

Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек, ослабленных круговыми отверстиями при кручении

А. П. Дзюба¹, Е. Ф. Прокопало, П. А. Дзюба

Днепровский национальный университет им. Олеся Гончара, Днепр, Украина

¹ dzb@ua.fm

Обсуждаются результаты экспериментального исследования устойчивости ортотропных цилиндрических оболочек различной длины, ослабленных регулярными круговыми отверстиями, расположенными в одном поясе вдоль направляющей оболочки при нагружении крутящим моментом. Описываются формы потери устойчивости оболочек. Анализируются зависимости критических нагрузок от количества отверстий.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, кручение, устойчивость, эксперимент, круговые отверстия.

Введение. Цилиндрические оболочки с отверстиями широко применяются в качестве несущих элементов конструкций в ракето-, авиа- и судостроении, строительстве и других областях техники. Этим обусловлен повышенный интерес к изучению поведения таких конструкций при действии различных внешних нагрузок. Напряженно-деформированное состояние оболочек, ослабленных вырезами, исследовано достаточно подробно [1–8].

С практической точки зрения одной из наиболее важных является задача о влиянии отверстий на устойчивость оболочек. Теоретическое решение такой задачи представляет сложности. В [9] подчеркивается, что при решении проблемы устойчивости тонкостенных упругих оболочек с вырезами кроме обычных трудностей, типичных для задач расчета устойчивости оболочек вообще, имеют место и специфические особенности, вызванные наличием отверстий. Сложность проблемы состоит в том, что еще задолго до достижения критической нагрузки возможно значительное перераспределение напряжений, вызванное взаимодействием двух полей: основного напряженного состояния, распространяющегося по всей поверхности оболочки, и зоны возмущения около отверстия. А это, в свою очередь, усугубляется невозможностью при решении задачи устойчивости разделить напряженное состояние на сумму двух: основного и дополнительного, как это принято при исследовании концентрации напряжений в оболочках с вырезами в связи с существенной нелинейностью задачи [5, 8, 10–12].

Поскольку достоверно учесть влияние отверстий на несущую способность оболочки при воздействии различных силовых факторов, сопутствующих ее эксплуатации, теоретически проблематично, реально решение задачи обусловлено органическим сочетанием экспериментальных исследований с теоретическими (численными) [10–13], предусматривающими использование данных тщательно поставленного эксперимента как научного фундамента для решения задач расчета несущей способности тонкостенных оболочек. Несмотря на важность экспериментальных исследований, их проведение в этой области нельзя считать завершенным, поскольку имеют место значительные трудности технического характера.

В одном из первых экспериментальных исследований влияния круговых отверстий на устойчивость оболочек при осевом сжатии использовались модели, изготовленные методом центробежного литья [14]. В [13] приведены аналитическое выражение и зависимости критических нагрузок, соответствующих потере устой-

чивости цилиндрической оболочки, от диаметра одного кругового отверстия. Результаты экспериментальных исследований устойчивости цилиндрических оболочек с одним и двумя отверстиями круговой или квадратной формы обсуждаются в [15].

Эти и другие известные результаты экспериментального исследования устойчивости цилиндрических оболочек с отверстиями [16–21] получены, как правило, при испытании незначительного количества моделей с одним, а в некоторых случаях с двумя–шестью вырезами. В целом известные результаты исследований относятся к оболочкам различного размера, изготовленным из разных материалов и испытанных по различным методикам. Сопоставление этих результатов с целью выявления общих закономерностей поведения оболочек является достаточно проблематичным. Значительный интерес представляет проведение широкомасштабных системных экспериментов в этой области. Цель данной работы заключается в исследовании влияния количества круговых отверстий на величину критических нагрузок цилиндрических оболочек при нагружении крутящим моментом.

Методика проведения экспериментальных исследований. В качестве материала для изготовления моделей оболочек использовалась специальная чертежная бумага марки “В” ГОСТ 597-73. Впервые возможность исследования тонкостенных оболочек, выполненных из бумаги, была показана в работе [22]. Последующие экспериментальные исследования [12, 19, 23–26] подтвердили целесообразность использования высококачественного ватмана для изготовления моделей при исследовании устойчивости тонкостенных оболочек. При выраженной ортотропии механических свойств такая чертежная бумага имеет весьма высокую стабильность и однородность показателей упругости, прочности и геометрии листа, а ее относительные упругие характеристики (отношение предела текучести к модулю упругости) выше, чем у многих других материалов, включая и высокопрочные стали, что расширяет возможности проведения эксперимента в упругой стадии деформирования. Наиболее важным свойством бумажного листа является его высокая способность к обработке, которая обуславливает достаточно простые технологии изготовления качественных практически идентичных образцов и подготовку их к испытаниям, а также простые и эффективные методики нагружения для проведения достоверного эксперимента.

