

В. Б. Ларин

## ОБ УПРАВЛЕНИИ КОЛЕСНЫМ ТРАНСПОРТНЫМ РОБОТОМ С ДВУМЯ РУЛЕВЫМИ КОЛЕСАМИ

<sup>1</sup>Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: model@inmech.kiev.ua

**Abstract.** A control of the system is studied for the case when one of operation units fails to operate. A problem of control of the wheeled transport robot with two steering wheels is considered in the case when the back steering wheel actuator (this wheel is fixed) is inoperative. An algorithm of control of system in this situation is proposed. An effectiveness of proposed algorithm is demonstrated on an example.

**Key words:** actuator fault control, nonholonomic constraints, wheeled transport robot.

### Введение.

Среди привлекающих в настоящее время внимание исследователей различных задач управления (см., например, [8, 11, 12], где есть дальнейшие ссылки) значительное место занимает проблема создания надежной функционирующей системы. Здесь следует отметить задачи определения отказавших измерительных [10] и исполнительных [1] устройств. К этому же классу задач следует отнести и задачи синтеза системы управления объектом при отказе некоторых исполнительных устройств [5].

Ниже рассмотрена задача управления колесным транспортным роботом (КТР) с двумя рулевыми колесами (передним и задним). КТР представляется как механическая система с неголономными связями. Задачу управления исследовано в кинематическом приближении. При этом принято, что имеет место неисправность привода рулевого заднего колеса (заднее рулевое колесо находится в фиксированном положении). Предложен алгоритм управления системой в такой ситуации. Рассмотрен иллюстративный пример, где показана эффективность предложенного алгоритма управления роботом.

### §1. Уравнения движения [9].

Уравнения движения для КТР с двумя рулевыми колесами (рис. 1) получим согласно [9]. Предполагаем, что  $|AO| = |BO| = L$ ;  $\psi_1, \psi_2$  – углы поворота переднего и заднего рулевых колес, соответственно;  $\theta$  – угол, который образует корпус аппарата с осью  $x$ .

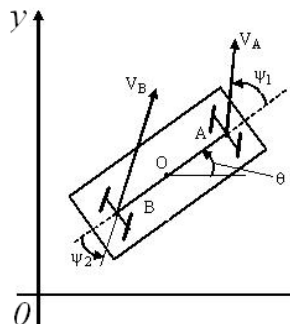


Рис. 1

Обозначив  $V_{x0}, V_{y0}$  проекции на оси  $x$  и  $y$  скорости точки  $O$ , запишем следующие соотношения:

$$\frac{V_{y0} + L \cos \theta \dot{\theta}}{V_{x0} - L \sin \theta \dot{\theta}} = \operatorname{tg}(\psi_1 + \theta);$$

$$\frac{V_{y0} - L \cos \theta \dot{\theta}}{V_{x0} + L \sin \theta \dot{\theta}} = \operatorname{tg}(\psi_2 + \theta). \quad (1.1)$$

Соотношения (1.1) представим в виде [5]:

$$V_{x_0} = \frac{\dot{\theta}L}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} (-2 \cos \psi_1 \cos \psi_2 \cos \theta + \sin(\psi_1 + \psi_2) \sin \theta);$$

$$V_{y_0} = \frac{\dot{\theta}L}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} (-2 \cos \psi_1 \cos \psi_2 \sin \theta - \sin(\psi_1 + \psi_2) \cos \theta)$$

или в форме, которую будем использовать далее:

$$V_{x_0} = -\frac{\dot{\theta}L}{2 \sin(\psi_2 - \psi_1)} (cmm + 2cpp + cpm);$$

$$V_{y_0} = -\frac{\dot{\theta}L}{2 \sin(\psi_2 - \psi_1)} (-spm - 2spp + smm); \quad \dot{\theta} = -\frac{2V_{x_0} \sin(\psi_2 - \psi_1)}{L(cpm + 2cpp + cmm)}. \quad (1.2)$$

