**, 2439 (1988).
6. S. L. Thiemann, Z. Radovic, and V. G. Kogan, *Phys. Rev.* **B39**, 11406 (1989).
7. E. H. Brandt and U. Essman, *Phys. Status Solidi* **B144**, 13 (1987).
8. E. H. Brandt, *J. Low Temp. Phys.* **73**, 355 (1988).
9. E. H. Brandt, *Physica* **C162–164**, 1167 (1989).
10. В. П. Смилга, В. И. Фесенко, *СФХТ* **3**, 978 (1990).
11. В. Н. Горбунов, В. П. Смилга, *СФХТ* **4**, 1229 (1991).
12. E. H. Brandt, *Phys. Rev.* **B37**, 2349 (1988).
13. Б. И. Кочелаев, Е. П. Шарин, *СФХТ* **5**, 1939 (1991).
14. Б. И. Кочелаев, Е. П. Шарин, *СФХТ* **5**, 1982 (1991).
15. M. Tachiki and S. Takahashi, *Solid State Commun.* **72**, 1083 (1989).
16. D. I. Ivlev, N. V. Kopnin, and V. L. Pokrovsky, *J. Low Temp. Phys.* **80**, 187 (1990).

Some special features of magnetic field distribution in superconductors with the interlayer pinning

T. S. Shaposhnikova

A commensurate phase of a vortex lattice is considered in layered superconductors. A distribution of the magnetic field created by the vortex lattice of the superconductor has been determined in the framework of London model. A density of the field distribution within the elementary cell of the vortex lattice has been calculated and its variation with a slow change of the field is analysed. A possibility has been discussed of investigation of the vortex lattice formed by means of the muon scattering and the magnetic resonance methods.