Основные механические характеристики материала: модули упругости $E_x = 6,9 \cdot 10^9$ Па, $E_y = 3,45 \cdot 10^9$ Па; коэффициенты Пуассона $\mu_x = 0,3$, $\mu_y = 0,15$; пределы прочности $\sigma_{x,b} = 45$ МПа, $\sigma_{y,b} = 30$ МПа; x , y соответствуют главным направлениям ортотропии, которые совпадают с направлениями длинной (ось x) и короткой (ось y) сторон бумажного листа. Толщина листа $\delta = 0,23$ мм. Эти величины для используемой партии бумаги не изменились.

Для изготовления оболочек из листа ватмана вырезались прямоугольные заготовки таким образом, чтобы их стороны были параллельны главным направлениям ортотропии: направление E_x всегда совпадало с направлением образующей оболочки, а E_y – с ее направляющей. На заготовках с помощью высечек пробивались круговые отверстия, расположенные регулярно вдоль направляющей и симметрично относительно среднего поперечного сечения. Такая технология обеспечивала в области отверстий отсутствие остаточных деформаций. Диаметр d всех отверстий был одинаковым (10 мм). Количество отверстий n изменялось от одного до 12 с интервалом, равным единице. Внутренний радиус R всех моделей составлял 37,5 мм.

Заготовка склеивалась на металлическом цилиндре kleem БФ-2. Для обеспечения возможности равномерной передачи на оболочку крутящих моментов к ее криволинейным кромкам приклеивались жесткие металлические торцевые приспособления, имеющие круговое поперечное сечение диаметром 75 мм. При таком закреплении краев обеспечивались граничные условия, близкие к жесткому защемлению. Ширина прилейки с обеих сторон оболочки составляла 20 мм, поэтому

полная длина оболочек каждой серии была на 40 мм больше ее рабочей длины. Для оценки влияния склейки (шва) проводились дополнительные испытания моделей с различным расположением отверстий относительно шва. Такая технология изготовления позволяла получать результаты, различающиеся для идентичных моделей менее чем на 5% [23]. Для обеспечения необходимой достоверности результатов испытаний каждая геометрически номинально одинаковая модель с $n = 0\text{--}12$ круговыми отверстиями изготавлялась и испытывалась в двух экземплярах. Испытание второй идентичной модели играло роль контрольного. Если расхождение между результатами испытаний двух моделей выходило за рамки указанных выше 5%, то возникла необходимость в тщательном изучении причин этого явления (в частности, погрешностей в технологии изготовления и испытании моделей) путем проведения дополнительных испытаний. (Такая необходимость в данном эксперименте не возникла и в таблице приведены усредненные результаты испытаний двух моделей, которые практически (в рамках 5%) совпадали.) Было испытано 130 моделей пяти серий оболочек, различающихся между собой относительной рабочей длиной $L/R = 1,0; 1,5; 1,75; 2,0; 3,0$ соответственно.

Изменение количества волн в зависимости от количества n отверстий

L/R	n, равное												
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1,0	12	12	12	12	12	10	12	7	8	9	10	11	12
1,5	10	10	10	9	8	10	12	7	8	9	10	11	12
1,75	10	10	10	9	8	10	6	7	8	9	10	11	12
2,0	10	9	8	9	8	10	6	7	8	9	10	11	12
3,0	8	8	8	9	8	10	6	7	8	9	10	11	12

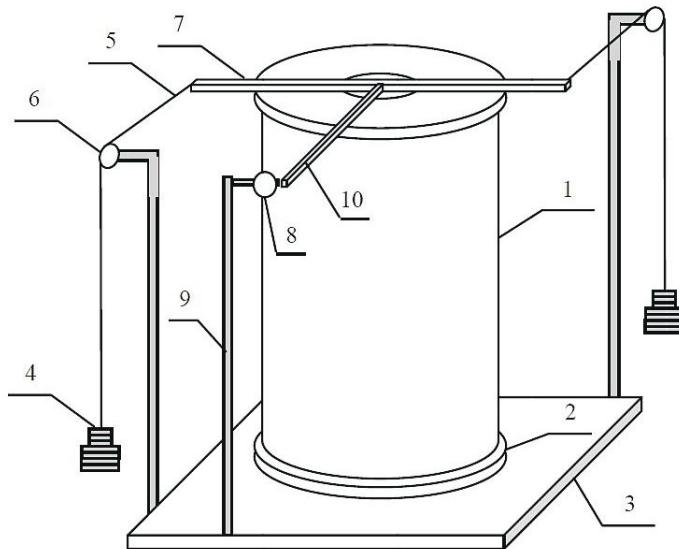


Рис. 1. Схема испытательной установки на кручение цилиндрических оболочек с отверстиями.