Здесь приняты обозначения:

$$smm = \sin(\psi_1 - \theta - \psi_2); \quad spp = \sin(\psi_1 + \theta + \psi_2);$$

$$spm = \sin(\psi_1 + \theta - \psi_2); \quad cpm = \cos(\psi_1 + \theta - \psi_2); \quad (1.3)$$

$$cpp = \cos(\psi_1 + \theta + \psi_2); \quad cmm = \cos(\psi_1 - \theta - \psi_2).$$

Введем управляющие воздействия  $u_1$  и  $u_2$  следующим образом:

$$\dot{\psi}_1 = u_1 V_{x_0}; \quad \dot{\psi}_2 = u_2 V_{x_0}. \quad (1.4)$$

Предполагая, что  $V_{x_0} > 0$  перепишем уравнения (1.3), (1.4) в следующем виде:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{(-smm + 2spp + spm)}{(cpm + 2cpp + cmm)}; \quad \theta' = \frac{d\theta}{dx} = \frac{2 \sin(\psi_1 - \psi_2)}{L(cpm + 2cpp + cmm)}; \quad (1.5)$$

$$\frac{d\psi_1}{dx} = u_1; \quad \frac{d\psi_2}{dx} = u_2.$$

Продифференцировав первые два уравнения по  $x$  и принимая во внимание последние два уравнения этой системы, можно записать:

$$y'' = v_1; \quad (1.6)$$

$$\theta'' = v_2, \quad (1.7)$$

где

$$v_1 = a_{11}u_1 + a_{12}u_2 + b_1; \quad v_2 = a_{21}u_1 + a_{22}u_2 + b_2;$$

$$a_{11} = \frac{4(cpmcpp + 1 - spmspp)}{d_1}; \quad a_{12} = \frac{4(cppcmm + 1 - sppsmm)}{d_1};$$

$$d_1 = cpm(cpm + 4cpp + 2cmm) + (2cpp + cmm)^2; \quad (1.8)$$

$$b_1 = \frac{2}{L} \frac{\sin(-\psi_2 + \psi_1)}{d_2} \left( 1 + \frac{(spm + 2spp - smm)^2}{d_2^2} \right);$$

$$d_2 = cpm + 2cpp + cmm;$$

$$a_{21} = \frac{2}{Ld_2^2} (d_2 \cos(\psi_1 - \psi_2) + \sin(\psi_1 - \psi_2)(spm + 2spp + smm));$$

$$a_{22} = -\frac{2}{Ld_2^2} (d_2 \cos(\psi_1 - \psi_2) + \sin(\psi_1 - \psi_2)(spm - 2spp - smm));$$

$$b_2 = \frac{4(\sin(-\psi_2 + \psi_1))^2 (spm + 2spp - smm)}{L^2 d_2^3}.$$

Здесь использованы обозначения, принятые в (1.4).

Отметим, что из первых двух уравнений (1.5) можно получить следующие выражения для  $\psi_1, \psi_2$ :

$$\psi_1 = \arctg\left(\frac{(\theta' L + y' \cos \theta - \sin \theta)}{(y' \sin \theta + \cos \theta)}\right); \quad \psi_2 = \arctg\left(\frac{(y' \cos \theta - \theta' L - \sin \theta)}{(y' \sin \theta + \cos \theta)}\right). \quad (1.9)$$

## §2. Управление с помощью одного рулевого колеса КТР с двумя рулевыми колесами.

Очевидно, что задача управления КТР, движение которого описывается уравнениями (1.6), (1.7) может быть решена известными методами [2, 4]. Однако, в случае «отказа» одного исполнительного устройства, т.е., когда одно рулевое колесо, например заднее, «заклинит» ( $\psi_2 = \text{const}$ ), то задачи управления такой системой требуют отдельного рассмотрения.

Итак, предполагая, что  $\psi_2 = \psi_{20} = \text{const}$  рассмотрим задачу управления КТР, изображенного на рис. 1. Используя второе соотношение (1.9), получаем следующее выражение для  $\theta'$ :

$$\theta' = -(\text{tg} \psi_2 (y' \sin \theta + \cos \theta) - y' \cos \theta + \sin \theta) / L. \quad (2.1)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае движение системы описывается уравнениями (1.6), (2.1).

Рассмотрим задачу управления таким объектом.

