

## **Прогнозирование предельного состояния и долговечности конструкционных материалов при воздействии симметричного циклического изгиба и статического кручения**

**В. Н. Пелых**

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина

ut4ura@ukr.net

*Рассматривается задача расчета предельного состояния и усталостной долговечности призматических стержней при совместном действии симметричного циклического изгиба и статического кручения. Решение строится с использованием метода эквивалентных напряжений. В качестве эквивалентного выбрано циклическое напряжение в условиях симметричного цикла. Результаты расчета апробированы экспериментально на примере легированных сталей и алюминиевого сплава.*

**Ключевые слова:** многоцикловая усталость, асимметричное нагружение, двухосное комбинированное нагружение, эквивалентные напряжения, усталостная долговечность, предельное состояние, призматические стержни.

**Введение.** Проблема усталостного разрушения материалов и элементов конструкций, несмотря на выполненные в этом направлении многочисленные исследования, остается актуальной как с теоретической, так и с прикладной точек зрения [1–3]. Особенно это относится к задачам усталостного разрушения при различных видах комбинированного нагружения статическими и циклическими нагрузками, характерными, например, для большинства вращающихся валов, лопаток газовых турбин, коленчатых валов двигателей внутреннего сгорания, фюзеляжа и крыльев самолета, соединительных элементов конструкций.

Предельное состояние материалов и элементов конструкций при совместном воздействии симметричного циклического изгиба и статического кручения оценивается по диаграммам предельных напряжений, устанавливающим зависимость циклической компоненты напряжений от статической. Усталостная долговечность в этом случае описывается кривыми усталости, которые характеризуют зависимость числа циклов до разрушения от величины амплитуды цикла напряжений по параметру касательного статического напряжения.

Традиционно построить диаграммы предельных напряжений и кривые усталости при совместном воздействии симметричного циклического изгиба и статического кручения можно по результатам трудоемких испытаний образцов материала на усталость для каждого фиксированного значения касательного статического напряжения [4]. В некоторых случаях задача решается путем установления эмпирических зависимостей параметров кривой усталости от величины касательного статического напряжения. Это позволяет рассчитывать предельное состояние и усталостную долговечность для промежуточных значений касательного статического напряжения и сократить объем испытаний.

Для решения задач оценки предельного состояния и долговечности при различном виде асимметричного нагружения более целесообразным является использование концепции эквивалентных напряжений [5–7], согласно которой асимметричный цикл переходит в симметричный, что позволяет рассчитывать усталостную долговечность по усталостным характеристикам симметричного цикла. Ранее [7]

задача расчета усталостной долговечности при асимметричном нагружении решалась с помощью эквивалентных напряжений, полученных исходя из линейной зависимости между предельными напряжениями цикла.

В работах [8–11] построена модель предельного состояния для условий одноосного асимметричного нагружения в виде степенной трансцендентной функции. Модель позволяет охватить практически все характерные для большинства конструкционных материалов формы диаграмм предельных напряжений, включая выпуклые, вогнутые и близкие к линейным.

В настоящей работе степенная трансцендентная функция используется для построения модели предельного состояния и решения на этой основе задач усталости при совместном воздействии симметричного циклического изгиба и статического кручения.

**Постановка задачи.** Полагая, что зависимости между предельными напряжениями при одноосном асимметричном нагружении и предельными напряжениями при комбинированном нагружении симметричным изгибом со статическим кручением являются подобными, такой вид нагружения будем называть “двухосным асимметричным нагружением”.

Рассматривается усталостное разрушение сплошных призматических стержней из изотропных материалов, находящихся под действием двухосного асимметричного нагружения. Условие нагружения задается соотношением

$$\tilde{\sigma}^b = \tau_m + \sigma_a^b g(t), \quad (1)$$

где  $\tau_m$  – статическая касательная компонента цикла напряжений;  $\sigma_a^b$  – амплитуда циклических напряжений при изгибе;  $g(t)$  – некоторая периодическая функция, задающая закон изменения напряжения  $\tilde{\sigma}^b$  во времени.

Считается, что амплитудные напряжения  $\sigma_a^b$  не зависят от времени (стационарный режим) и достаточно быстро (частота  $f = n/t > 10$  Гц) изменяются от цикла к циклу, а максимальное главное напряжение в цикле согласно критерию максимальных нормальных напряжений не превышает предела текучести материала при растяжении–сжатии ( $\sigma_Y$ ). В этом случае усталостное разрушение образца реализуется в многоцикловой области, где число циклов до разрушения  $n_R \geq 10^5$ .

Задача заключается в определении числа циклов до разрушения  $n_R$  образцов в функции амплитуды циклических напряжений  $\sigma_a^b$  по параметру среднего касательного напряжения  $\tau_m$ , задаваемых согласно (1). Решение строится на основе концепции эквивалентных напряжений:

$$\tilde{\sigma}_{eq}^b = f(\tau_m, \sigma_a^b, n_R, c_i) = \sigma_n^b, \quad (2)$$

которые задают комбинации среднего касательного напряжения  $\tau_m$  и амплитуды циклического напряжения  $\sigma_a^b$  для одного и того же числа циклов до разрушения  $n_R$  и соответствуют пределу ограниченной усталости  $\sigma_n^b$  при симметричном цикле. Здесь  $c_i$  – экспериментально определяемые коэффициенты.