При проведении эксперимента использовалась специально разработанная испытательная установка [23], схема которой представлена на рис. 1. Оболочка 1 нижним торцом 2 неподвижно крепилась к жесткой горизонтальной плите 3. Крутящий

момент создавался с помощью стандартных гирь 2-го класса точности 4 по схеме “мертвого груза” (при потере устойчивости оболочки действующий на нее крутящий момент оставался постоянным) и передавался на оболочку через систему тросов 5, блоков 6 и рычаг 7, который неподвижно крепился к верхнему торцу оболочки. Для измерения углов закручивания использовался закрепленный на штативе 9 индикатор часового типа 8, с помощью которого отслеживалось перемещение рычага 10.

Анализ результатов эксперимента. При нагружении оболочек крывающим моментом в области отверстий появлялись изгибные деформации в виде двух диаметрально противоположных (по отношению к отверстию) продолговатых выпучин, которые плавно развивались с увеличением нагрузки. Их направление совпадало с направлением (наклоном) гребня волны, образующейся в дальнейшем при потере устойчивости. Картина волнообразования, которым сопровождалась потеря устойчивости оболочек первой серии, приведена на рис. 2.

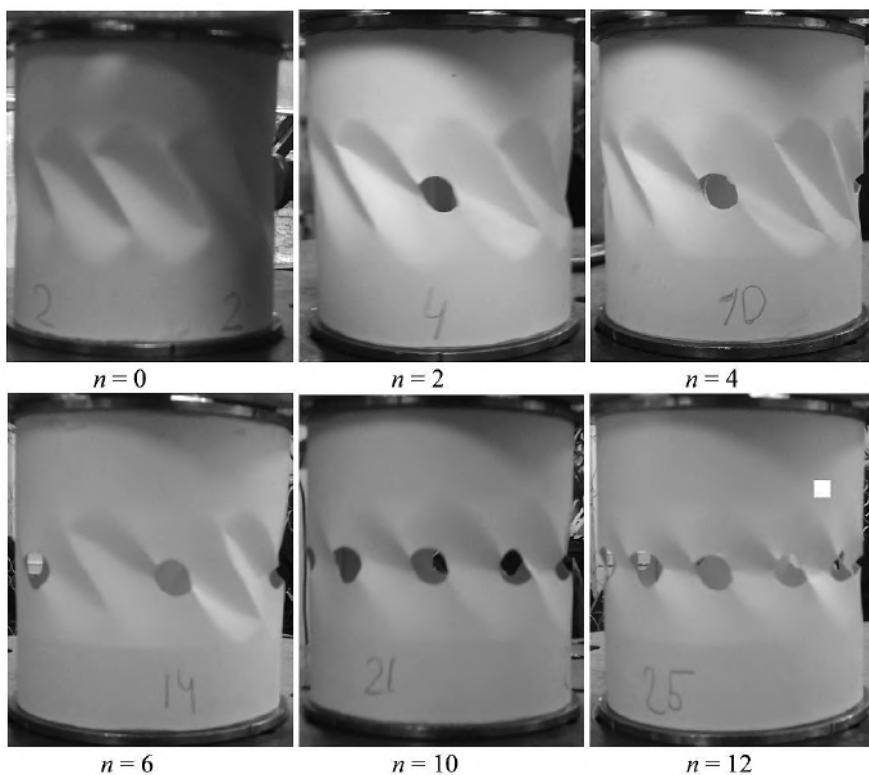


Рис. 2. Формы потери устойчивости оболочек первой серии ($L/R = 1,0$) с разным количеством круговых отверстий.

При этом сплошная оболочка и оболочка с одним отверстием теряли устойчивость с образованием 12 волн. С увеличением количества отверстий $n = 2, 3, 4$ шт. между их центрами образовывались пять, три и две волны соответственно. Гребни волн проходили также через середину каждого из отверстий с наклоном к оси оболочки. Общее количество волн оставалось равным 12. При $n = 5$ на оболочках появлялись 10, а при $n = 6\text{--}12$ волн. При дальнейшем увеличении количества отверстий с 7 до 12 количество волн всегда совпадало с количеством отверстий.

