Физика низких температур, 1995, т. 21, № 9, с. 931–940 УДК 536.48

Сверхнизкотемпературная спин-решеточная релаксация ядерной спиновой системы с диполь-дипольным взаимодействием

Л. Л. Буишвили, Н. П. Гиоргадзе, Р. Л. Лепсверидзе

Институт физики АН Грузии, Грузия, 380077, г. Тбилиси, ул. Тамарашвили, 6

Статья поступила в редакцию 3 января 1995 г., после переработки 17 мая 1995 г.

Рассмотрена сверхнизкотемпературная спин-решеточная релаксация ядерной спиновой системы с диполь-дипольным взаимодействием, связанная с двухуровневыми системами, а также релаксация, обусловленная обменом энергией между ядерными спинами и фононами при одновременном виртуальном flip–flop электронного спина парамагнитной примеси. Получены выражения для скоростей релаксации, из которых следует, что наиболее эффективным является механизм, обусловленный резонансным обменом энергией между ядерными спинами и двухуровневыми системами.

Розглянуто наднизькотемпературну спін-граткову релаксацію ядерної спінової системи з диполь-дипольною взаємодією, пов'язану з двохрівневими системами, а також релаксацію, обумовлену обміном енергією серед ядерних спінів та фононів при одночасному віртуальному flip–flop електронного спіна парамагнітної домішки. Одержано вирази для швидкостей релаксації, з яких виходить, що найбільш ефективним виявляється механізм, обумовлений резонансним обміном енергією між ядерними спінами та двохрівневими системами.

В работе [1] было проведено спин-волновое рассмотрение ядерной спиновой системы (ЯСС) с диполь-дипольным взаимодействием, помещенной в сильное (по сравнению с локальным) магнитное поле. Были высказаны соображения в пользу существования ядерных спиновых волн как в магнитоупорядоченном состоянии, в котором квант энергии, соответствующий локальному полю, превышает тепловую энергию, так и в парамагнитном состоянии, в котором имеет место обратное соотношение. Далее, на основе принятого описания была предложена квазитермодинамическая теория насыщения ЯМР на этапе, когда спин-система эволюционирует в отрыве от решетки. Последующий этап, на котором значительную роль играют процессы спин-решеточной релаксации, не рассматривался. Поэтому исследование спин-решеточной релаксации ЯСС с диполь-дипольным взаимодействием при сверхнизких ($\sim 10^{-6}$–10^{-5} K) температурах (в окрестности которых происходит фазовый переход в магнитоупорядоченное состояние) представляет определенный интерес. В этой связи следует заметить, что в последнее время появились работы, посвященные ядерной спин-решеточной релаксации при низких (порядка милликельвинов) температурах [2–5]. Оказалось, что в условиях, когда поляризация парамагнитных центров близка к единице, механизм релаксации, связанный с флуктуациями z-компоненты электронного спина примеси (в обычных условиях являющийся доминирующим), оказывается малоэффективным, поскольку обусловленная им скорость релаксации экспоненциально убывает с температурой. В то же время становится заметной роль модуляционного механизма релаксации, несущественного при высоких температурах [6], а также предложенного в работах [3,7] механизма релаксации (механизм Абрагама—Уо—Сликтера), обусловленного резонансным обменом энергией между ядерными спинами и фононами при одновременном виртуальном flip–flop электронного спина примеси. В случае первого их этих механизмов скорость релаксации содержит малый множитель $(u/a)^2 \ll 1$ (u — смещение атома из положения равновесия; a — параметр решетки), в случае второго — она пропорциональна малому параметру $(\omega_{IS}/\omega_S)^2 \ll 1$ (ω_{IS} — зеемановская частота ядер в локальном поле, создаваемом парамагнитными примесями; ω_S — зеемановская частота электронного спина примеси). Соотношение этих малых параметров предопределяет относительную значимость этих механизмов релаксации в тех или иных конкретных условиях. Представляется очевидным, что при переходе от низких к сверхнизким температурам доминирующая роль модуляционного механизма и механизма Абрагама—Уо—Сликтера сохранится. Вместе с тем следует ожидать, что эффективность каждого их них существенно снизится, поскольку соответствующие им скорости релаксации пропор-

© Л. Л. Буишвили, Н. П. Гиоргадзе, Р. Л. Лепсверидзе, 1995

циональны множителю $1/p_{IL}$ (p_{IL} — ядерная поляризация при температуре решетки), убывающему примерно в 10^3 раз при переходе от низких температур к сверхнизким. Соответственно повысится роль двухуровневых систем (ДУС) в ядерной спин-решеточной релаксации. Как известно [8,9], эти образования возникают в аморфных материалах (стеклах), а также в диэлектрических кристаллах с дефектами при температурах ниже 1 К. При достаточно высокой концентрации ДУС плотность их состояний (кстати, практически постоянная во всей области определения) значительно превосходит плотность состояний фононов на частоте ω_I. Именно благодаря этому низкотемпературная ядерная спин-решеточная релаксация может осуществляться при участии ДУС, на что впервые было указано в [10]. В этой работе изучался механизм релаксации, связанный с наличием у ядер квадрупольного момента. Впоследствии в [11] был рассмотрен механизм, обусловленный модуляцией диполь-дипольного взаимодействия ядерных спинов матрицы с электронными спинами примеси, возникающий вследствие туннелирования ДУС из одной области двойной асимметричной потенциальной ямы в другую. Оказалось, что связанная с этим механизмом скорость релаксации содержит не зависящее от температуры слагаемое. Именно это позволяет предполагать, что ДУС могут играть определяющую роль в сверхнизкотемпературной ядерной спин-решеточной релаксации.

Исходя из вышеизложенного, в настоящей работе исследуется спин-решеточная релаксация ЯСС с диполь-дипольным взаимодействием при сверхнизких температурах, причем основное внимание будет уделено механизму релаксации, обусловленному резонансным обменом энергией между ядерной спиновой системой и ДУС. Ниже увидим, что именно этот механизм, предопределяющий не зависящий от температуры вклад в скорость релаксации, является доминирующим (среди упомянутых выше) в сверхнизкотемпературной области. При этом будем предполагать, что в ЯСС имеет место быстрая спиновая диффузия.

