

## Численное исследование трехмерной динамики и прочности металлокомпозитных цилиндров при внутреннем взрыве

П. П. Лепихин, В. А. Ромащенко, О. С. Бейнер

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*Численно-аналитическим методом исследована трехмерная динамика и прочность металлокомпозитных цилиндров конечной длины, нагруженных неосесимметричным внутренним взрывом. Прочность определялась по трем критериям разрушения для транслопного материала: максимальных напряжений, максимальных деформаций и обобщенному Мизеса. Исследовано влияние смещения заряда взрывчатого вещества относительно центра симметрии цилиндра вдоль радиуса и оси на напряженно-деформированное состояние и прочность. Установлена неэффективность использования армированных композитов с низкими пределами прочности при растяжении поперек волокон для подобных оболочек.*

**Ключевые слова:** металлокомпозитный цилиндр, намоточный многослойный композит, внутреннее взрывное нагружение, трехмерное напряженно-деформированное состояние и прочность, численно-аналитический метод.

**Введение.** Цилиндрические оболочки конечной длины, в том числе и толстостенные, используются в сосудах, корпусах и защитных сооружениях, предназначенных для удержания значительных гидро-, газодинамических нагрузок и экологически опасных продуктов взрыва. В частности, это авиационное и космическое оборудование, контейнеры для хранения и транспортировки взрывоопасных грузов, токсичных веществ, камеры для энергетики взрывного термоядерного синтеза и др. Для изготовления таких конструктивных элементов (КЭ) применяют металлические, многослойные тканевые и намоточные композитные материалы (КМ), металлокомпозиты, состоящие из внутреннего металлического слоя (сталь, титановые сплавы и др.) и наружного многослойного композита, и др. Теоретически и экспериментально напряженно-деформированное состояние (НДС) и прочность цилиндрических металлических, многослойных намоточных композитных и металлокомпозитных оболочек конечной длины при внутреннем взрывном нагружении в воздушной среде, а также критерии прочности анизотропных материалов изучались в работах [1–11]. Причем, за исключением [6] (для изотропных металлических оболочек), известные экспериментальные исследования проводились только для расположенного на оси посередине высоты цилиндра заряда взрывчатого вещества (ВВ) (центральное осесимметричное взрывное нагружение). Экспериментально для такого нагружения установлены преимущества тканевых и намоточных КМ перед металлическими, намоточных перед тканевыми, металлокомпозитных КМ перед намоточными. В работе [6] рассматривалось также влияние смещения заряда ВВ в центральном сечении по радиусу (центральное неосесимметричное нагружение) на прочность. В [2] отмечена ограниченность экспериментальных методов перед теоретическими.

Теоретическому исследованию НДС и прочности изотропных металлических, анизотропных намоточных многослойных композитных и металлокомпозитных цилиндрических оболочек конечной длины при внутреннем взрывном нагружении в воздушной среде в рамках оболочечных приближений посвящены работы [8, 9, 12–16], с использованием уравнений трехмерной упругопластичности – [7, 10, 11, 17–27]. Причем только в [7, 15, 25] изучался случай расположенного посередине высоты цилиндра и смещенного по радиусу заряда ВВ (центральное неосесиммет-

ричное нагружение), в [24] – смещенного по радиусу и оси заряда ВВ (неосесимметричное нагружение). При этом прочность рассматривалась в работах [8–11, 15, 16, 25, 26]. В [10, 11] использовались критерии максимальных напряжений, деформаций, Хофмана и обобщенный Мизеса; в [25] – критерий прочности Ашкенази для материалов с одинаковыми и обобщенный критерий Мизеса с различными пределами прочности при растяжении и сжатии; в [26] – обобщенный критерий Мизеса; в [8, 9, 15, 16] – критерий Хофмана для матрицы и максимальных напряжений для армирующих элементов. Металлокомпозитам посвящены работы [9, 10, 26]. Следует отметить, что во всех теоретических работах, за исключением [7, 10, 11, 27], моделирование внешней нагрузки при взрыве сферического заряда ВВ в воздухе выполнялось по методике [28], в работах [7, 10, 11, 27] – по методике [29].

Учитывая, что НДС и особенно прочность многослойных намоточных композитных и металлокомпозитных цилиндрических оболочек конечной длины при неосесимметричном внутреннем нагружении изучены мало, а также недостатки оболочечных приближений по сравнению с теорией упругости для решения таких задач [2], настоящая работа посвящена исследованию НДС и прочности КЭ, выполненному с использованием уравнений трехмерной теории упругости и наиболее широко распространенных в приложениях феноменологических критериев прочности анизотропных материалов.

**Объект исследования.** Объектом исследования служили многослойные намоточные металлокомпозитные цилиндры конечной длины, нагруженные изнутри в общем случае нецентральной неосесимметричным импульсом давления от взрыва сферического заряда ВВ в воздушной среде. При этом задачи рассматриваются в упругой линейной постановке без учета пластичности. Здесь под понятием “слой” подразумеваем ту часть КЭ, пусть даже изготовленную многослойной намоткой, в пределах которой упругие характеристики и направления главных осей анизотропии можно полагать постоянными. Будем использовать цилиндрические координаты  $x, \varphi, r$ . Начало координат располагаем в центре симметрии оболочки ( $x = \varphi = r = 0$ ), при этом заряд находится в плоскости  $\varphi = 0$ . В случае намоточного (спирально транслопного) слоя одна из главных осей анизотропии всегда совпадает с направлением армирования ( $x'$ ), а две другие ( $r'$  и  $\varphi'$ ), находящиеся в плоскости изотропии, будем считать совпадающими соответственно с радиальной координатой  $r$  и направлением, перпендикулярным к плоскости ( $x'r'$ ). Следовательно, оси ( $x'$  и  $\varphi'$ ) при угле армирования (навивки)  $\alpha$ , отличном от нуля, повернуты относительно глобальных координатных осей  $x$  и  $\varphi$  на угол навивки, постоянный в пределах исследуемого слоя. Предельные случаи  $\alpha = 0$  и  $\pm 90^\circ$  соответствуют осевому и окружному армированию соответственно, при этом спиральная транслопия вырождается в цилиндрическую. Изотропные слои рассматриваются как частный случай спирально ортотропных при соблюдении соответствующих тождественных равенств для ряда упругих и прочностных характеристик материала, угол армирования  $\alpha$  при этом может быть произвольным. Математическая формулировка и метод решения трехмерной нестационарной краевой задачи подробно описаны ранее [2, 24, 25], поэтому здесь опущены.

Прочность оцениваем по трем критериям: максимальных напряжений ( $\sigma_{\max}$ ), максимальных деформаций ( $\varepsilon_{\max}$ ) и обобщенному Мизеса из условия [2, 5, 25, 26, 30–33]

$$\Phi < 1, \tag{1}$$

где  $\Phi$  – функция прочности, соответствующая одному из трех критериев. При невыполнении (1) происходит разрушение материала в рассматриваемой точке расчетной области.

Геометрические размеры исследуемых толстостенных цилиндрических оболочек, если не оговорено особо, следующие: внутренний радиус  $R_1 = 0,15$  м; наружный радиус  $R_2 = 0,19$  м (общая толщина таким образом равна  $H = 0,04$  м); длина цилиндра  $L = 0,6$  м. Для нагружения использовался сферический заряд тротил-гексогенового ВВ, расположенный внутри оболочки произвольно в точке  $(x_0, r_0)$ , так что согласно [2, 8, 9, 13–26] давление на внутренней поверхности цилиндра задавалось следующим образом:

$$P(x, \varphi, t) = P_0 \frac{H(R_1 a^{-1} \sqrt{1 + \lambda^2 + \eta^2 - 2\lambda \cos \varphi - t})}{\sqrt{(1 + \lambda^2 + \eta^2 - 2\lambda \cos \varphi)^3}}, \quad (2)$$

где  $\lambda = r_0/R_1$ ;  $\eta = (x - x_0)/R_1$ ;  $a = 2,857\sqrt{q} = 6310$  м/с;  $P_0$  – номинальное давление на расстоянии  $R_1$  от центра заряда,  $P_0 = 0,35qM_3/R_1^3$ ;  $x_0$  и  $r_0$  – осевая и радиальная координаты центра заряда соответственно;  $q$  – теплотворная способность ВВ,  $q = 4,877$  МДж/кг;  $M_3$  – масса заряда ВВ;  $H(t)$  – функция Хевисайда.