С увеличением длины оболочки с $L/R = 1,0$ до $3,0$ (рис. 3) угол наклона α ребра волны уменьшался с 45° до 30° , а с ростом длины оболочки и количества отверстий относительная длина волны l/L (отношение длины волны l к длине оболочки L)

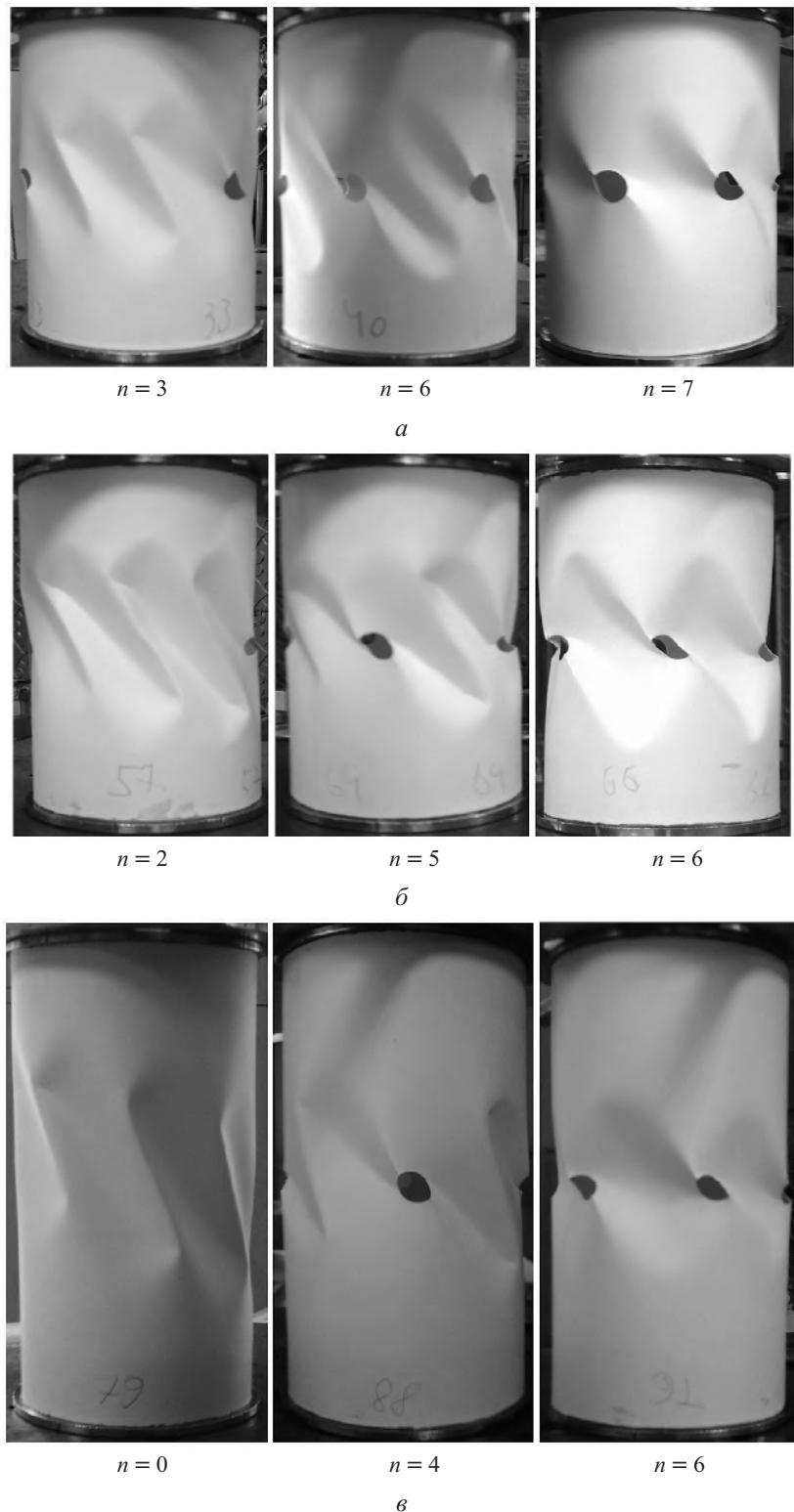


Рис. 3. Формы потери устойчивости оболочек второй ($L/R = 1,5$) – *а*, третьей ($L/R = 1,75$) – *б* и пятой ($L/R = 3,0$) – *в* серий с разным количеством круговых отверстий.

уменьшалась с 1 до 0,25. Потеря устойчивости оболочек проходила плавно без хлопка, характерного для выпучивания моделей при осевом сжатии. Локальной потери устойчивости не наблюдалась. Процесс докритического деформирования и потеря устойчивости проходили качественно одинаково для всех испытанных оболочек различной длины, а количество волн для оболочек каждой серии однозначно определялось количеством отверстий (таблица).