1. Рассмотрим ЯСС с диполь-дипольным взаимодействием, помещенную в параллельное оси z сильное (по сравнению с локальным) внешнее магнитное поле H_0. Гамильтониан спин-системы может быть представлен в виде*

$$H = H_I + H_L + H_{IL} , \qquad (1)$$

где в спин-волновом приближении [1]

$$H_I = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}}^m a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} , \qquad (2)$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}^m = \hbar\omega_I - \frac{1}{2}\left(W + \frac{1}{2} W_{\mathbf{k}}\right) \qquad (3)$$

— энергия ядерного магнона с волновым вектором $\mathbf{k}$; $a_{\mathbf{k}}^+$ и $a_{\mathbf{k}}$ — соответственно операторы рождения и уничтожения ядерных магнонов;

$$W_{\mathbf{k}} = W_{-\mathbf{k}} = \sum_i W_{ij} \exp\left(i\mathbf{k}\mathbf{r}_{ij}\right) ; \qquad (4)$$

$$W = W_0 = \sum_i W_{ij} ,$$

$$W_{ij} = \frac{(\hbar\gamma)^2}{r_{ij}^3}\left(1 - 3\cos^2\theta_{ij}\right) ;$$

γ — гиромагнитное отношение для ядерного спина; $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, $\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор i-го атома решетки, $r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij}|$; θ_{ij} — угол между $\mathbf{r}_i$ и осью z; H_{IL} — гамильтониан взаимодействия ЯСС с решеткой, явный вид которой зависит от рассматриваемого механизма релаксации и будет конкретизироваться в дальнейшем; H_L — гамильтониан решетки, явный вид которого несуществен. Заметим, что в гамильтониане H_I опущен вклад четырехмагнонных процессов, являющийся малым. Предполагается, однако, что (как и в случае насыщения ЯМР [1]) именно эти процессы обеспечивают быструю хаотизацию внутри газа ядерных магнонов, благодаря чему ЯСС в процессе спин-решеточной релаксации может быть описана в рамках квазитермодинамической теории. Поскольку гамильтониан (2), как и не представленный здесь четырехмагнонный гамильтониан, сохраняет полное число магнонов, $N_I = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}}$, ЯСС в рассматриваемом случае в соответствии с основными положениями вышеупомянутой теории будет характеризоваться двумя квазиинтегралами движения — энергией и полным числом магнонов, а ее состояние будет описываться двумя медленно меняющимися во времени макроскопическими параметрами — температурой T и химическим потенциалом μ. Для установления этой временной зависимости используем метод неравновесного статистического оператора (НСО), предложенный Зубаревым [12]. Согласно этому методу, производные по времени от средних по локально равновесному распределению

* Здесь и в дальнейшем предполагается, что спин ядра $I = 1/2$.

$$\rho_{\text{loc}} = \frac{\exp(-R)}{\text{Sp}\{\exp(-R)\}}$$

значений квазиинтегралов движения

$$\langle H_I\rangle_{\text{loc}} = \text{Sp}\left[\rho_{\text{loc}} H_I\right]$$

равны средним по НСО*

$$\rho_{NSO} \simeq \rho_{\text{loc}} \left\{ 1 + \int_0^1 d\lambda\, e^{R\lambda} \times \right.$$

$$\left. \times \left[(\beta - \beta_L) \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\varepsilon t} K_I^0(t) - \beta\mu \int_{-\infty}^{0} dt\, e^{\varepsilon t} M_I^0(t) \right] e^{-R\lambda} \right\},$$

значениям соответствующих этим квазиинтегралам термодинамических потоков $K_I = \left[H_I H_{IL}\right]/i\hbar$, $M_I = \left[N_I H_{IL}\right]/i\hbar$, определяемых выражениями

$$\langle K_I\rangle_{NSO} = \text{Sp}\left(\rho_{NSO} K_I\right), \qquad \langle M_I\rangle_{NSO} = \text{Sp}\left(\rho_{NSO} M_I\right), \tag{5}$$

т.е. имеет место условие

$$\frac{d}{dt}\langle H_I\rangle_{\text{loc}} = \langle K_I\rangle_{NSO}, \quad \frac{d}{dt}\langle N_I\rangle_{\text{loc}} = \langle M_I\rangle_{NSO}.$$

Здесь

$$R = \beta\left(H_I - \mu N_I\right) + \beta_L H_L,$$

$$\beta = (k_B T)^{-1}, \quad \beta_L = (k_B T_L)^{-1};$$

T_L — температура решетки; k_B — постоянная Больцмана; ε — малое положительное число, устремляемое к нулю после взятия термодинамического предела. Для любой зависимости $O^0(t)$ справедливо

$$O^0(t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar}\left(H_I + H_L\right)t\right] O \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\left(H_I + H_L\right)t\right].$$

Подставляя в условие (5) известные выражения для средних значений энергии и числа ядерных магнонов

$$\langle H_I\rangle_{\text{loc}} = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}}^m n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu), \quad \langle N_I\rangle_{\text{loc}} = \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu), \tag{6}$$

без труда приведем его к виду**

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{Y_3\langle K_I\rangle_{NSO} - Y_2\langle M_I\rangle_{NSO}}{Y_2^2 - Y_1 Y_3}, \qquad \frac{d(\beta\mu)}{dt} = \frac{Y_2\langle K_I\rangle_{NSO} - Y_1\langle M_I\rangle_{NSO}}{Y_2^2 - Y_1 Y_3}, \tag{7}$$

где

$$n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu) = \left[e^{\beta(\varepsilon_{\mathbf{k}}^m - \mu)} - 1\right]^{-1},$$

$$Y_1 = \sum_{\mathbf{k}} \left(\varepsilon_{\mathbf{k}}^m\right)^2 n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu)\left(1 + n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu)\right),$$

$$Y_2 = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}}^m n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu)\left(1 + n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu)\right), \tag{8}$$

$$Y_3 = \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu)\left(1 + n_{\mathbf{k}}^m(\beta,\mu)\right),$$

Система дифференциальных уравнений (7) и определяет временную зависимость β и μ. Она имеет очевидное решение $\beta = \beta_L$, $\mu = 0$, отвечающее состоянию термодинамического равновесия ЯСС с термостатом***.

Уравнения (7) описывают ядерную спин-решеточную релаксацию при немалых, вообще говоря, отклонениях ЯСС от состояния равновесия. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением случая малых отклонений спин-системы от равновесного состояния. Выписывая средние значения потоков и разлагая их вблизи значений $\beta = \beta_L$, $\mu = 0$, после несложных вычислений находим

$$\langle K_I\rangle_{NSO} \simeq Q_1\left(\beta_I - \beta_L\right) - Q_2\beta_L\mu, \qquad \langle M_I\rangle_{NSO} \simeq Q_2\left(\beta_I - \beta_L\right) - Q_3\beta_L\mu, \tag{9}$$

* НСО берется в первом по взаимодействию H_{IL}-приближении.