Оболочка в общем случае могла быть изготовлена из внутреннего металлического изотропного слоя и внешнего композитного однонаправлено армированного спирально (либо цилиндрически) транслопного монослоя либо равнотолщинного двухслоя из того же композита с ортогональной схемой армирования  $[\alpha; \alpha \pm 90^\circ]$ , где  $\alpha$  – угол армирования внутреннего (относительно двухслоя) слоя,  $\alpha \pm 90^\circ$  – наружного. Масса заряда ВВ  $M_3$  подбиралась из условия постоянства его относительной массы [2, 26, 34–50]:

$$\chi = M_3/M_0 = \text{const}. \quad (3)$$

Здесь  $M_0$  – общая масса оболочки, откуда следует:

$$M_3(\beta) = \pi\chi LH\{\rho_c(1-\beta)[2R_1 + H(1+\beta)] + \rho_m\beta(2R_1 + \beta H)\}, \quad (4)$$

$$0 \leq \beta = h_m/H \leq 1,$$

где  $\rho_c$  – плотность композита;  $\rho_m$  – плотность металла;  $h_m$  – толщина металлического слоя;  $\beta$  – относительная толщина металлического слоя. Величину  $\chi$ , которая согласно [34–50] служит мерой удельной нагрузки на оболочку при взрывном нагружении, в дальнейших расчетах полагаем равной 0,0006, что обеспечивало для центрального осесимметричного нагружения изменение максимумов функций прочности по всем используемым критериям в окрестности единицы.

Металлический слой оболочки изготовлен из стали 50 с такими характеристиками [51]:  $\rho_m = 7830$  кг/м<sup>3</sup>; модуль Юнга  $E = 2,02 \cdot 10^5$  МПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ; пределы текучести по нормальным и касательным напряжениям  $\sigma_T = 380$  МПа и  $\tau_T = 220$  МПа соответственно; нормальная и сдвиговая деформации текучести  $\varepsilon_T = 0,19\%$  и  $\gamma_T = 0,14\%$  соответственно. Поскольку металл работает в упругой области, при проверке прочности пределы прочности полагали равными соответствующим пределам текучести. Такой подход использовался по трем причинам. Во-первых, он увеличивает консервативность результатов расчета, во-вторых, используемый пакет прикладных программ (ППП) [52] позволяет считать неосесимметричные задачи только в линейной (упругой) постановке, в-третьих, ниже будет показано, что в рассматриваемых случаях начальное разрушение, если таковое имеет место, всегда происходит в композитной части металлокомпозитного цилиндра, и при таких нагрузках металл работает в упругой области.

Полагали, что композитная часть оболочки выполнена из спирально трансформированного однонаправленного армированного вдоль  $x'$  разрушаемого в упругой области стеклоэпоксида ВМПС-ЭДТ-10 со следующими физико-механическими характеристиками в главных осях анизотропии [10]:  $\rho_c = 1880 \text{ кг/м}^3$ ;  $E' = 37900 \text{ МПа}$ ;  $E = 8900 \text{ МПа}$ ;  $G' = 2840 \text{ МПа}$ ;  $\nu' = 0,28$ ;  $\nu = 0,36$ ;  $\sigma'_t = 1831 \text{ МПа}$ ;  $\sigma'_c = 634 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_t = 36,75 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_c = 193 \text{ МПа}$ ;  $\tau' = 63,1 \text{ МПа}$ ;  $\tau = 48,6 \text{ МПа}$ ;  $\varepsilon'_t = 4,83\%$ ;  $\varepsilon'_c = 1,67\%$ ;  $\varepsilon_t = 0,41\%$ ;  $\varepsilon_c = 2,14\%$ ;  $\gamma' = 1,11\%$ ;  $\gamma = 0,74\%$ . Здесь приняты следующие обозначения:  $E$  и  $E'$  – модули Юнга в плоскости изотропии и в направлении волокон соответственно;  $G'$  – модуль сдвига в плоскости, параллельной волокнам;  $\nu$  и  $\nu'$  – коэффициенты Пуассона в плоскости изотропии и в плоскости, параллельной волокнам;  $\sigma'_t$  – предел прочности при растяжении в направлении волокон;  $\sigma'_c$  – предел прочности при сжатии в направлении волокон;  $\sigma_t$  – предел прочности при растяжении в плоскости изотропии;  $\sigma_c$  – предел прочности при сжатии в плоскости изотропии;  $\tau'$  – предел прочности при сдвиге в плоскости, параллельной волокнам;  $\tau$  – предел прочности при сдвиге в плоскости изотропии;  $\varepsilon'_t$  – предельная деформация растяжения в направлении волокон;  $\varepsilon'_c$  – предельная деформация сжатия в направлении волокон;  $\varepsilon_t$  – предельная деформация растяжения в плоскости изотропии;  $\varepsilon_c$  – предельная деформация сжатия в плоскости изотропии;  $\gamma'$  – предельная сдвиговая деформация в плоскости, параллельной волокнам;  $\gamma$  – предельная сдвиговая деформация в плоскости изотропии.

Предельные значения деформаций  $\varepsilon'_t$ ,  $\varepsilon'_c$ ,  $\varepsilon_t$ ,  $\varepsilon_c$ ,  $\gamma'$ ,  $\gamma$  получены согласно закону Гука для трансформированного тела [53] через соответствующие пределы прочности по напряжениям. При этом учитывалось, что КМ работает в упругой области вплоть до разрушения.

Таким образом, при  $\beta = 0$  имеем композитную оболочку, при  $\beta = 1$  – металлическую, при промежуточных значениях  $\beta$  – металлокомпозитную. Металлический цилиндр всегда однослойный [сталь 50], композитный мог быть однослойным однонаправленно армированным [ $\alpha$ ] либо двухслойным равнотолщинным ортогонально армированным [ $\alpha$ ;  $\alpha \pm 90^\circ$ ], металлокомпозитный – двухслойным [сталь 50;  $\alpha$ ] или трехслойным [сталь 50;  $\alpha$ ;  $\alpha \pm 90^\circ$ ] с равными толщинами промежуточного и внешнего композитных слоев.

Расчеты проводились для различных значений  $\beta$  и соответственно масс зарядов. Эти значения далее используются в расчетах. При  $\beta = 0, 0,25, 0,5, 0,75$  и  $1$  значения  $M_z$  равны соответственно 29; 50; 72; 95,5 и 121 г.

**Выбор шагов конечноразностной сетки и краевых условий на торцах, сравнение двумерных расчетов с одномерными.** Используем неосесимметричную (3D) опцию ППП [52]. Исследуем изменение радиальных напряжений во времени в центральном сечении цилиндра в середине его общей толщины для случаев  $\beta = 0, 0,5$  и  $1$  при центральном осесимметричном нагружении (расположение заряда ВВ в точке  $x_0 = r_0 = 0$ ). Полагали, что композитная часть оболочки во всех вариантах однослойная с окружным армированием, ее торцы скользяще закрепленные. Рассматривались дискретизации на 10; 20; 40 и 80 элементов по общей толщине  $H$  цилиндра, осевой шаг при этом всегда был вдвое больше радиального. Численный эксперимент показал, что разница в результатах при дискретизациях на 40 и 80 элементов по  $H$  не превышает 5%, поэтому для проведения дальнейших расчетов была выбрана разностная сетка таких размеров:  $\Delta r = H/40$ ,  $\Delta x = 2\Delta r = H/20$ . Для неосесимметричных задач рассчитывали первые 20 гармоник, для осесимметричных – только нулевую.