На рис. 4 представлены осредненные по результатам экспериментальных исследований двух номинально идентичных оболочек значения приведенного критического крутящего момента ($\bar{M}_{kp} = M_{kp}/M_{kp}^c$) в зависимости от количества n круговых отверстий для испытанных серий оболочек, где M_{kp} , M_{kp}^c – критические моменты для оболочки с отверстиями и гладкой сплошной оболочки соответственно. Видно, что небольшое количество отверстий ($n = 1\text{--}5$ шт.), в частности одно, наиболее снижает критический момент самой длинной (из испытанных) оболочки ($L/R = 3$). С увеличением n ситуация постепенно меняется и при наличии 12 отверстий наблюдается большее уменьшение критического момента для самой короткой ($L/R = 1$) оболочки.

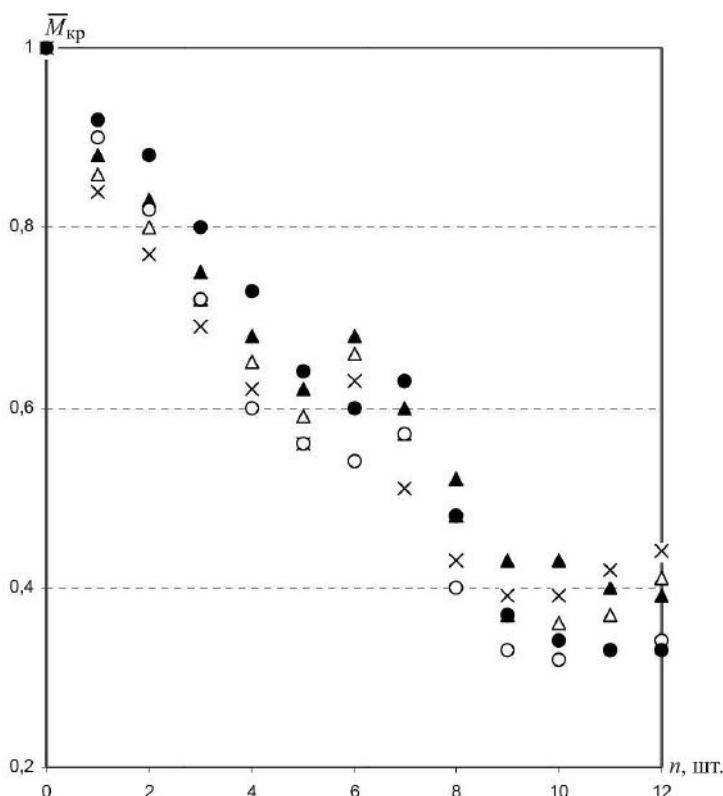


Рис. 4. Зависимости относительного критического крутящего момента от количества круговых отверстий для первой–пятой серий оболочек: ● – $L/R = 1,0$; ○ – $L/R = 1,5$; ▲ – $L/R = 1,75$; △ – $L/R = 2,0$; ✕ – $L/R = 3,0$.

Каждую из зависимостей $\bar{M}_{kp} = f(n)$ условно можно разбить на два участка. На первом участке, который включает результаты испытаний сплошных моделей и моделей, имеющих от одного до пяти (шести) отверстий, критический момент с увеличением их количества для оболочек всех испытанных серий снижается до 38...44% по сравнению с таковым сплошной оболочки. Этот результат обусловлен

существенным уменьшением изгибной жесткости оболочек с увеличением количества отверстий, а само волнообразование соответствует физическому представлению о процессе потери устойчивости оболочки при малом количестве отверстий, когда гребни волн проходили как через отверстия, так и образовывались между ними. Количество волн между отверстиями определяется относительными размерами “цилиндрической панели” между ними (таблица), а общее количество волн, образующихся при потере устойчивости, не превышает либо совпадает с количеством волн, полученным для сплошной оболочки.

На зависимости $\bar{M}_{kp}(n)$ имеет место излом, наличие которого непосредственно связано с изменениями формы волнообразования при потере устойчивости оболочки. Так, для оболочек первой и второй серий при изменении количества отверстий с 6 до 7 шт., а для оболочек третьей – пятой серий – с 5 до 6 шт. наблюдается заметное увеличение критической нагрузки. Такой “парадокс” объясняется сменой в этот момент форм волнообразования. Если на первом участке зависимости $\bar{M}_{kp}(n)$ (слева от излома) потеря устойчивости происходила по форме, близкой к закритическому волнообразованию сплошной оболочки, когда гребни волн проходили как через отверстия, так и образовывались между ними, то на втором участке (справа от излома) количество волн однозначно определялось количеством отверстий, через которые проходили гребни волн, а между отверстиями волны отсутствовали. В начале участка при $n = 6$ (7) шт. эти волны оказывались достаточно широкими (рис. 3), однако образование еще одной волны становилось энергетически невыгодным. Волнообразование, при котором между отверстиями образовывалось бы по две (или больше) волны, в эксперименте не реализовалось, поскольку было еще более энергоемким.