** Легко видеть, что $Y_2^2 - Y_1 Y_3 < 0$.

*** При $\beta = \beta_L$ и $\mu = 0$ значение $\rho_{NSO} = \rho_{\text{loc}}$ и усредненные термодинамические потоки обращаются в нуль, откуда и следует упомянутый результат.

где

$$Q_1 \equiv \left(\frac{\partial\langle K_I\rangle_{NSO}}{\partial\beta}\right)_{\substack{\beta=\beta_L\\ \mu=0}} = \frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{-\varepsilon|t|}\int\limits_0^1 d\lambda\, \mathrm{Sp}\left\{\rho_{\mathrm{loc}}(\beta_L)K_I^0\left(t - i\hbar\lambda\beta_L\right)K_I\right\},$$

$$Q_2 \equiv -\frac{1}{\beta_L}\left(\frac{\partial\langle K_I\rangle_{NSO}}{\partial\mu}\right)_{\substack{\beta=\beta_L\\ \mu=0}} \equiv \left(\frac{\partial\langle M_I\rangle_{NSO}}{\partial\beta}\right)_{\substack{\beta=\beta_L\\ \mu=0}} = \frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{-\varepsilon|t|}\int\limits_0^1 d\lambda\, \mathrm{Sp}\left\{\rho_{\mathrm{loc}}(\beta_L)M_I^0\left(t - i\hbar\lambda\beta_L\right)K_I\right\}, \tag{10}$$

$$Q_3 \equiv -\frac{1}{\beta_L}\left(\frac{\partial\langle M_I\rangle_{NSO}}{\partial\mu}\right)_{\substack{\beta=\beta_L\\ \mu=0}} = \frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{-\varepsilon|t|}\int\limits_0^1 d\lambda\, \mathrm{Sp}\left\{\rho_{\mathrm{loc}}(\beta_L)M_I^0\left(t - i\hbar\lambda\beta_L\right)M_I\right\},$$

$$\rho_{\mathrm{loc}}(\beta_L) = \exp\left[-\beta_L\left(H_I + H_L\right)\right]/\mathrm{Sp}\left[\exp\left(-\beta_L\left(H_I + H_L\right)\right)\right].$$

Подставляя выражения (9) в систему уравнений (7) и ограничиваясь нулевым приближением для величин Y_α, получаем систему уравнений, описывающую спин-решеточную релаксацию слабо неравновесной ЯСС. Не выписывая здесь эту линейную неоднородную систему, заметим, что соответствующая ей система однородных уравнений может быть сведена к уравнению для β и соотношению, выражающему μ через β:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} - \frac{Y_3^{(0)}Q_1 - 2Y_2^{(0)}Q_2 + Y_1^{(0)}Q_3}{\left(Y_2^{(0)}\right)^2 - Y_1^{(0)}Y_3^{(0)}}\frac{d\beta}{dt} - \frac{Q_1Q_3 - Q_2^2}{\left(Y_2^{(0)}\right)^2 - Y_1^{(0)}Y_3^{(0)}} = 0, \tag{11}$$

$$\mu = \frac{Y_3^{(0)}Q_1 - Y_2^{(0)}Q_2}{Y_3^{(0)}Q_2 - Y_2^{(0)}Q_3}\left(\frac{\beta}{\beta_L}\right) - \frac{\left(Y_2^{(0)}\right)^2 - Y_1^{(0)}Y_3^{(0)}}{Y_3^{(0)}Q_2 - Y_2^{(0)}Q_3}\frac{d}{dt}\left(\frac{\beta}{\beta_L}\right), \tag{12}$$

где $Y_\alpha^{(0)} = Y_\alpha\left(\beta = \beta_L, \mu = 0\right)$.

Полагая далее $\beta \propto \exp\left(-t/\tau_{IL}\right)$, из уравнения (11) получаем характеристическое уравнение для $1/\tau_{IL}$, корни которого даются выражением

$$\frac{1}{\tau_{IL}^{(\pm)}} = \frac{1}{2}\left[Y_1^{(0)}Y_3^{(0)} - \left(Y_2^{(0)}\right)^2\right]^{-1}\left\{\left(Y_3^{(0)}Q_1 - 2Y_2^{(0)}Q_2 + Y_1^{(0)}Q_3\right) \mp \right.$$

$$\left. \mp \left[\left(Y_3^{(0)}Q_1 - 2Y_2^{(0)}Q_2 + Y_1^{(0)}Q_3\right)^2 + 4\left(Y_1^{(0)}Y_3^{(0)} - \left(Y_2^{(0)}\right)^2\right)\left(Q_2^2 - Q_1Q_3\right)\right]^{1/2}\right\}. \tag{13}$$

Полученный результат означает, что в рассматриваемом случае процесс спин-решеточной релаксации имеет, вообще говоря, двухэкспоненциальный характер, причем величины $\tau_{IL}^{\pm}$ представляют собой соответствующие времена релаксации.

В завершение настоящего раздела вычислим $Y_\alpha^{(0)}$. При этом ограничимся (здесь и в дальнейшем) рассмотрением простой кубической решетки и взаимодействием данного ядерного спина с ближайшими (шестью) ядерными спинами. В этом случае, как известно [1], $\varepsilon_{\mathbf{k}}^m = \varepsilon_0^m + \delta\varepsilon_{\mathbf{k}}^m$ ($\varepsilon_0^m = \hbar\omega_I$, $\delta\varepsilon_{\mathbf{k}}^m = \varepsilon_l\left(2\cos k_z a - \cos k_x a - \cos k_y a\right)$, $\varepsilon_l = I(\gamma\hbar)^2/a^3$). Переходя к континуальному описанию ядерных магнонов посредством замены $\sum_{\mathbf{k}} \to \frac{V}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{k}$, а также учитывая условие $\beta\varepsilon_{\mathbf{k}}^m \gg 1$, получаем

$$Y_1^{(0)} = N e^{-\beta_L\varepsilon_0^m}\left[\left(\varepsilon_0^m\right)^2 - 2\varepsilon_0^m\varepsilon_l\frac{\partial}{\partial\zeta} + \varepsilon_l^2\frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}\right]\Phi(\zeta),$$

$$Y_2^{(0)} = N e^{-\beta_L\varepsilon_0^m}\left(\varepsilon_0^m - \varepsilon_l\frac{\partial}{\partial\zeta}\right)\Phi(\zeta), \tag{14}$$

$$Y_3^{(0)} = N e^{-\beta_L\varepsilon_0^m}\Phi(\zeta),$$

где

$$\Phi(\zeta) = I_0^2(\zeta) I_0(2\zeta) ,$$

$\zeta = \beta_L \varepsilon_l$; I_0 — функция Бесселя от мнимого аргумента первого рода; N — число ядерных спинов в образце.