С точки зрения прочности цилиндров, которые в процессе работы испытывают только однократное взрывное нагружение, наибольшую опасность представляет первый полупериод радиальных колебаний оболочки, который для рассматриваемых КЭ составляет около 100 мкс. За такой короткий временной интервал возмущение от торцов не успевает дойти до центрального сечения цилиндра, и, если заряд ВВ распо-

ложен в нем или вблизи него, прочность КЭ не зависит от краевых условий на торцах. При расположении заряда в центральном сечении ( $x_0 = 0$ ) цилиндра наиболее опасным будет это сечение [4, 11–14, 21]. Поэтому в дальнейших расчетах для центральных либо близких к центральным осесимметричных и неосесимметричных взрывных нагружений использовали как наиболее простые условия скольжения на торцах. Проведем численные расчеты для центрального осесимметричного нагружения. Изучалось изменение функции прочности  $\Phi$  во времени при  $\beta = 0,25$  для трех различных краевых условий на торцах (свободные, неподвижные либо скользяще закрепленные) для центральной внутренней точки, и максимума  $\Phi$  по всему цилиндру. Композитная часть цилиндра однослойная с окружным армированием. Заряд ВВ располагался в центре симметрии оболочки ( $x_0 = r_0 = 0$ ). В качестве критерия прочности использовался критерий максимальных напряжений. Для всех краевых условий расхождения между соответствующими кривыми не обнаружено – графики сливались.

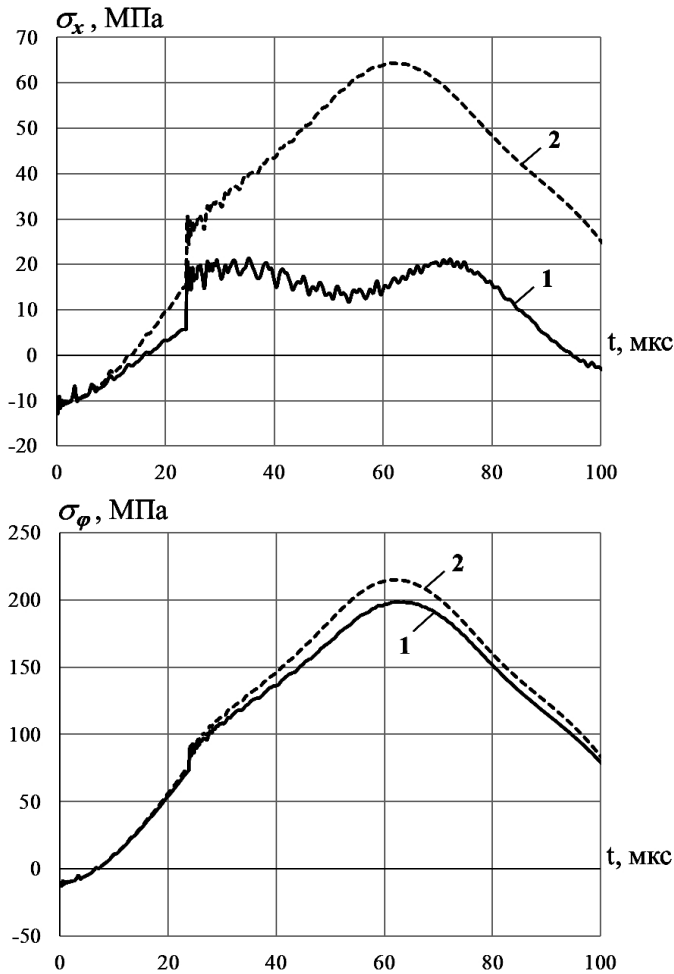
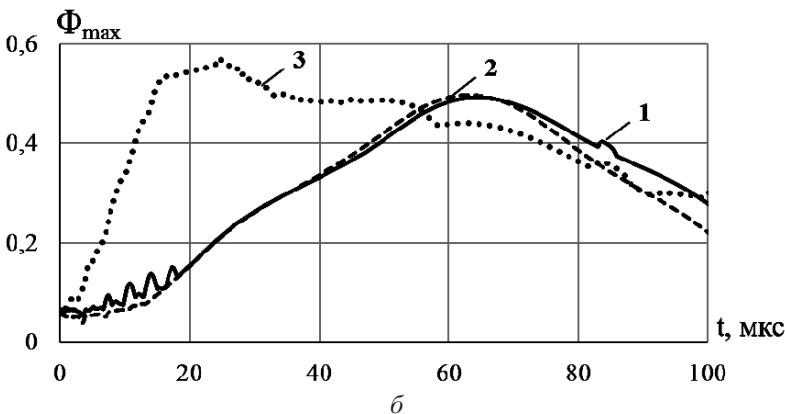
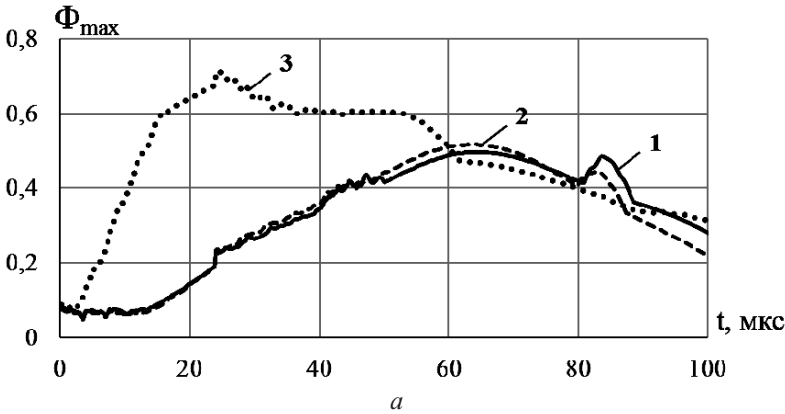


Рис. 1. Результаты 2D- и 1D-расчетов: 1 – двухмерный расчет цилиндра длиной  $L = 0,6$  м во внутренней точке центрального сечения под зарядом ( $x = 0$ ;  $r = R_1$ ); 2 – одномерный расчет (ПДС) в той же точке.

Для рассмотренного выше цилиндра ( $\beta = 0,25$ ) сравним результаты решений осесимметричных двухмерной (центральное осесимметричное нагружение) и одномерной (плоское деформированное состояние – ПДС) задач. Для двухмерной задачи

заданы условия скольжения на торцах. В одномерной задаче давление по осевой координате не меняется, а по времени изменяется так, как в двухмерной в центральном сечении цилиндра на внутренней поверхности при взрыве сферического заряда ВВ в воздушной среде. Результаты расчетов представлены на рис. 1. Видно, что зависимости окружных и осевых напряжений от времени, полученные по этим двум моделям, плохо согласуются. В результате одномерного расчета получены завышенные значения  $\sigma_\varphi$  и значительно завышенные  $\sigma_x$  по сравнению с двухмерным. Это происходит из-за того, что взрывная нагрузка (2) существенно зависит от расстояния до заряда и, как следствие, сильно изменяется вдоль осевой координаты  $x$  как по длительности, так и по амплитуде. При этом она имеет явно выраженные максимум по амплитуде и минимум по длительности в точке, наименее удаленной от заряда ( $x = 0$ ;  $r = R_1$ ). Одномерное приближение ПДС дает искаженную картину НДС и, как следствие, прочности объекта. Вместе с тем оно является более консервативным и может быть использовано для приближенной оценки прочности цилиндра.

**Численные результаты.** Рассмотрим осесимметричную двухмерную задачу для такого же цилиндра и такого же заряда ВВ, как и выше, за исключением того, что заряд расположен на одном из торцов:  $x_0 = \pm L/2$ . На рис. 2 показано изменение максимумов функций прочности во времени по критериям максимальных напряжений и деформаций и обобщенному Мизеса. Видно, что результаты по  $\Phi_{\max}$ , полученные при свободном и скользящем закреплении, близкие, хотя и не тождественные. При использовании краевого условия неподвижного закрепления торцов расчетные данные существенно различаются как количественно, так и качественно. Согласно всем критериям разрушения наибольшие значения  $\Phi_{\max}$  наблюдаются при неподвижном закреплении торцов.