Итак, пусть управление  $v_1$  в (1.6) определяется следующим образом:

$$v_1 = k_1 y + k_2 y', \quad (2.2)$$

где коэффициенты  $k_1, k_2$  выбираются так, что обеспечивается устойчивость системы (1.6), (2.2). Значения этих коэффициентов можно определить, например, решая линейную квадратичную задачу [2, 4].

Таким образом, зная величину  $v_1$  (задав коэффициенты  $k_1, k_2$  в (2.2)) и приняв во внимание, что в рассматриваемом случае фигурирующая в (1.5) величина  $u_2 = 0$ , можно получить следующее из (1.8) соотношение для управления  $u_1$ :

$$u_1 = \frac{v_1 - b_1}{a_{11}}. \quad (2.3)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае «отказа» управления задним рулевым колесом задача синтеза системы управления КТР сводится к выбору коэффициентов  $k_1, k_2$  в (2.2).

Отметим, что при выборе начальных условий, определяющих процесс интегрирования уравнений (1.6), (2.1) может оказаться полезным соотношение, следующее из (1.9):

$$y' = -\frac{(\operatorname{tg} \psi_1 + \operatorname{tg} \psi_2) \cos \theta + 2 \sin \theta}{(\operatorname{tg} \psi_1 + \operatorname{tg} \psi_2) \sin \theta - 2 \cos \theta}. \quad (2.4)$$

### §3. Пример.

Проиллюстрируем, описанный в п.2 алгоритм управления КТР, следующим примером. Движение объекта, схематически показанного на рис. 1, описывается дифференциальными уравнениями (1.6), (2.1). Принимаем следующие значения параметров начальных условий:

$$L = 1; k_1 = -2; k_2 = -2; y(0) = 1; \theta(0) = 0; \psi_1(0) = 0; \psi_2 = -0,1 = \text{const}.$$

Отметим, что для определения значения  $y'(0)$  использовано соотношение (2.4).

Результаты моделирования (для построения решения системы (1.6), (2.1) использована процедура `ode45.m` MATLAB [3, 7]; для построения графиков  $\psi_1(x)$  и  $u_1(x)$  использованы соотношения (1.9), (2.3), соответственно) приведены на рис. 2 (график  $y(x)$ ), рис. 3 (график  $\theta(x)$ ), рис. 4 (график  $\psi_1(x)$ ), рис. 5 (график  $u_1(x)$ ).