Выражения (9), (10) и (14) представляют собой формальное решение задачи о спин-решеточной релаксации ЯСС с диполь-дипольным взаимодействием в условиях, когда она может быть описана двумя макроскопическими параметрами — температурой и химическим потенциалом. В следующих разделах мы используем эти результаты в конкретных случаях.

2. Рассмотрим ядерную спин-решеточную релаксацию в диамагнетиках, содержащих ДУС, в условиях столь низких температур, когда диполь-дипольное взаимодействие обеспечивает возможность спин-волнового описания ЯСС. Поскольку при $I = 1/2$ квадрупольный момент ядра равен нулю, предложенный в работе [10] механизм релаксации не реализуется, и мы (следуя работе [11]) будем считать, что релаксация обусловлена модуляцией диполь-дипольного взаимодействия ядерных спинов матрицы с электронными спинами примесей, возникающей благодаря туннелированию ДУС из одной области двойной асимметричной потенциальной ямы в другую*.

Рассмотрим образец, содержащий парамагнитные примеси, представляющие собой ДУС. Гамильтониан рассматриваемой ЯСС, взаимодействующий с системой ДУС, запишем в виде

$$H = H_I + H_D + V , \qquad (15)$$

где H_D — гамильтониан ДУС;

$$V = -\gamma g \hbar^2 \sum_{j\mu} r_{j\mu}^{-3} \left(\delta_{\alpha\beta} - 3\, c_{j\mu}^{\alpha} e_{j\mu}^{\beta}\right) S_{\mu}^{\alpha} I_j^{\beta} \qquad (16)$$

— гамильтониан диполь-дипольного взаимодействия электронных спинов ДУС с ядерными спинами матрицы; $(-g)$ — гиромагнитное отношение для электронных спинов ДУС ($g > 0$); $r_{j\mu} = |\mathbf{r}_{j\mu}|$, $\mathbf{r}_{j\mu} = \mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_{\mu}$, $\mathbf{r}_j^0$ — радиус-вектор j-го ядра; $\mathbf{r}_{\mu} = \mathbf{r}_{\mu}^0 + \eta_{\mu}\mathbf{n}_{\mu}$ — радиус-вектор μ-й ДУС; $\mathbf{r}_{\mu}^0$ — радиус-вектор точки, лежащей посередине расстояния между минимумами μ-й потенциальной ямы; $\mathbf{n}_{\mu}$ — единичный вектор, ориентированный вдоль оси, проходящей через эти минимумы; η_{μ} — координата, отсчитываемая в направлении $\mathbf{n}_{\mu}$; $c_{j\mu} = \mathbf{r}_{j\mu}/r_{j\mu}$.

Запишем в соответствии с обычно используемым при описании ДУС подходом гамильтониан (15) в представлении, в котором в качестве базисных выбираются волновые функции основных состояний изолированных потенциальных ям, составляющих асимметричные ямы [13].

Разложим выражение (16) по параметру $|\eta_{\mu}/\mathbf{r}_{j\mu}^0|(\mathbf{r}_{j\mu}^0 = \mathbf{r}_j^0 - \mathbf{r}_{\mu}^0)$, который при вычислении матричных элементов оператора V может рассматриваться малым**, ограничиваясь линейным по этому параметру приближением и слагаемыми, ответственными за непосредственный обмен энергией между ядерными спинами и ДУС. При вычислении матричных элементов $(\eta_{\mu})_{mn}$ пренебрегаем их зависимостью от μ, а также асимметричностью потенциальных ям, в результате получаем

$$(\eta_{\mu})_{11} \simeq -(\eta_{\mu})_{22} \simeq -l/2 ,$$

$$(\eta_{\mu})_{12} \simeq (\eta_{\mu})_{21} \simeq 0 ,$$

(l — среднее расстояние между минимумами). Запишем полученный таким образом гамильтониан взаимодействия в спин-волновом приближении по ядерным спинам, совершая над гамильтонианом (15) (модифицированным описанными выше преобразованиями) унитарное преобразование, диагонализирующее H_D и, наконец, введем (следуя модели спиновой аналогии [14]) псевдоспин, определяемый выражениями

$$d^z = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix} , \quad d^x = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix} ,$$

для искомого гамильтониана, описывающего ядерную спин-решеточную релаксацию с участием ДУС. Получаем

$$\tilde{H} = H_I + \tilde{H}_D + \tilde{V}_1 , \qquad (17)$$

где

$$\tilde{H}_D = \sum_{\mu} E_{\mu} d_{\mu}^z ; \qquad (18)$$

* В работе [11] исследовалась ядерная спин-решеточная релаксация в области низких температур, при которых ЯСС находится в парамагнитной фазе. При этом диполь-дипольным взаимодействием в ЯСС пренебрегали.

** Размеры двойной потенциальной ямы, внутри которой локализована ДУС, намного меньше межатомных расстояний, чем и предопределена малость параметра $|\eta_{\mu}/\mathbf{r}_{j\mu}^0|$.

$$\tilde{V}_1 = \frac{(-1)}{2N^{1/2}} \sum_{\mu} \sum_{\mathbf{k}} \left(V_k^{z-} a_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\mu^0} + V_k^{z+} a_{\mathbf{k}}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_\mu^0} \right) \times$$

$$\times S_\mu^z \left(d_\mu^z \cos\theta_\mu - d_\mu^x \sin\theta_\mu \right) ; \qquad (19)$$

$E_\mu = \sqrt{\varepsilon_\mu^2 + \Delta_\mu^2}$ — разность энергий между уровнями μ-й ДУС; ε_μ — параметр асимметрии; Δ_μ — энергия связи, обусловленная туннелированием; $\cos\theta_\mu = \varepsilon_\mu / E_\mu$, $\sin\theta_\mu = \Delta_\mu / E_\mu$.

$$V_{\mathbf{k}}^{z\pm} = \sum_j V_{j\mu}^{z\pm} e^{\mp i\mathbf{k}\mathbf{r}_{j\mu}} \simeq \mp \frac{3\gamma g \hbar^2 l}{a^3} \left(\frac{l}{a}\right) \times$$

$$\times \left[n_\mu^2 \left(\sin k_x a \pm i \sin k_y a \right) + n_\mu^{\pm} \sin k_z a \right] ,$$

(в приближении взаимодействия примеси с шестью соседними ядерными спинами).