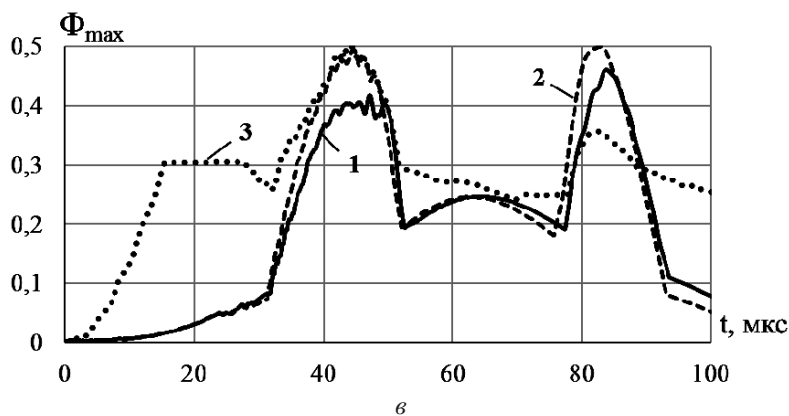


Рис. 2. Изменение функций прочности во времени по критериям максимальных напряжений ( $a$ ) и деформаций ( $b$ ) и обобщенному Мизеса ( $\epsilon$ ): 1 – свободное закрепление; 2 – скользящее; 3 – неподвижное.

Далее, если не будет оговариваться особо, рассмотрим расположение заряда в центральном сечении оболочки  $x_0 = 0$  и на торцах цилиндра используем условие скользящего закрепления.

Определим оптимальное армирование композитной части оболочки. Рассчитывались металлокомпозитные оболочки при  $\beta = 0,25$  с двухслойной равнотолщинной композитной частью [сталь 50;  $\alpha$ ;  $\alpha \pm 90^\circ$ ] либо однослойной [сталь 50;  $\alpha$ ]. Результаты расчетов прочности по трем указанным выше критериям на первом полупериоде радиальных колебаний ( $0 \leq t \leq 100$  мкс) представлены в табл. 1 (приведены максимальные значения функции прочности по соответствующему критерию за указанный промежуток времени). Заряд располагался в центре симметрии оболочки  $x_0 = r_0 = 0$ . Из данных табл. 1 видно, что оптимум по прочности получен для двухслойной оболочки [сталь 50;  $90^\circ$ ] с окружным армированием композитной части.

Т а б л и ц а 1

**К выбору оптимального армирования композитной части цилиндра**

Критерий	[Сталь 50; $90^\circ$ ]	[Сталь 50; 0]	[Сталь 50; $90^\circ$ ; 0]	[Сталь 50; $90^\circ$ ; 0]	[Сталь 50; $-45^\circ$ ; $45^\circ$ ]
$\sigma_{\max}$	0,520	0,58	0,560	0,540	0,56
$\epsilon_{\max}$	0,505	0,56	0,540	0,525	0,55
Мизеса	0,515	0,79	0,725	0,650	0,66

Дальнейшие расчеты выполнены для подобных оболочек [сталь 50;  $90^\circ$ ], при этом  $\beta$  и  $r_0$  варьируются.

Оценим влияние радиального смещения заряда на прочность. Заряд располагался в срединном сечении цилиндра  $x_0 = 0$ , расчеты проводились в интервале времени  $0 \leq t \leq 100$  мкс. Радиальное смещение заряда ВВ изменялось в диапазоне  $0 \dots 50$  мм. При  $r_0 = 0$  имеем осесимметричную постановку и соответственно достаточно было рассчитать только нулевую гармонику. При  $r_0 \neq 0$  задача становилась неосесимметричной и рассчитывали первые 20 гармоник. В табл. 2 приведены максимальные значения функций прочности при различных  $r_0$  и  $\beta$  по критериям максимальных напряжений и деформаций и обобщенному Мизеса.



## Влияние радиального смещения заряда на прочность

$\beta$	$\Phi_{\max}$	$r_0$ , мм					
		0	10	20	30	40	50
0	$\sigma_{\max}$	0,470	0,560	0,670	0,840	1,080	1,440
	$\varepsilon_{\max}$	0,350	0,410	0,490	0,625	0,800	1,070
	Мизеса	0,560	0,675	0,825	1,050	1,405	1,930
0,25	$\sigma_{\max}$	0,520	0,570	0,700	0,860	1,070	1,380
	$\varepsilon_{\max}$	0,505	0,545	0,590	0,660	0,830	1,060
	Мизеса	0,530	0,660	0,820	1,040	1,320	1,750
0,5	$\sigma_{\max}$	0,480	0,510	0,550	0,680	1,010	1,340
	$\varepsilon_{\max}$	0,460	0,500	0,540	0,585	0,750	1,006
	Мизеса	0,400	0,510	0,636	0,840	1,270	1,730
0,75	$\sigma_{\max}$	0,480	0,520	0,550	0,580	0,690	0,810
	$\varepsilon_{\max}$	0,460	0,496	0,530	0,570	0,620	0,690
	Мизеса	0,400	0,470	0,480	0,490	0,615	0,715
1	$\sigma_{\max}$	0,480	0,520	0,590	0,660	0,720	0,830
	$\varepsilon_{\max}$	0,470	0,500	0,530	0,560	0,610	0,680
	Мизеса	0,230	0,270	0,313	0,385	0,480	0,640

Видно, что максимумы функций прочности по всем критериям увеличиваются с ростом радиального смещения заряда. Это также косвенно следует из формулы (2): максимальная амплитуда взрывного нагружения обратно пропорциональна кубу минимального расстояния от внутренней стенки цилиндра до заряда. При  $0 \leq r_0 \leq 20$  мм условия прочности для всех рассматриваемых оболочек выполнялись, при  $r_0 \geq 30$  мм они могли нарушаться. При этом функции прочности изменялись в окрестности единицы. Причем при  $\beta \geq 0,75$  условие прочности по всем критериям соблюдалось даже при максимальном смещении заряда  $r_0 = 50$  мм, при меньших значениях  $\beta$  оно могло нарушаться по одному, двум или сразу по трем критериям в зависимости от  $r_0$ . Наиболее консервативным оказался обобщенный критерий Мизеса, наименее – критерий максимальных деформаций. Следует отметить, что при величине  $\Phi_{\max}$  существенно большей единицы погрешность определения НДС и прочности увеличивается, поскольку для стали при превышении предела текучести кривая деформирования отклоняется от закона Гука. Поэтому для таких случаев полученные расчетные данные являются приближенными.

Координаты по оси и углу самой опасной точки такие:  $x = x_0 = 0$ ;  $\varphi = \varphi_0 = 0$ , а ее радиальная координата зависела от  $\beta$  и  $r_0$ . В случае чисто композитного цилиндра ( $\beta = 0$ ) она, как правило, располагалась в окрестности середины толщины оболочки:  $r \approx R_1 + H/2$ . Для стальной оболочки ( $\beta = 1$ ) наиболее опасной становилась точка на внутренней поверхности  $r = R_1$ . При промежуточных толщинах стального слоя ( $0,25 \leq \beta \leq 0,75$ ) положение опасной точки зависело как от используемого критерия прочности, так и от  $r_0$ . Согласно критериям максимальных напряжений и деформаций при малых радиальных смещениях заряда она располагалась на внутренней поверхности стального внутреннего слоя, но с ростом  $r_0$  перемещалась в наружную



композитную часть цилиндра. По обобщенному критерию Мизеса она, как правило, находилась внутри наружного композитного слоя. На рис. 3 при  $\beta = 0,25$  показано изменение максимальных значений функций прочности во времени для  $r_0 = 0$  и 50 мм. Для обоих случаев по обобщенному критерию Мизеса более опасным оказывается композитный слой (на рис. 3 максимумы кривых 3 при  $t \approx 40$  и 80 мкс). При осесимметричном взрыве по критериям максимальных напряжений и деформаций наиболее опасная точка находится на внутренней поверхности стального слоя (на рис. 3,а максимумы кривых 1 и 2 при  $t \approx 60$  мкс), при неосесимметричном – в композитном слое (на рис. 3,б максимумы кривых 1 и 2 при  $t \approx 40$  и 80 мкс). По всем критериям при осесимметричном взрыве прочность обеспечивалась, при неосесимметричном – нарушалась.