Заметим, что для оболочек первой и второй серий излом зависимости $\bar{M}_{kp}(n)$ происходил при $n = 7$ шт., а для более длинных оболочек серий 3–5 – при $n = 6$ шт. (рис. 3, 4). По-видимому, с увеличением длины (L/R) оболочки такой излом следует ожидать и при меньшем количестве отверстий.

Зависимости $f = \bar{M}_{kp}(n)$ для каждой серии оболочек на отдельных участках достаточно точно могут быть аппроксимированы параболами [27], а кусочно-полиномиальная аппроксимирующая кривая $f(n)$ в точке стыка участков имеет излом. Аналогичная ситуация была обнаружена и в конце второго участка (с $n = 6$ (7) до $n = 12$ шт.) при уровне остаточной несущей способности, составляющей примерно 40% критической нагрузки сплошной оболочки. Здесь для оболочек всех серий с увеличением количества отверстий вначале наблюдается существенное снижение критического момента, которое достигает минимума для различных серий при $n = 10$ или 11 шт., а в дальнейшем с увеличением n до 12 шт. имеет место некоторое повышение критической нагрузки.

С целью изучения выявленного в процессе эксперимента аспекта поведения оболочек, связанного с изменением форм волнообразования при увеличении количества отверстий, было проведено дополнительное экспериментальное исследование устойчивости 18 оболочек четвертой серии ($L/R = 2$) при изменении n с 13 до 20 шт. (было дополнительно испытано 16 моделей). Полученные значения приведенного критического момента вместе с результатами испытаний моделей четвертой серии (первая часть эксперимента) приведены на рис. 5, а формы потери устойчивости – на рис. 6.

Полученные результаты свидетельствуют, что с увеличением количества отверстий с $n = 9$ до ≈ 15 шт. приведенный критический момент не уменьшается (рис. 5). Зависимость форм потери устойчивости моделей оболочек ($L/R = 2$) от количества отверстий представлена на рис. 6. Так, при $n = 9$ шт. все гребни волн проходят через отверстия и выпучиваются наружу оболочки, при $n = 14$ шт. они проходят через отверстия, но выпучиваются поочередно внутрь и наружу оболочки (здесь, как и ранее, можно говорить о перераспределении энергии деформирования на образо-

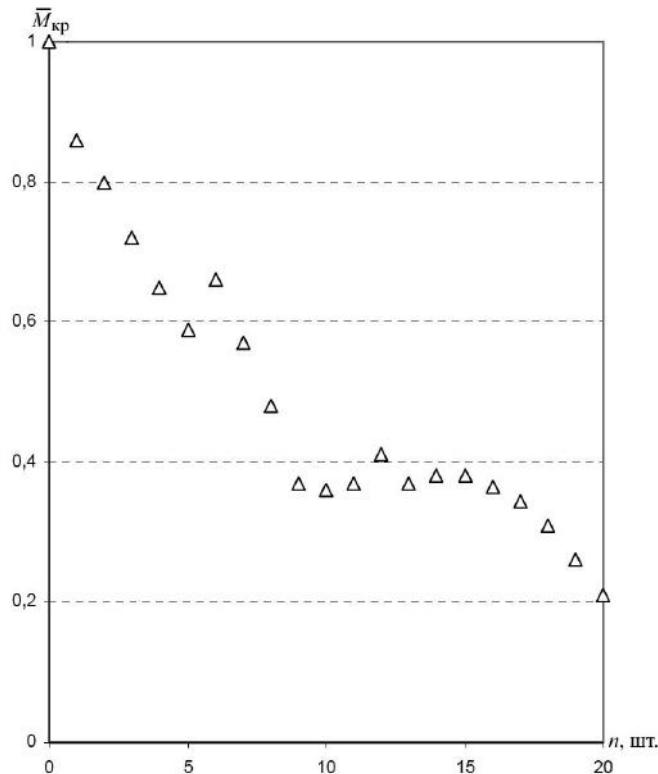


Рис. 5. Экспериментальные значения критического момента для оболочек четвертой серии ($L/R = 2$) при $n = 0-20$ шт.