В работе [11] отмечено, что взаимодействие (19) является источником двух различных механизмов релаксации. Один из них обусловлен резонансным обменом энергией между ядерными магнонами и ДУС (слагаемое, содержащее d_μ^x), другой связан с переменным магнитным полем, возникающим благодаря флуктуациям z-компоненты псевдоспина ДУС (слагаемое, содержащее d_μ^z). Перейдем к рассмотрению этих механизмов. Обусловленному резонансным обменом энергией между ядерными магнонами и ДУС механизму ядерной спин-решеточной релаксации отвечают операторы термодинамических потоков*

$$K_I = \frac{i\langle S_0^z \rangle}{2\hbar N^{1/2}} \times$$

$$\times \sum_{\mu} \sum_{\mathbf{k}} \left(V_{\mathbf{k}}^{z-} a_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\mu^0} - V_{\mathbf{k}}^{z+} a_{\mathbf{k}}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_\mu^0} \right) \varepsilon_{\mathbf{k}}^m d_\mu^x \sin\theta_\mu ,$$

$$M_I = \frac{i\langle S_0^z \rangle}{2\hbar N^{1/2}} \times$$

$$\times \sum_{\mu} \sum_{\mathbf{k}} \left(V_{\mathbf{k}}^{z-} a_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\mu^0} - V_{\mathbf{k}}^{z+} a_{\mathbf{k}}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_\mu^0} \right) d_\mu^x \sin\theta_\mu .$$

Подставляя эти выражения в (10), после некоторых вычислений, включающих усреднение по пространственным ориентациям векторов n_μ, для коэффициентов Q_α получаем

$$Q_1 = \frac{\pi}{8N\hbar} \times$$

$$\times \sum_{\mu} \sum_{\mathbf{k}} \overline{|V_{\mathbf{k}}^{z+}|^2} \left(\varepsilon_{\mathbf{k}}^m\right)^2 e^{-\beta_L \varepsilon_{\mathbf{k}}^m} \delta\left(E_\mu - \varepsilon_{\mathbf{k}}^m\right) \rho_\mu ,$$

$$Q_2 = \frac{\pi}{8N\hbar} \sum_{\mu} \sum_{\mathbf{k}} \overline{|V_{\mathbf{k}}^{z+}|^2} \left(\varepsilon_{\mathbf{k}}^m\right) e^{-\beta_L \varepsilon_{\mathbf{k}}^m} \delta\left(E_\mu - \varepsilon_{\mathbf{k}}^m\right) \rho_\mu , \qquad (20)$$

$$Q_3 = \frac{\pi}{8N\hbar} \sum_{\mu} \sum_{\mathbf{k}} \overline{|V_{\mathbf{k}}^{z+}|^2} e^{-\beta_L \varepsilon_{\mathbf{k}}^m} \delta\left(E_\mu - \varepsilon_{\mathbf{k}}^m\right) \rho_\mu ,$$

где

$$\overline{|V_{\mathbf{k}}^{z+}|^2} = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega_{\mathbf{n}_\mu} |V_{\mathbf{k}}^{z+}|^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{3\gamma g \hbar^2 l}{a^3} \right)^2 \times$$

$$\times \left(\frac{1}{a}\right)^2 \left[\sin^2 k_x a + \sin^2 k_y a + 2 \sin^2 k_z a \right] ,$$

$$\rho_\mu = \Delta_\mu^2 / E_\mu^2 .$$

Известно, что совокупность N_S парамагнитных примесей, из которых ДУС являются N_{SD}, может быть представлена функцией распределения [8], нормированной на число ДУС в единице объема n_{SD} и определенной в области $0 \le E \le E_{\max}$, $\rho_0 \le \rho \le 1$:

$$P(E,\rho) = \frac{p_D n_S}{E_{\max} F_1} \rho^{-1} (1-\rho)^{-1/2} ,$$

$E_{\max} = k_B T_D$ — максимально возможная разность энергии между уровнями ДУС; T_D — температура Дебая; $\rho_0 << 1$ — минимально возможное значение параметра ρ; $p_D = N_{SD} / N_S$; n_S — число парамагнитных спинов в единице объема; $F_1 = \int_{\rho_0}^{1} d\rho\, \rho^{-1} (1-\rho)^{-1/2} = \ln(4/\rho_0)$. Это позволяет перейти от суммирования по μ к интегрированию по E и ρ путем замены

$$\sum_\mu f\left(E_\mu, \rho_\mu\right) \to V \int_0^{E_{\max}} dE \int_{\rho_0}^{1} d\rho\, P(E,\rho) f(E,\rho) .$$

* Мы заменили оператор S_0^z его квантовостатистическим средним (при столь низких температурах практически совпадающим с 1/2).

Используя эту замену, проводя требуемые вычисления и подставляя полученные в результате этих вычислений выражения для Q_a в формулу (13), для искомых скоростей ядерной спин-решеточной релаксации получаем

$$\frac{1}{\tau_{IL}^{(\pm)}} = \frac{3\pi p_D c_S}{4\hbar E_{\max} F_1}\left(\frac{\gamma g\hbar^2}{a^3}\right)^2\left(\frac{l}{a}\right)^2 \times$$

$$\times\left\{4 - \frac{\chi\Phi'' - 2\chi'\Phi' + \chi''\Phi}{\Phi\Phi'' - \Phi'^2} \pm \frac{1}{\Phi\Phi'' - \Phi'^2}\left[(\chi\Phi'' - \chi''\Phi)^2 - 4(\chi'\Phi - \chi\Phi')(\chi''\Phi' - \chi'\Phi'')\right]^{1/2}\right\},$$

где

$$\chi(\zeta) = I_0(\zeta)\left\{I_0'' I_0(2\zeta) + I_0(\zeta) I_0''(2\zeta)\right\};$$

$c_S = N_S/N$ — концентрация парамагнитных примесей; штрих означает производную по аргументу; $E_{\max} > \varepsilon_k^m$.