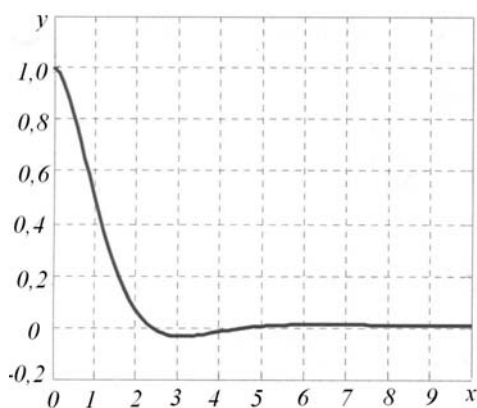


Рис. 2

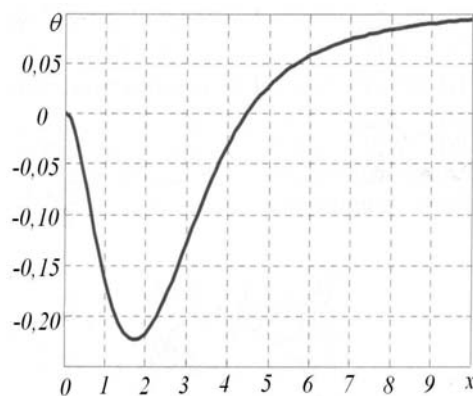


Рис. 3

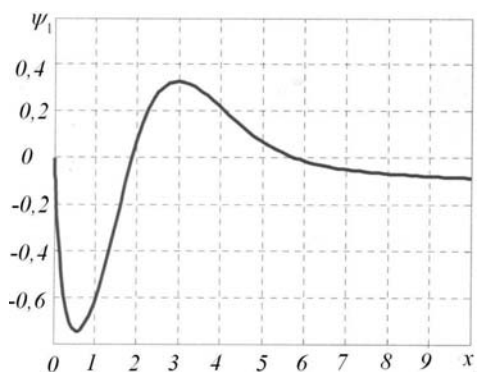


Рис. 4

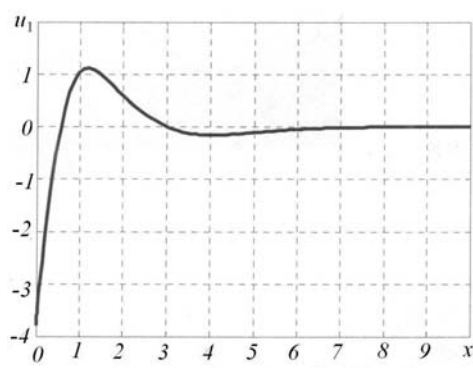


Рис. 5

Эти графики свидетельствуют о достаточно высоком качестве переходного процесса, который обеспечивает принятый алгоритм управления. Из анализа этих графиков, как следовало ожидать, после переходного процесса КТР будет двигаться вдоль оси  $x$  ( $y(x) \rightarrow 0$ ) со следующими значениями углов поворота корпуса и рулевых колес:  $\theta = 0,1$ ,  $\psi_1 = \psi_2 = -0,1$ .

### Заклучение.

Рассмотрен вопрос управления системой в случае отказа одного из исполнительных устройств. А именно, рассмотрена задача управления колесным транспортным роботом с двумя рулевыми колесами в случае, когда имеет место неисправность привода заднего рулевого колеса (заднее рулевое колесо находится в фиксированном положении). Предложен алгоритм управления системой в такой ситуации. На примере демонстрируется эффективность предложенного алгоритма.

РЕЗЮМЕ. Досліджено управління системою у випадку відмови одного з виконавчих пристроїв. Розглянуто задачу управління колісним транспортним роботом із двома рульовими колісьми у випадку, коли має місце несправність приводу заднього рульового колеса (заднє рульове колесо знаходиться у фіксованому положенні). Запропоновано алгоритм управління системою в такій ситуації. На прикладі демонструється ефективність запропонованого алгоритму.

1. *Larin V.B.* Об определении отказавшего исполнительного устройства // Проблемы управления и информатики. – 2016. – № 1. – С. 61 – 69.
2. *Aliiev F.A., Larin V.B.* Optimization of linear control systems: analytical methods and computational algorithms. – Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 1998. – 261 p.
3. *Boyd S., Ghaoui L.E., Feron E., Balakrishnan V.* Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. – Philadelphia: SIAM, 1994. – 193 p.
4. *Bryson A.E. Jr., Ho-Yu-Chi.* Applied Optimal Control. Optimization, Estimation and Control. – Massachusetts: Waltham, 1969. – 544 p.
5. *Fazal-ur-Rehman.* Steering of Nonholonomic Mobile Robots by Using Differential Geometric Approach // Appl. Comput. Math. – 2002. – **1**, N 2. – P. 131 – 141.
6. *Franze G., Tedesco F., Famularo D.* Actuator Fault Tolerant Control: A Receding Horizon Set-Theoretic Approach // IEEE Trans. Automatic Control. – 2015. – **60**, N 8. – P. 2225 – 2230.
7. *Gahinet P., Nemirovski A., Laub A.J., Chilali M.* LMI control toolbox users guide. – The MathWorks Inc., – 1995.
8. *Khoroshun A.S.* On Stability of Horizontal Motion of an Airplane // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 1. – P. 96 – 104.
9. *Larin V.B.* On Stabilization of Motions of System with Nonholonomic Constraints // J. of Automat. and Inform. Sci. – 2006. – **38**, N 4 – P. 8 – 22.
10. *Larin V.B.* On Identification of Faults of Navigation Measuring Elements // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 6. – P. 696 – 701.
11. *Larin V.B., Tunik A.A.* On Improving the Quality of Tracking the Program Trajectory by Aircraft // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 5. – P. 601 – 606.
12. *Martynuk A.A.* Elements of a Theory of Stability of Motion for Hybrid Systems (Review) // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 3. – P. 243 – 302.

Поступила 21.11.2016

Утверждена в печать 14.03.2017