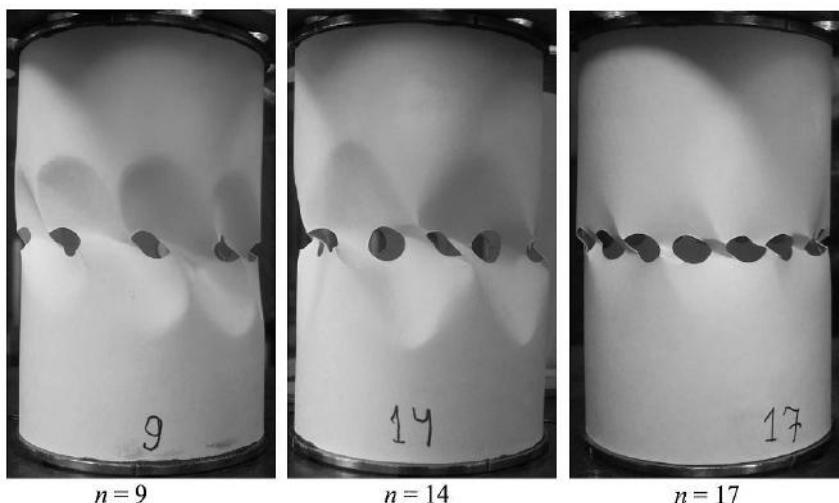


Рис. 6. Формы потери устойчивости оболочек четвертой серии с разным количеством круговых отверстий.

вание выпучин в месте отверстия внутрь оболочки), при $n = 17$ шт. теряют устойчивость перемычки между отверстиями, т.е. реализуется панельная форма потери устойчивости. При этом, в отличие от излома на зависимости $\bar{M}_{\text{кр}} = f(n)$ между первым и вторым участком, где изменение формы происходит с увеличением коли-

чества отверстий после излома однозначно, здесь наблюдаются также переходные, смешанные для описанных выше (рис. 6) случаев ($n = 9, 14, 17$ шт.), формы потери устойчивости.

В целом результаты испытаний 148 моделей свидетельствуют об их достаточно высоком качестве, что подтверждается малым значением разброса критических нагрузок между номинально идентичными моделями. Наибольшее значение разброса составляет 5,9%, а среднее – 2,7%. При этом разработанная малозатратная технология проведения эксперимента и изготовления моделей позволяет осуществлять широкомасштабные системные экспериментальные исследования оболочек с отверстиями и получать результаты, достижение которых другими методами обусловлено значительными материально-техническими трудностями.

Выводы

1. Обнаружено, что на границе участков изменения количества круговых отверстий с 0 до 7 шт. для первой и второй серий и до 6 шт. для третьей–пятой серий и далее до 12 шт. зависимость относительного критического момента от количества отверстий для оболочек различной длины каждой из пяти серий имеет характерный излом.

2. Установлены взаимно однозначное соответствие между количеством отверстий и количеством волн, образующихся на оболочке в момент потери устойчивости, а также зависимость критической нагрузки от количества отверстий и вида излома.

3. Выявлена возможность повышения несущей способности оболочек, несмотря на увеличение количества отверстий. При этом рост критической нагрузки при определенном количестве отверстий обусловлен тем, что оболочка “вынуждена” терять устойчивость по энергетически невыгодным формам.

4. Показано, что малое количество отверстий в большей мере снижает несущую способность длинных оболочек, с увеличением количества отверстий больше уменьшается несущая способность коротких оболочек.

5. Полученные экспериментальные результаты могут быть полезны для верификации новых более достоверных методов решения задач устойчивости, выбора рациональных геометрических параметров и прогнозирования несущей способности цилиндрических оболочек при наличии отверстий, а также для экспертной оценки причин разрушения оболочных конструкций.

Резюме

Обговорюються результати експериментального дослідження стійкості ортотропних циліндрических оболонок різної довжини, послаблених регулярними круговими отворами, розташованими в одному поясі уздовж напрямної оболонки при навантаженні крутним моментом. Описуються форми втрати стійкості оболонок. Аналізуються залежності критичних навантажень від кількості отворів.

1. Лурье А. И. Концентрация напряжений в области отверстий на поверхности кругового цилиндра // Прикл. математика и механика. – 1946. – 10, № 3. – С. 397–406.
2. Савин Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. – Киев: Наук. думка, 1968. – 887 с.
3. Гузь А. Н. Концентрация напряжений около отверстий в тонких оболочках // Прикл. механика. – 1969. – 5, № 3. – С. 3–17.
4. Григорюк Э. И., Фильшинский Л. А. Перфорированные пластины и оболочки. – М.: Наука, 1970. – 556 с.