В представляющем практический интерес предельном случае $\beta_L \varepsilon_l \ll 1$ с использованием разложения функции I_0 при малых значениях аргумента получим*

$$\frac{1}{\tau_{IL}^{(+)}} \simeq \frac{3\pi p_D c_S \hbar}{2E_{\max} F_1}\left(\frac{\gamma g\hbar}{a^3}\right)^2\left(\frac{l}{a}\right)^2\left(1 + \frac{5}{16}\zeta^2\right),$$

$$\frac{1}{\tau_{IL}^{(-)}} \simeq \frac{19\pi p_D c_S \hbar}{16E_{\max} F_1}\left(\frac{\gamma g\hbar}{a^3}\right)^2\left(\frac{l}{a}\right)^2\left(1 - \frac{89}{152}\zeta^2\right). \qquad (21)$$

Из выражений (21) следует, что скорости релаксации $1/\tau_{IL}^{(+)}$ и $1/\tau_{IL}^{(-)}$ имеют одинаковый порядок величины. При этом $1/\tau_{IL}^{(+)}$ слабо возрастает, а $1/\tau_{IL}^{(-)}$ слабо убывает с уменьшением T_L (увеличением β_L). Поскольку, однако, $\tau_{IL}^{(-)} > \tau_{IL}^{(+)}$, общее время релаксации в большей мере определяется величиной $\tau_{IL}^{(-)}$, и процесс релаксации с уменьшением T_L слабо замедляется. Такая зависимость времени релаксации от температуры обусловлена диполь-дипольным взаимодействием в ЯСС. Заметим, что $1/\tau_{IL}^{(-)}$ находится в соответствии с не зависящим от температуры слагаемым в выражении для времени спин-решеточной релаксации в работе [11].

Оценим теперь порядок величины времени релаксации. Полагая $g \simeq 1{,}8\cdot 10^7\ \text{Гс}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$, $\gamma \simeq 2{,}6\cdot 10^4\ \text{Гс}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$, $a \simeq 4\cdot 10^{-8}$ см, $c_S \simeq 10^{-2}$, $p_D \simeq 10^{-3}$, $z \simeq 6$, $T_D \simeq 2\cdot 10^2$ K, $1/a \simeq 10^{-2}$, найдем $\tau_{IL}^{(-)} \simeq 1{,}4\cdot 10^8 F_1$ с. В широком интервале значений ρ_0, удовлетворяющих условию $\rho_0 \ll 1$, $F_1 \approx 10$. Отсюда следует, что $\tau_{IL}^{(-)} \approx 50$ лет.

В работе [8] показано, что второй механизм релаксации, связанный с флуктуациями z-компоненты псевдоспина ДУС, приводит к линейной зависимости скорости релаксации от температуры. Следует ожидать, что эта температурная зависимость сохранится при переходе от милликельвинов к микрокельвинам. Это, со своей стороны, должно привести к сильному уменьшению (в $\sim 10^3$ раз) скорости релаксации. Иными словами, есть все основания полагать, что в области сверхнизких температур связанная с ДУС ядерная спин-решеточная релаксация должна быть обусловлена механизмом, состоящим в резонансном обмене энергией между ядерными спинами и ДУС. Поэтому мы не будем рассматривать в настоящей работе механизм релаксации, вызванной флуктуациями z-компоненты псевдоспина ДУС.

3. По соображениям, изложенным во введении, в диамагнетиках, не содержащих ДУС (либо содержащих их в недостаточной концентрации), существенную роль в ядерной спин-решеточной релаксации при сверхнизких температурах должен играть механизм Абрагама—Уо—Сликтера. В настоящем разделе мы рассмотрим этот вопрос и приведем количественные оценки.

Гамильтониан ЯСС, взаимодействующий с решеткой через парамагнитную примесь (помещенную в начале системы координат), может быть представлен в виде

* При этом параметр β_L ограничен также и снизу установленным в работе [1] условием применимости спин-волнового приближения: $1 - p_{IL} \ll 1$.

$$H = H_I + H_S + H_L + H_{IS} + H_{SL}\,, \qquad (22)$$

где

$$H_S = \hbar\omega_S S_0^z$$

— зеемановская энергия парамагнитной примеси;

$$H_{SL} = L_0^- S_0^+ + L_0^+ S_0^-$$

— гамильтониан взаимодействия спина примеси с решеткой; H_{IS} — гамильтониан диполь-дипольного взаимодействия ядерного спина со спином парамагнитной примеси. Конкретный вид операторов $L_0^{\pm}$ зависит от механизма спин-фононной связи. В случае, рассмотрением которого ограничиваемся, эта связь обусловлена модуляцией зеемановской энергии парамагнитной примеси [15] вследствие деформации кристаллической решетки. При этом решеточные операторы в случае однофононного процесса релаксации, доминирующего при низких температурах, даются выражением

$$L_0^{\pm} = i\sum_{\mathbf{q}} \left(\varepsilon_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}}/N\right)^{1/2} A^{\pm}(\vec{\kappa})(b_{\mathbf{q}}^+ - b_{\mathbf{q}})\,, \qquad (23)$$

где $b_{\mathbf{q}}^+$ и $b_{\mathbf{q}}$ — соответственно операторы рождения и уничтожения фонона; $\varepsilon_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}}$ — энергия фонона с волновым вектором $\mathbf{q}$; $\vec{\kappa} = \mathbf{q}/q$, $A(\vec{\kappa})$ — функция, зависящая от ориентации волнового вектора $\mathbf{q}$, явный вид этой функции нам не понадобится.

Сохраним в H_{IS} лишь слагаемые с $I_i^{\pm} S_0^{\pm}$ и $I_i^{\mp} S_0^{\pm}$, обусловливающие механизм Абрагама—Уо—Сликтера. Запишем их в спин-волновом приближении по ядерным спинам, ограничиваясь простой кубической решеткой, учитывая взаимодействие примеси лишь с ближайшими соседями и, наконец, усредняя гамильтониан (22) по быстрым движениям электронного спина примеси. В этих целях используется развитый в работе [16] квантовомеханический аналог метода усреднения Крылова—Боголюбова—Митропольского [17]. Следует при этом заметить, что высокочастотные движения содержатся, вообще говоря, и в H_L и $L_0^{\pm}$. Однако в процессе однофонной спин-решеточной релаксации участвуют лишь низкочастотные фононы с $\omega \sim \omega_I$, вследствие чего процедура усреднения по ω_S является правомочной. После некоторых вычислений, детали которых могут быть найдены в работе [16], установим, что усредненный гамильтониан имеет структуру (1), причем гамильтониан спин-решеточного взаимодействия H_{IL} дается выражением*

$$H_{IL} = \frac{\langle S_0^z\rangle}{2\hbar\omega_S}\left(\frac{1}{N}\right)^{1/2} \times$$

$$\times \sum_{\mathbf{k}} \left\{\left(u_{-\mathbf{k}}^{++} L_0^- + u_{-\mathbf{k}}^{+-} L_0^+\right) a_{\mathbf{k}}^+ + \left(u_{\mathbf{k}}^{-+} L_0^- + u_{\mathbf{k}}^{--} L_0^+\right) a_{\mathbf{k}}\right\}, \qquad (24)$$