Число циклов до разрушения  $n_R$  при асимметричном нагружении (1) определяется по уравнению

$$n_R = \frac{1}{(1+q)D(\tilde{\sigma}_{eq}^b)^q}, \quad (3)$$

которое получено из уравнения кривой усталости при симметричном цикле нагружения путем замены  $\sigma_n^b$  величиной  $\tilde{\sigma}_{eq}^b$ , где  $q$  и  $D$  – параметры кривой усталости при симметричном цикле нагружения.

Функция  $f(\cdot)$  в (2) идентифицируется исходя из аналитического выражения, задающего диаграмму предельных напряжений в виде зависимости между напряжениями двухосного асимметричного нагружения  $\tau_m$  и  $\sigma_a^b$  для фиксированного числа циклов до разрушения  $n_R$ . Вид аналитического выражения указанной зависимости зависит от степени пластичности материала или режима нагружения.

Для случая совместного воздействия симметричного циклического изгиба и статического кручения диаграмма предельных напряжений задается соотношением

$$\frac{\sigma_a^b}{\sigma_n^b} = \left[ \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{\tau_m}{\tau_b} \right) \right]^\chi, \quad (4)$$

где  $\tau_b$  – предел кратковременной прочности материала при кручении;  $\chi$  – коэффициент чувствительности материала к степени асимметрии комбинированного циклического нагружения. (Выражение (4) развито по аналогии со случаем одноосного асимметричного нагружения [12].)

Эквивалентные напряжения  $\tilde{\sigma}_{eq}^b$  (3) для расчета усталостной долговечности задаются на основании уравнения предельного состояния (4), а для выбранного режима нагружения исходя из (4) с учетом (2) записываются в виде

$$\tilde{\sigma}_{eq}^b = \left[ \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{\tau_m}{\tau_b} \right) \right]^{-\chi} \sigma_a^b. \quad (5)$$

**Построение диаграмм предельных напряжений. Прогнозирование усталостной долговечности.** Решение задачи построения диаграмм предельных напряжений и расчета усталостной долговечности при совместном воздействии циклического изгиба и статического кручения рассматривается на примере сплошных стержней из сталей 40Х, 45 и алюминиевого сплава Д16Т.

**Методика определения материальных констант.** Для построения диаграмм предельных напряжений и расчета усталостной долговечности по уравнению (3) с учетом (5) необходимо располагать значениями материальных констант  $q$ ,  $D$  и  $\chi$ , определяемых по результатам испытаний образцов материала на усталость.

Коэффициенты  $q$  и  $D$  определяются путем аппроксимации экспериментальных данных на усталость при симметричном ( $\tau_m = 0$ ) цикле нагружения. Задача сводится к минимизации функционала

$$\Phi(q, D) = \sum_{j=1}^S \{n_{Rj} (\sigma_{nj}^b) - [(1+q)D(\sigma_n^b)^q]^{-1}\}^2 \Rightarrow 0, \quad (6)$$

где  $\sigma_{nj}^b$  и  $n_{Rj}$  – набор дискретных значений пределов ограниченной усталости и соответствующих им чисел циклов до разрушения.

Коэффициент  $\chi$  определяется с использованием характеристик кривой усталости при симметричном цикле нагружения и данных испытаний образцов, полученных при одиночном базовом эксперименте на усталость при  $\sigma_a^b = \tau_m = \sigma_a^{0b} = \tau_m^0$ , как и при отнулевом цикле [12]. В этом случае проявляется чувствительность

материала к нормальным или касательным компонентам напряжений. Значение коэффициента  $\chi$  определяется из соотношения

$$\chi = \frac{\lg \sigma_a^{0b} - \lg \sigma_n^{0b}}{\lg \left[ \cos \left( \frac{\pi \tau_m^0}{2 \tau_B} \right) \right]}, \quad (7)$$

где  $\tau_m^0$  и  $\sigma_a^{0b}$  – статическая и циклическая компоненты цикла;  $\sigma_n^{0b}$  – предел ограниченной усталости при симметричном циклическом нагружении, соответствующий долговечности при напряжениях  $\tau_m^0$  и  $\sigma_a^{0b}$ .

**Построение диаграмм предельных напряжений.** Диаграммы предельных напряжений строятся в нормированном виде в соответствии с уравнением (4). Коэффициент  $\chi$  определяется по (7), а  $\tau_B$  – по диаграмме кручения или по зависимости  $\tau_B = f(\sigma_B)$ .

Значения используемых в расчетах материальных констант  $q$ ,  $D$  и  $\chi$ , найденных по вышеизложенной методике, и пределов прочности при кручении  $\tau_B$  для конструкционных материалов приведены в таблице.