5. Maksimyuk V. A., Storozhuk E. A., and Chernyshenko I. S. Nonlinear deformation of thin isotropic and orthotropic shells of revolution with reinforced holes and rigid inclusions // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, No. 6. – P. 685–692.
6. Kamalarajah R., Stoffberg W., Bull J. W., and Chizari M. Stress analysis of uniform circular cylindrical shells with large circular holes // Proc. of the World Congress on Engineering (WCE 2015, July 1–3, 2015, London, U.K.). – London, 2015. – P. 1169–1172.
7. Сало В. А., Корниченко А. В. Расчет напряженного состояния упругой оболочки с периодической системой круглых отверстий // Вопр. проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – 2011. – Вып. 1. – С. 76–82.
8. Чернищенко І. С., Комарчук С. М., Максимюк В. А., Сторожук Є. А. Моделювання нелінійного деформування ортотропних циліндрических оболонок з отвором при врахуванні ексцентриситету його підкріплення // Доп. НАН України. – 2016. – № 1. – С. 34–40.
9. Ашмарин Ю. А., Гузь А. Н. Устойчивость оболочек, ослабленных отверстиями: обзор // Прикл. механика. – 1973. – **9**, № 4. – С. 3–15.
10. Stasiewicz P. Analytical and experimental studies of stability of cylindrical shells with a cut-out // Mechanics Mech. Eng. – 2013. – **17**, No. 2. – P. 167–176.
11. Lykhachova O. and Krasovsky V. Numerical simulation of buckling tests of axially compressed cylindrical shells with one circular cutout (R. Tennyson's experiments) // Theor. Found. Civil Eng. – 2014. – **22**. – P. 133–136.
12. Ободан Н. И. Экспериментально-теоретическое исследование продольно-сжатых цилиндрических оболочек с областью расслоения // Пробл. обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2014. – Вип. 22. – С. 192–207.
13. Савченков А. В. Теоретико-экспериментальный метод исследования устойчивости пластин и оболочек // Исследования по теории пластин и оболочек. – 1968. – № 6–8. – С. 391–433.
14. Tennyson R. C. The effects of unreinforced circular cutouts on the buckling of circular shells under axial compression // J. Eng. Ind. – 1968. – **90**, No. 4. – P. 541–546.
15. Преображенский И. Н. Устойчивость и колебания пластинок и оболочек с отверстиями. – М.: Машиностроение, 1981. – 192 с.
16. Андреев Л. В., Ободан Н. И., Фридман А. Д., Шерстюк Г. Г. Экспериментальное исследование несущей способности цилиндрической оболочки с отверстиями // Пробл. прочности. – 1982. – № 4. – С. 77–79.
17. Иванов Н. А., Смыков В. И., Иванов О. Н. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической стеклопластиковой оболочки, ослабленной круговым отверстием // Тр. Моск. ин-та хим. машиностроения. – 1975. – Вып. 60. – С. 101–106.
18. Коноплев Ю. Г. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки, ослабленной круговым отверстием // Исследование по теории пластин и оболочек. – 1970. – № 6–7. – С. 500–503.
19. Гудрамович В. С., Дзюба П. А., Прокопало Е. Ф. Устойчивость ослабленных круговыми отверстиями гладких цилиндрических оболочек при действии попечного изгиба // Теорет. і прикл. механіка. – 2007. – Вип. 43. – С. 82–87.
20. Коноплев Ю. Г., Тильш А. Л. Устойчивость цилиндрических оболочек с вырезами при осевом сжатии, кручении и внешнем давлении // Теория пластин и оболочек. – 1973. – Вып. 3. – С. 3–13.

21. Старинс Д. Г. Влияние вырезов на устойчивость тонких оболочек // Тонкостенные оболочечные конструкции: теория, эксперимент и проектирование. – М.: Машиностроение, 1980. – С. 303–319.
22. Rhode R. V. and Lundquist E. E. Strength Tests on Paper Cylinders in Compression, Bending and Shear // NASA Technical Note No. 370. – Washington, 1931. – 31 p.
23. Дзюба А. П., Прокопало Є. Ф., Дзюба П. А. Несуча здатність циліндричних оболонок з отворами. – Дніпропетровськ: Ліра, 2014. – 224 с.
24. Чебанов В. М. Исследование устойчивости тонкостенных оболочек при помощи моделей из бумаги // Иنج. сб. – 1955. – 22. – С. 68–73.
25. Прокопало Е. Ф. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек при внешнем давлении, линейно изменяющемся вдоль образующей // Строит. механика и расчет сооружений. – 1988. – № 6. – С. 61–64.
26. Маневич А. И., Прокопало Е. Ф. Устойчивость ортотропных тонкостенных цилиндрических оболочек при кручении. Сообщ. 2. Эксперимент // Пробл. прочности. – 2008. – № 4. – С. 69–78.
27. Дзюба П. А. Алгоритм кусково-поліноміальної апроксимації даних експериментальних випробувань // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. – 2013. – Вип. 3. – С. 128 – 130.

Поступила 15. 02. 2016