где

$$u_{\mathbf{k}}^{-+} = \left(u_{-\mathbf{k}}^{+-}\right)^* =$$

$$= -2\frac{\gamma g\hbar^2}{a^3}\left(2\cos k_z a - \cos k_x a - \cos k_y a\right), \qquad (25)$$

$$u_{\mathbf{k}}^{--} = \left(u_{-\mathbf{k}}^{++}\right)^* = 6\frac{\gamma g\hbar^2}{a^3}\left(\cos k_x a - \cos k_y a\right).$$

Заметим, что по своей природе взаимодействие (24) является косвенным, обусловленным виртуальными flip-flop электронного спина.

Остается еще вычислить коэффициенты Q_α. Подставим в (10) выражения для термодинамических потоков

$$K_I = \frac{1}{i\hbar}\left[H_I H_{IL}\right] = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}}^m \left(L_{\mathbf{k}0}^+ a_{\mathbf{k}}^+ - L_{\mathbf{k}0}^- a_{\mathbf{k}}\right),$$

$$M_I = \frac{1}{i\hbar}\left[N_I H_{IL}\right] = \sum_{\mathbf{k}} \left(L_{\mathbf{k}0}^+ a_{\mathbf{k}}^+ - L_{\mathbf{k}0}^- a_{\mathbf{k}}\right),$$

где

$$L_{\mathbf{k}0}^{\pm} = \frac{\langle S_0^z\rangle}{2\hbar^2\omega_S}\left(\frac{1}{N}\right)^{1/2}\left(u_{\mp\mathbf{k}}^{\pm\pm} L_0^{\mp} + u_{\mp\mathbf{k}}^{\pm\mp} L_0^{\pm}\right).$$

Отбросим члены, содержащие средние от $a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}'}^+$ и $a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}'}$, учитывая, что $\delta\left(\varepsilon_{\mathbf{k}}^m + \varepsilon_{\mathbf{q}}^{\mathrm{ph}}\right) = 0$. Перейдем к континуальному описанию фононов и магнонов, учитывая условие $\beta_L \varepsilon_{\mathbf{k}}^m \gg 1$ и выражения (25). Для искомых коэффициентов получим

$$Q_1 \simeq \mathrm{e}^{-\beta_L \varepsilon_0^m} \times$$

$$\times \left[\left(\varepsilon_0^m\right)^5 - 5\left(\varepsilon_0^m\right)^4 \varepsilon_I \frac{\partial}{\partial\zeta} + 10\left(\varepsilon_0^m\right)^3 (\varepsilon_I)^2 \frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}\right] F(\zeta),$$

* При вычислении усредненного гамильтониана мы сохранили лишь представляющие интерес члены, содержащие коммутатор $[S_0^+, S_0^-]$, а также произведения типа $u_{i0}^{\alpha\beta} L_0^{\gamma}$.

$$Q_2 \simeq e^{-\beta_L \varepsilon_0^m} \times$$

$$\times \left[\left(\varepsilon_0^m\right)^4 - 4\left(\varepsilon_0^m\right)^3 \varepsilon_l \frac{\partial}{\partial \zeta} + 6\left(\varepsilon_0^m\right)^2 (\varepsilon_l)^2 \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right] F(\zeta) , \tag{26}$$

$$Q_3 \simeq e^{-\beta_L \varepsilon_0^m} \times$$

$$\times \left[\left(\varepsilon_0^m\right)^3 - 3\left(\varepsilon_0^m\right)^2 \varepsilon_l \frac{\partial}{\partial \zeta} + 3\varepsilon_0^m (\varepsilon_l)^2 \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right] F(\zeta) ,$$

где

$$F(\zeta) = \frac{48\langle S_0^z\rangle^2 \upsilon A}{\pi\hbar^6 \omega_S^2 c^3} \left(\frac{\gamma g \hbar^2}{a^3}\right) \chi(\zeta) ,$$

$$\widetilde{A} = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega_{\vec{\kappa}} |A^+\vec{\kappa}|^2 , \tag{27}$$

$$\chi(\zeta) = \frac{1}{4} \left[5I_0(\zeta) I_0''(\zeta) I_0(2\zeta) - 4\left(I_0'(\zeta)\right)^2 I_0(2\zeta) + \right.$$

$$\left. + \left(I_0(\zeta)\right)^2 I_0''(2\zeta) + 2I_0(\zeta) I_0'(\zeta) I_0'(2\zeta) \right] ; \tag{28}$$

$d\Omega_{\vec{\kappa}}$ — элемент телесного угла в q-пространстве; $\upsilon = V/N = a^3$ — объем элементарной ячейки; $c = \varepsilon_q^{ph}/\hbar q$ — скорость звука. Заметим, что выражения (26) даны с точностью до членов порядка $(\varepsilon_l/\varepsilon_0^m)^2$ включительно.

Выражения (14) и (26) позволяют определить скорость ядерной спин-решеточной релаксации, обусловленной механизмом Абрагама—Уо—Сликтера при сверхнизких температурах. Подставим их в выражение (13), по-прежнему сохраняя члены порядка $(\varepsilon_l/\varepsilon_0^m)^2$ и переходя от случая одной парамагнитной примеси к случаю, когда образец содержит $N_S \ll N$ примесей. Получаем

$$\frac{1}{T_{IL}^{(\pm)}} = \frac{24\langle S_0^z\rangle^2 \omega_I^3 \upsilon A}{\pi\hbar^3 \omega_S^2 c^3} \left(\frac{\gamma g \hbar^2}{a^3}\right)^2 \frac{c_S}{\Phi'^2 - \Phi\Phi''} \times$$

$$\times \left\{ \chi\Phi'' - 2\chi'\Phi' + \chi''\Phi \pm \left[(\chi\Phi'' - \chi''\Phi)^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + 4(\chi'\Phi'' - \chi''\Phi')(\chi'\Phi - \chi\Phi') \right]^{1/2} \right\} . \tag{29}$$