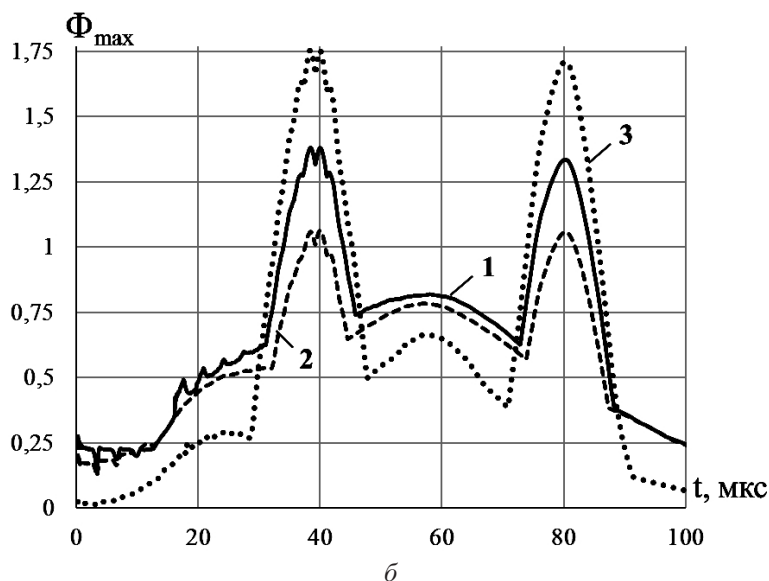
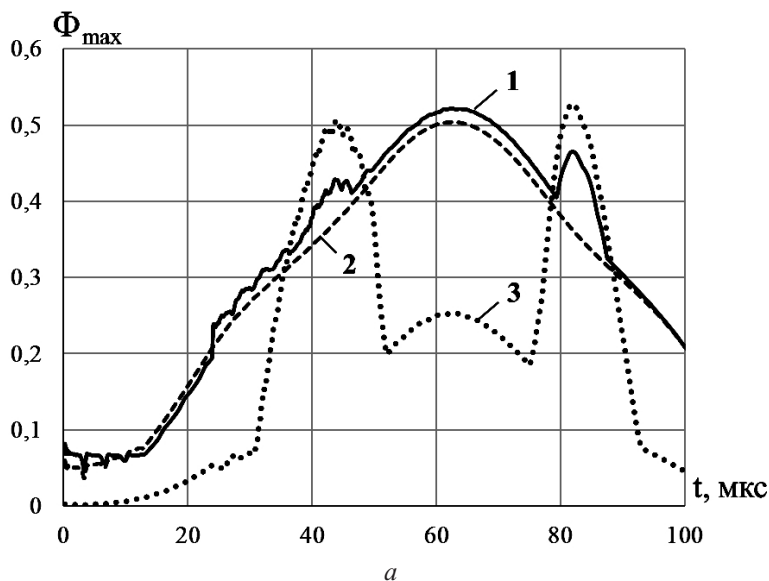
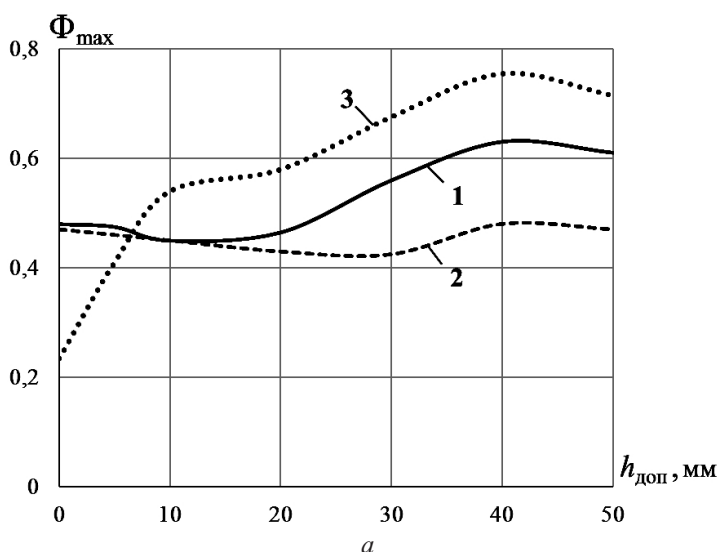


Рис. 3. Изменение максимумов функций прочности во времени при  $\beta = 0,25$  для  $r_0 = 0$  (а) и 50 мм (б). Здесь и на рис. 4–6: 1 – критерий  $\sigma_{\max}$ ; 2 –  $\epsilon_{\max}$ ; 3 – обобщенный Мизеса.

Исследование радиальных напряжений показывает, что при осесимметричном взрыве по композитному слою распространяется волна  $\sigma_r$  амплитудой около 15 МПа, а при неосесимметричном при  $r_0 = 50$  мм – около 40 МПа. Из-за низкой прочности данного КМ при растяжении по радиальной координате ( $\sigma_t = 36,75$  МПа < 40 МПа) условия прочности для такого нагружения по всем критериям не выполняются.

Использовать подобные транслопные однонаправленно армированные КМ, имеющие низкие пределы прочности в плоскости изотропии (а, значит, и в направлении радиальной координаты), неэффективно в цилиндрических КЭ при внутреннем нагружении взрывом. С точки зрения прочности оболочки в целом при расчетах могут быть получены даже парадоксальные результаты. Продемонстрируем это на конкретном примере.

Рассмотрим стальной цилиндр:  $\beta = 1$ ,  $M_3 = 121$  г,  $h_m = H = 40$  мм. При  $0 \leq r_0 \leq 50$  мм условия прочности по всем трем критериям будут выполняться с запасом не менее 17%, а в некоторых случаях даже более 50% (табл. 2). Не меняя ни массу заряда  $M_3$ , ни толщину стального внутреннего слоя  $h_m = H$ , будем увеличивать толщину цилиндра путем добавления дополнительного наружного армированного в окружном направлении композитного слоя толщиной  $h_{доп}$ , изменяющейся в диапазоне  $0 \leq h_{доп} \leq 50$  мм. Расчеты максимальных значений функций прочности для оболочки показывают, что прочность всего цилиндра может ухудшаться. На рис. 4 приведена зависимость  $\Phi_{max}$  от  $h_{доп}$  для случаев  $r_0 = 0$  и 50 мм. Видно, что при  $h_{доп} = 0$  прочность стальной оболочки соблюдается по всем критериям. При  $h_{доп} > 0$  и осесимметричном взрыве прочность также соблюдается для всех толщин металлокомпозитной оболочки (рис. 4,а). Причем по критерию максимальных напряжений и обобщенному критерию Мизеса значения функций прочности металлокомпозитной оболочки могут в ряде случаев превышать таковые для стальной оболочки, т.е. при отсутствии композита ( $h_{доп} = 0$ ). При неосесимметрично смещенном заряде условия прочности для цилиндра в целом для большинства  $h_{доп}$ , за исключением чисто стальной оболочки и малых толщин композитных слоев, начинают нарушаться. При этом для большинства  $h_{доп}$  наиболее консервативным оказывается обобщенный критерий Мизеса, наименее – максимальных деформаций (рис. 4,б). Это обусловлено тем, что при отсутствии композита ( $h_{доп} = 0$ ) волна  $\sigma_r$  замыкается в стальном слое, имеющем высокий предел прочности; для принятой массы заряда ВВ она не будет опасной, и условия прочности таким образом выполняются. Если при этом добавить