В представляющем практических интерес предельном случае $\beta_L \varepsilon_l \ll 1$ из выражения (29), ограничиваясь в разложении функции I_0 при малых значениях аргумента членами порядка ζ^2 имеем*

$$\frac{1}{T_{IL}^{(+)}} \simeq \frac{27}{8} \left(\frac{\omega_I}{\omega_S}\right)^3 \left(\frac{\gamma\hbar}{a^3 H_0}\right)^2 c_S \left(1 + 25\zeta^2\right) \frac{1}{T_{SL}} ,$$

$$\frac{1}{T_{IL}^{(-)}} \simeq 3 \left(\frac{\omega_I}{\omega_S}\right)^3 \left(\frac{\gamma\hbar}{a^3 H_0}\right)^2 c_S \left(1 - 12{,}5\zeta^2\right) \frac{1}{T_{SL}} , \tag{30}$$

где $1/T_{SL} = 3\omega_S^3 A\upsilon/(\pi\hbar c^3)$ — скорость электронной спин-решеточной релаксации, обусловленной взаимодействием H_{SL}.

Как и в предыдущем случае, скорости релаксации $1/T_{IL}^{(+)}$ и $1/T_{IL}^{(-)}$ одного порядка величины и имеют подобную же температурную зависимость. При этом $1/T_{IL}^{(-)}$ отличается от скорости низкотемпературной ядерной спин-решеточной релаксации в диамагнетиках в [18] слагаемым, пропорциональным ζ^2. Это слагаемое (как было отмечено выше) своим происхождением обязано учету в спин-волновом приближении диполь-дипольного взаимодействия между ядерными спинами, в упомянутой работе не рассматриваемого**.

Оценим теперь $T_{IL}^{(-)}$, используя приведенные в разд. 2 значения параметров, а также полагая $H_0 \simeq 2{,}5\cdot 10^2$ Э и $T_L \simeq 10^{-5}$ К. В этом случае $\hbar\omega_I/k_B T_L \simeq 4{,}6$, тогда как $\hbar\omega_l/k_B T_L \simeq 0{,}75\cdot 10^{-2}$, и, следовательно, приближение «низкотемпературно», с точки зрения зеемановской энергии ядерных (естественно, и электронных) спинов, но «высокотемпературно», с точки зрения энергии диполь-дипольного взаимодействия ядерных спинов. Тем не менее спин-волновое приближение применимо, поскольку выполняется условие $1 - p_{IL} \simeq 2\cdot 10^{-2} \ll 1$ [1]. Подставляя приведенные выше значения параметров в выражение (30), находим $T_{IL}^{(-)} \simeq 5\cdot 10^4$ лет. Таким образом, даже при благоприятном подборе параметров (в особенности H_0) неэффективность (при сверхнизких температурах) механизма Абрагама—Уо—Сликтера (по

* Из деталей вычислений следует, что выражения (30) справедливы при условии $\zeta \lesssim 10^{-2}$, более жестком, чем условие $\zeta \ll 1$.

** Приведенное в работе [18] выражение для скорости релаксации содержит еще множитель $|p_L|/p_{IL}$ (p_L — электронная, а p_{IL} — ядерная поляризация, обе при температуре решетки), который в исследуемой нами области сверхнизких температур равен единице.

сравнению с рассмотренным в разд. 2 механизмом релаксации через ДУС) становится весьма реальной. Поэтому, как было отмечено выше, этот механизм может играть роль лишь в образцах, где ДУС отсутствуют либо имеются в незначительных концентрациях.

В заключение заметим, что проведение исследований, описанных в настоящей публикации, стало возможным во многом благодаря гранту N MXK000, полученному от Международного научного фонда.

1. Э. Б. Фельдман, А. К. Хитрин, *ЖЭТФ* **98**, 967 (1990).
2. B. J. Beal and J. Hatten, *Phys. Lett.* **15**, 210 (1965).
3. A. Abragam, G. L. Bacchela, H. Glattli, P. Meriel, J. Piesvawx, and M. Pinot, *Physica* **81**, 245 (1976).
4. P. L. Kuhns, P. C. Hammel, O. Gonen, and J. S. Waugh, *Phys. Rev.* 558, 4591 (1977).
5. J. S. Waugh, P. C. Hammel. P. L. Kuhns, and O. Gonen, *Bull. Magn. Res.* **11**, 97 (1989).
6. Л. Л. Буишвили, Т. Л. Буишвили, Н. П. Фокина, *Письма в ЖЭТФ* 50, 245 (1989).
7. J. S. Waugh and Ch. P. Slichter, *Phys. Rev.* 378, 4337 (1988).
8. Дж. Блек, в кн.: *Металлические стекла*, Г. Гюнтеродт, Г. Бек (ред), Мир, Москва (1963).
9. W. A. Phillips, *J. Low. Temp. Phys.* **7**, 351 (1972).
10. J. L. Reinecke and K. L. Ngai, *Phys. Rev.* **B12**, 3476 (1975).
11. L. L. Buishvili, L. Zh. Zakharov, A. I. Tugushi, and N. P. Fokina, *Physica* **B168**, 205 (1991).
12. Д. Н. Зубарев, *Неравномерная статистическая термодинамика*, Наука, Москва (1971).
13. Б. П. Смоляков, Е. П. Хаймович, *УФН* 136, 317 (1982).
14. P. W. Anderson, B. J. Halperin, and C. Varma, *Phil. Mag.* **25**, 1 (1972).
15. С. А. Альтшулер, Б. М. Козырев, *Электронный парамагнитный резонанс соединений элементов промежуточных групп*, Наука, Москва (1972).
16. Л. Л. Буишвили, М. Г. Менабде, *ЖЭТФ* 77, 2435 (1979).
17. Ю. А. Митропольский, *Метод усреднения в нелинейной механике*, Наукова думка, Киев (1971).
18. Т. Л. Буишвили, Н. П. Фокина, *ЖЭТФ* 95, 2135 (1989).

Ultralow-temperature spin-lattice relaxation of nuclear spin system with dipole-dipole interaction

L. L. Buishvili, N. P. Giorgadze, and R. L. Lepsveridze

The ultralow-temperature spin-lattice relaxation of a nuclear spin system with dipole-dipole interaction, connected with two-level systems, is considered along with the relaxation caused by the energy exchange between nuclear spins and phonons on the simultaneous virtual flip-flop of the electronic spins of paramagnetic impurity. Expressions for the relaxation rate are derived, which suggest that the most effective mechanism is caused by the resonant exchange of energy between the nuclear spins and two-level systems.