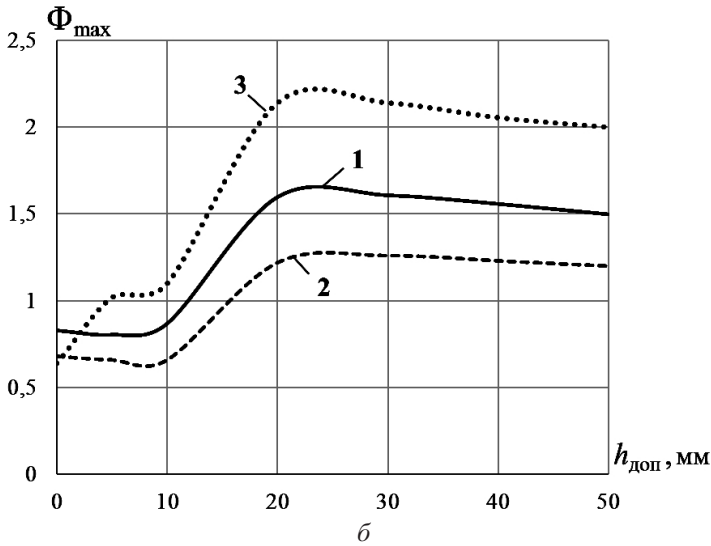
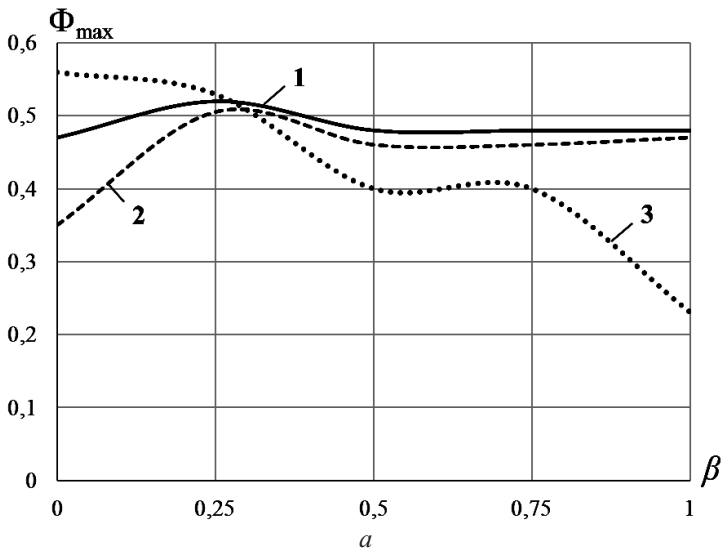


Рис. 4. О парадоксах упрочнения стальной оболочки внешним композитным слоем: зависимость  $\Phi_{\max}$  от  $h_{\text{доп}}$  при  $r_0 = 0$  (а) и 50 мм (б).

наружный композитный слой ( $h_{\text{доп}} > 0$ ) с низкой прочностью в радиальном направлении, то часть, пусть и небольшая, волны  $\sigma_r$  пройдет в композит и может разрушить его (рис. 4). Запас прочности внутреннего стального слоя станет выше, так как часть энергии уйдет наружу, в композит. А для оболочки в целом она может привести к разрушению наружного композитного слоя.

На рис. 5 показано изменение максимумов функций прочности в зависимости от  $\beta$  для  $r_0 = 0$  и 50 мм. Видно, что из-за низкой радиальной прочности композита наиболее оптимальной по прочности при фиксированной относительной массе заряда  $\chi$ , за исключением ряда малых толщин композитного слоя, будет цельнометаллическая оболочка ( $\beta = 1$ ). Это еще раз подтверждает нецелесообразность использования КМ с низкими пределами прочности в радиальном направлении в цилиндрических КЭ, испытывающих внутреннее взрывное нагружение.



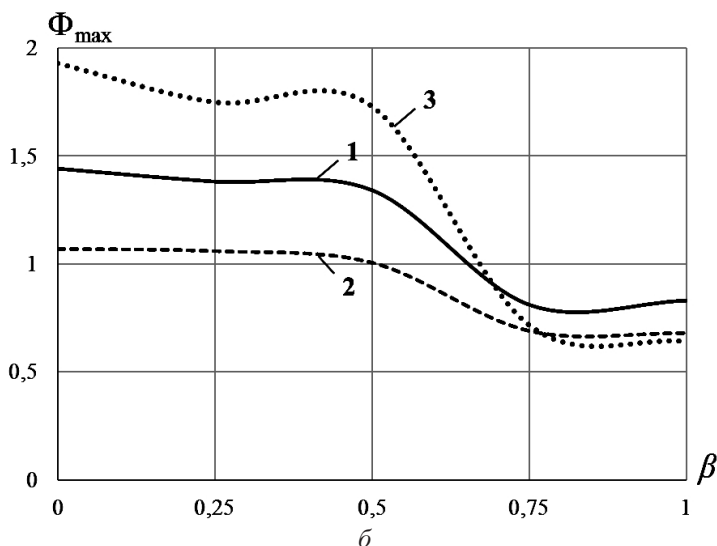


Рис. 5. Зависимость прочности металлокомпозитного цилиндра от  $\beta$  при  $r_0 = 0$  (а) и 50 мм (б).

Осевое смещение заряда, как отмечалось ранее [2, 25, 26], слабо влияет на прочность композитного цилиндра при внутреннем взрыве в случае свободных или скользяще закрепленных торцов. Продемонстрируем это на конкретном примере. В табл. 3 приведены значения максимумов функций прочности по трем критериям для наиболее опасного случая из рассмотренных металлокомпозитных оболочек:  $\beta = 0,25$ ;  $r_0 = 50$  мм для различных значений осевого смещения заряда – от центрального сечения ( $x_0 = 0$ ) до торца ( $x_0 = 300$  мм). Видно, что величина  $\Phi_{\max}$ , полученная по критерию  $\sigma_{\max}$ , не зависит от осевого смещения  $x_0$ , а по критериям  $\epsilon_{\max}$  и обобщенному Мизеса эта зависимость очень слабая. То же справедливо и для других  $\beta$  и  $r_0$ .

Т а б л и ц а 3

**Влияние осевого смещения заряда на прочность**

Критерий прочности	$x_0$ , мм			
	0	100	200	300
$\sigma_{\max}$	1,380	1,380	1,380	1,380
$\epsilon_{\max}$	1,065	1,065	1,066	1,065
Мизеса	1,755	1,750	1,760	1,755

Иная ситуация наблюдается, если торцы цилиндра неподвижно (жестко) закреплены. Рис. 6 демонстрирует изменение  $\Phi_{\max}$  в зависимости от  $x_0$  для той же задачи ( $\beta = 0,25$ ;  $r_0 = 50$  мм) при неподвижном закреплении торцов (немонотонные графики) и скользящем (горизонтальные прямые, соответствующие данным табл. 3). Видно, что при  $|x_0| \leq 100$  мм =  $L/6$  прочность оболочки не зависит ни от осевого смещения заряда ВВ, ни от краевых условий на торцах. А при  $|x_0| \geq 200$  мм =  $L/3$  она существенно зависит от  $x_0$ , если торцы неподвижны, и не зависит если они скользяще закреплены. В случае неподвижно закрепленных торцов наиболее опас-

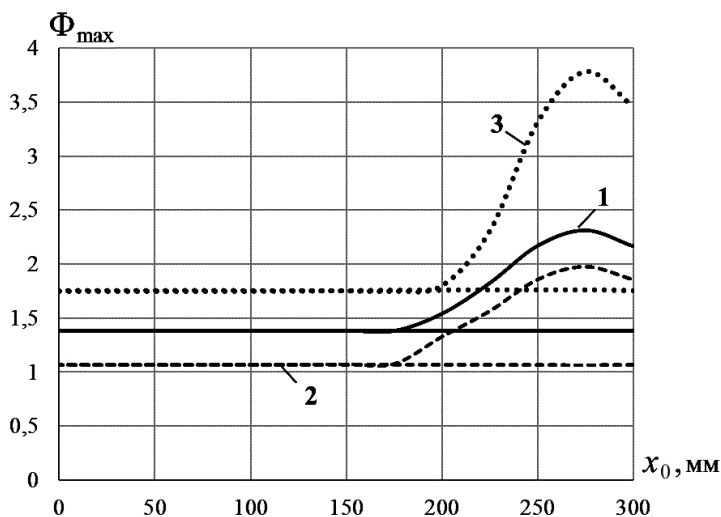


Рис. 6. Влияние краевых условий на торцах на прочность цилиндрической оболочки.

ным согласно всем критериям прочности является расположение заряда вблизи торца  $x = \pm L/2$ .

## Выводы

1. Осевое смещение заряда ВВ слабо влияет на прочность композитного цилиндра для свободных или скользяще закрепленных торцов и весьма существенно для близкого к торцу расположения заряда при неподвижно закрепленных торцах. Причем для неподвижно закрепленных торцов наиболее опасным по всем критериям прочности будет расположение заряда вблизи торца  $x = \pm L/2$ .

2. Радиальное смещение заряда сильно влияет на прочность оболочки. Чем больше радиальное смещение заряда, тем ниже прочность КЭ.

3. Прочность оболочки определяется сечением  $x = x_0$ , проходящим через заряд, и не зависит от краевых условий на торцах, если заряд расположен на достаточном удалении от них. Модель ПДС при этом дает искаженную картину НДС в опасном сечении  $x = x_0$  оболочки, однако такие плоские задачи более консервативны и могут быть использованы для приближенной оценки прочности конструкций.

4. Опасная точка при центральном неосесимметричном нагружении находится на отрезке  $x = x_0$ ,  $\varphi = \varphi_0 = 0$  либо на внутренней поверхности оболочки ( $r = R_1$ ), либо, в случае металлокомпозитного цилиндра, в наружном композитном слое ( $R_1 + h_m < r < R_2$ ). Ее положение зависит как от используемого критерия прочности, так и от радиального смещения заряда  $r_0$ . При малых  $r_0$  самой опасной является точка на внутренней поверхности, при существенных  $r_0$  — внутренняя часть наружного композитного слоя.

5. Использование КМ, имеющих низкие пределы прочности при растяжении в радиальном направлении, является неэффективным для рассмотренных оболочек. Наиболее оптимальным по прочности при фиксированной относительной массе заряда при использовании подобных КМ практически всегда будет цельнометаллический цилиндр ( $\beta = 1$ ) при полном отсутствии композитного слоя. Упрочнение стальной оболочки наружными композитными слоями будет неэффективным. Уменьшая функцию прочности во внутреннем стальном слое, прочность цилиндра в целом не будет обеспечиваться из-за разрушения внешнего композитного слоя в волнах разгрузки растягивающих радиальных напряжений.

## Резюме

Чисельно-аналітичним методом досліджено тривимірну динаміку та міцність металокомпозитних циліндрів скінченної довжини, навантажених невісесиметричним внутрішнім вибухом. Міцність визначалась за трьома критеріями руйнування для трансotropного матеріалу: максимальних напружень, деформацій і узагальненим Мізеса. Досліджено вплив зміщення заряду вибухової речовини відносно центра симетрії циліндра вздовж радіуса та вісі на напружено-деформований стан та міцність. Установлено неефективність використання армованих композитів із низькими границями міцності при розтязі поперек волокон для подібних оболонок.

1. *Разрушение* разномасштабных объектов при взрыве / Под общ. ред. А. Г. Иванова. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001. – 482 с.
2. Лепихин П. П., Ромащенко В. А. Прочность неоднородных анизотропных полых цилиндров при импульсном нагружении. – Киев: Наук. думка, 2014. – 232 с.
3. *Лепихин П. П., Ромащенко В. А., Бахтина Е. В.* Методы и результаты анализа напряженно-деформированного состояния и прочности многослойных толстостенных анизотропных цилиндров при динамическом нагружении (обзор). Сообщ. 1. Экспериментальные исследования // Пробл. прочности. – 2013. – № 1. – С. 17–32.
4. *Лепихин П. П., Ромащенко В. А.* Методы и результаты анализа напряженно-деформированного состояния и прочности многослойных толстостенных анизотропных цилиндров при динамическом нагружении (обзор). Сообщ. 2. Теоретические методы // Там же. – 2013. – № 2. – С. 31–45.
5. *Лепихин П. П., Ромащенко В. А.* Методы и результаты анализа напряженно-деформированного состояния и прочности многослойных толстостенных анизотропных цилиндров при динамическом нагружении (обзор). Сообщ. 3. Феноменологические критерии прочности // Там же. – 2013. – № 3. – С. 24–41.
6. *Войтенко С. Д., Вингловський А. О., Сидоренко Ю. М.* Експериментальні дослідження процесу деформування корпусів контейнерів для знешкодження саморобних вибухових пристроїв // Вісн. НТУУ “КПІ”. Машинобудування. – 2010. – № 58. – С. 147–154.
7. *Бабич Ю. Н.* Численные исследования деформирования корпуса контейнера по обезвреживанию взрывных устройств // Надежность и долговечность машин и сооружений. – 2015. – Вып. 40. – С. 136–143.
8. *Абросимов Н. А., Елесин А. В.* Математическое моделирование прогрессирующего разрушения композитных цилиндрических оболочек при многократном импульсном нагружении // Материалы XI Междунар. конф. по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ’2016) (25–31 мая 2016, Алушта). – М.: Изд-во МАИ, 2016. – С. 287–289.
9. *Абросимов Н. А., Новосельцева Н. А.* Численный анализ процесса прогрессирующего разрушения металлопластиковых цилиндрических оболочек при импульсном нагружении // Там же. – С. 289–291.
10. *Лепихин П. П., Ромащенко В. А., Бейнер О. С. и др.* Программа численного расчета динамического напряженно-деформированного состояния и прочности полых многослойных анизотропных цилиндров и сфер. Сообщ. 2. Сравнение численных результатов с экспериментальными и теоретическими для цилиндров // Пробл. прочности. – 2015. – № 3. – С. 39–50.

11. Летихин П. П., Ромащенко В. А., Бейнер О. С. Теоретическое исследование разрушения в волнах напряжений анизотропного цилиндра при внутреннем взрыве // Там же. – 2016. – № 5. – С. 29–51.
12. Абакумов А. И., Низовцев П. Н., Соловьев В. П. и др. Расчетно-экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния композитных оболочек вращения при динамическом нагружении с учетом больших деформаций // Механика композитных материалов. – 1998. – № 1. – С. 28–37.
13. Абросимов Н. А., Елесин А. В. Численный анализ влияния структуры армирования на динамическое поведение композитных цилиндрических оболочек при взрывном нагружении // Пробл. прочности и пластичности. – 2012. – Вып. 74. – С. 78–83.
14. Абросимов Н. А., Елесин А. В., Новосельцева Н. А. Численный анализ влияния структуры армирования на динамическое поведение и предельную деформируемость композитных оболочек вращения // Механика композитных материалов. – 2014. – № 2. – С. 313–326.
15. Абросимов Н. А., Елесин А. В., Пирогов С. А. Численный анализ неосесимметричного деформирования и прогрессирующего разрушения слоистых композитных цилиндрических оболочек при импульсном нагружении // Пробл. прочности и пластичности. – 2015. – 77, № 1. – С. 23–32.
16. Абросимов Н. А., Новосельцева Н. А. Численное моделирование процесса послойного разрушения цилиндрических оболочек при взрывном нагружении // Механика композитных материалов. – 2015. – № 4. – С. 579–594.
17. Летихин П. П., Ромащенко В. А., Тарасовская С. А., Корбач В. Г. Пределы применимости метода Уилкинса для исследования динамического напряженно-деформированного состояния анизотропных упругих осесимметричных оболочек // Пробл. прочности. – 2003. – № 1. – С. 76–86.
18. Летихин П. П., Ромащенко В. А., Тарасовская С. А., Деменко В. Ф. Численное исследование динамики цилиндрических спирально армированных толстостенных оболочек // Авіац.-косм. техніка і технологія. – 2003. – Вип. 5 (40). – С. 56–60.
19. Летихин П. П., Ромащенко В. А., Тарасовская С. А. Модификация метода Уилкинса для исследования динамики осесимметричных толстостенных оболочек с винтовой анизотропией // Пробл. прочности. – 2004. – № 2 – С. 13–20.
20. Ромащенко В. А., Тарасовская С. А. Численное исследование динамики толстостенных цилиндрических спирально армированных оболочек // Механика композитных материалов. – 2005. – № 2. – С. 225–236.
21. Ромащенко В. А., Тарасовская С. А., Деменко В. Ф. Численное моделирование динамики толстостенных многослойных спирально армированных цилиндрических оболочек // Открытые информ. и компьютерные технологии. – 2004. – Вып. 23 – С. 170–182.
22. Ромащенко В. А., Тарасовская С. А. Численное исследование динамики многослойных спирально ортотропных цилиндров // Пробл. прочности. – 2004. – № 6 – С. 99–110.
23. Ромащенко В. А. Численное исследование нелинейной динамики многослойных спирально ортотропных цилиндров // Там же. – 2008. – № 6. – С. 110–121.
24. Ромащенко В. А., Бейнер О. С., Бабич Ю. Н. Численно-аналитический метод исследования трехмерной динамики многослойных спирально ортотропных цилиндров // Там же. – 2011. – № 4. – С. 103–113.



25. *Ромащенко В. А., Бейнер О. С.* Численное исследование трехмерной динамики и прочности многослойных спирально ортотропных цилиндров // Там же. – 2012. – № 2. – С. 101–112.
26. *Ромащенко В. А., Бабич Ю. Н., Бахтина Е. В.* Оценка прочности композитных и металлокомпозитных цилиндров при импульсном нагружении. Сообщ. 2. Численная оценка прочности многослойных цилиндров конечной длины при внутреннем взрыве // Там же. – № 5. – С. 56–68.
27. *Nelson S., O'Toole B., and Thota J.* Explosive testing of open cylinders for verification of composite properties used in computational analysis // ASME 2012 Verification and Validation Symposium (May 2–4, 2012, Las Vegas, NV).
28. *Адищев В. В., Корнев В. М., Талзи Л. А.* Оценка максимальных напряжений в замкнутых цилиндрических сосудах при осесимметричном взрывном нагружении. Отчет о НИР / ИГД СО АН СССР / № 6588 83. Деп. Новосибирск, 1983.
29. *Randers-Pehrson G. and Bannister K. A.* Airblast Loading Model for Dyna-2D & Dyna-3D // Army Research Laboratory. – ARL-TR-1310. – 1997. – 97 p.
30. *Tsai S. W. and Wu E. M.* A general theory of strength for anisotropic materials // J. Compos. Mater. – 1971. – 5. – P. 58–80.
31. *Композиционные материалы.* В 8 т. / Под ред. Л. Браутмана, Р. Крока. – Т. 2. Механика композиционных материалов / Под ред. Дж. Сендечки. – М.: Мир, 1978. – 568 с.
32. *Zhao G. P. and Cho C. D.* Damage initiation and propagation in composite shells subjected to impact // Compos. Struct. – 2007. – 78. – P. 91–100.
33. *Ромащенко В. А.* Оценка прочности композитных и металлокомпозитных цилиндров при импульсном нагружении. Сообщ. 1. Правила выбора и сравнительный анализ различных критериев прочности анизотропного материала // Пробл. прочности. – 2012. – № 4. – С. 42–57.
34. *Иванов А. Г., Синицын В. А., Новиков С. А.* Масштабные эффекты при динамическом разрушении конструкций // Докл. АН СССР. – 1970. – 194, № 2. – С. 316–317.
35. *Иванов А. Г., Минеев В. Н., Цыпкин В. И. и др.* Пластичность, разрушение и масштабный эффект при взрывном нагружении стальных труб // Физика горения и взрыва. – 1974. – № 4. – С. 603–607.
36. *Цыпкин В. И., Клецевников О. А., Шитов А. Т. и др.* Масштабный эффект при взрывном разрушении сосудов, заполненных водой // Атом. энергия. – 1975. – 38, Вып. 4. – С. 251–252.
37. *Цыпкин В. И., Иванов А. Г., Минеев В. Н., Шитов А. Т.* Экспериментальное исследование влияния масштаба, геометрии и заполняющей среды на прочность стальных сосудов при внутреннем импульсном нагружении // Там же. – 1976. – 41, вып. 5. – С. 303–308.
38. *Иванов А. Г., Минеев В. Н.* О масштабном критерии при хрупком разрушении конструкций // Докл. АН СССР. – 1975. – 220, № 3. – С. 575–578.
39. *Рыжанский В. А., Минеев В. Н., Иванов А. Г. и др.* Разрушение цилиндрических стеклоэпоксидных оболочек, заполненных водой, при внутреннем импульсном нагружении // Механика полимеров. – 1978. – № 2. – С. 283–289.
40. *Цыпкин В. И., Русак В. Н., Шитов А. Т. и др.* Деформация и разрушение цилиндрических оболочек из стеклоэпоксида при внутреннем импульсном нагружении // Механика композитных материалов. – 1981. – № 2. – С. 249–255.

41. Федоренко А. Г., Цыпкин В. И., Иванов А. Г. и др. Особенности динамического деформирования и разрушения цилиндрических стеклопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении // Там же. – 1983. – № 1. – С. 90–94.
42. Федоренко А. Г., Цыпкин В. И., Иванов А. Г. и др. Деформация и разрушение разномасштабных цилиндрических стеклопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении // Там же. – 1986. – № 4. – С. 658–664.
43. Иванов А. Г., Цыпкин В. И. Деформация и разрушение стеклопластиковых оболочек при экстремальных импульсных нагрузках // Там же. – 1987. – № 3. – С. 472–480.
44. Воронцова О. С., Сырунин М. А., Федоренко А. Г. и др. Экспериментальное исследование коэффициентов вариации прочностных характеристик стеклопластиковых цилиндрических оболочек при внутреннем импульсном нагружении // Там же. – № 4. – С. 642–646.
45. Цыпкин В. И., Русак В. Н., Иванов А. Г. и др. Деформация и разрушение двухслойных металлопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении // Там же. – № 5. – С. 833–838.
46. Федоренко А. Г., Цыпкин В. И., Сырунин М. А. и др. Поведение композитных оболочек с высокоэластичным связующим при внутреннем импульсном нагружении // Там же. – 1988. – № 2. – С. 306–314.
47. Федоренко А. Г., Иванов А. Г., Сырунин М. А. Динамическая прочность оболочек из стеклопластика // Там же. – 1989. – № 3. – С. 425–430.
48. Сырунин М. А., Федоренко А. Г., Шитов А. Т. Прочность цилиндрических оболочек из стеклопластика различной структуры при нагружении взрывом // Физика горения и взрыва. – 1989. – № 4. – С. 108–115.
49. Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Иванов А. Г. Предельные деформации оболочек из ориентированного стеклопластика при внутреннем взрывном нагружении // Там же. – 1992. – № 2. – С. 87–93.
50. Русак В. Н., Федоренко А. Г., Сырунин М. А. и др. Предельная деформируемость и прочность базальтопластиковых оболочек при внутреннем взрывном нагружении // Прикл. механика и теорет. физика. – 2002. – № 1. – С. 186–195.
51. Трощенко В. Т., Красовский А. Я., Покровский В. В. и др. Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Ч. 1. – Киев: Наук. думка, 1993. – 288 с.
52. Летишин П. П., Ромащенко В. А., Бейнер О. С. и др. Программа численного расчета динамического напряженно-деформированного состояния и прочности полых многослойных анизотропных цилиндров и сфер. Сообщ. 1. Описание программы // Пробл. прочности. – 2015. – № 2. – С. 38–47.
53. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.

Поступила 05. 09. 2017