**Характеристики кратковременной прочности и материальные константы конструкционных материалов**

Материал	$\tau_B$ , МПа	$q$	$D$ , МПа <sup>-q</sup> · цикл <sup>-1</sup>	$\chi$
Сталь 40Х	1172,2	19,786	$6,812 \cdot 10^{-65}$	0,64
Сталь 45	751,0	20,218	$3,201 \cdot 10^{-62}$	0,38
Сплав Д16Т	310,0	6,446	$1,927 \cdot 10^{-22}$	1,41

Результаты расчетов по уравнению (4) сопоставляли с экспериментальными данными для сталей 40Х и 45 и алюминиевого сплава Д16Т (рис. 1).

**Прогнозирование усталостной долговечности.** Для расчета числа циклов до разрушения  $n_R$  при комбинированном асимметричном нагружении (1) из (3) с учетом (5) получим уравнение

$$n_R = \frac{1}{(1+q)D \left[ \cos \left( \frac{\pi \tau_m}{2 \tau_B} \right) \right]^{-\chi q} (\sigma_a^b)^q}. \quad (8)$$

Результаты расчетов по уравнению (8) сопоставляли с экспериментальными данными для сталей 40Х и 45 и алюминиевого сплава Д16Т (рис. 2).

**Обсуждение результатов.** Задача прогнозирования предельного состояния и расчета усталостной долговечности при комбинированном асимметричном нагружении решается на основе концепции эквивалентных напряжений с использованием характеристик усталости материала при симметричном цикле. На точность расчетов могут влиять различные факторы: структура модели предельного состояния; качество проведения базового эксперимента; статистические ошибки и т.д.

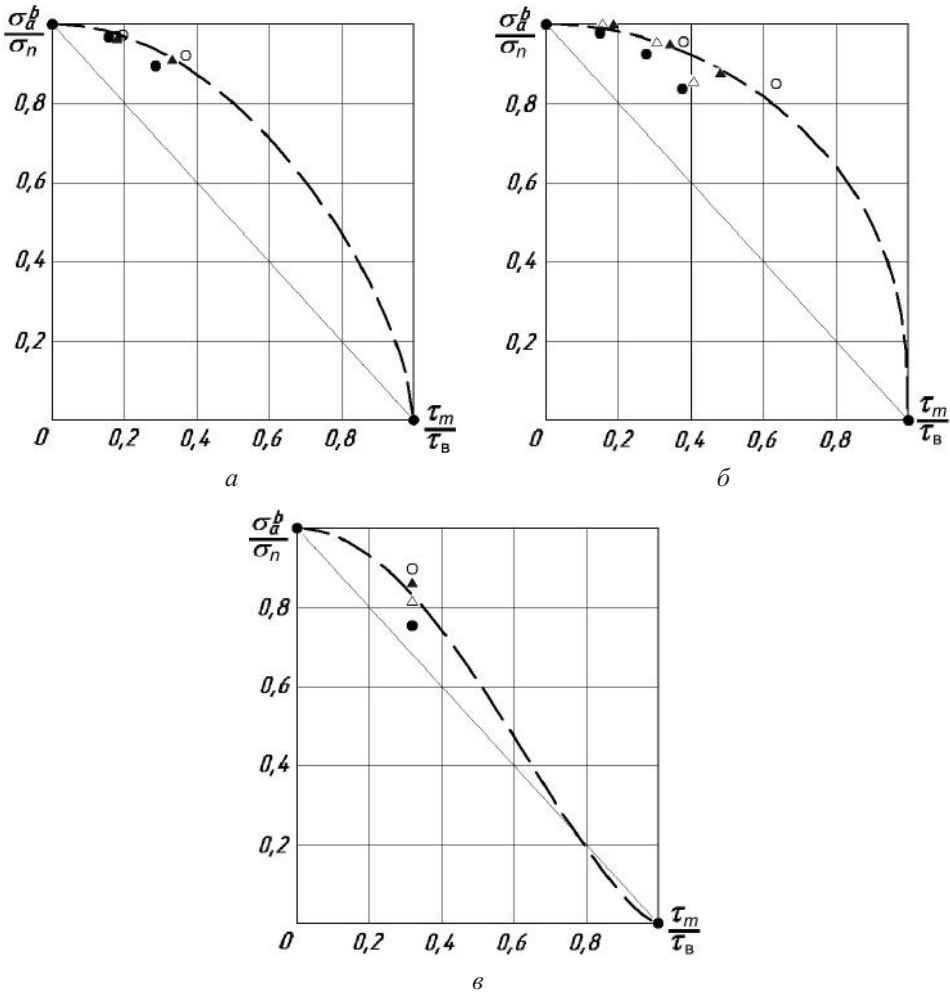


Рис. 1. Диаграммы предельного состояния (линии) для сталей 40X при  $n_R = 10^4$  (○),  $10^5$  (▲),  $10^6$  (●) цикл (а), 45 при  $n_R = 10^4$  (○),  $10^5$  (▲),  $10^6$  (△),  $10^7$  (●) цикл (б) и алюминиевого сплава Д16Т при  $n_R = 10^5$  (○),  $4 \cdot 10^5$  (▲),  $10^6$  (△),  $3 \cdot 10^6$  (●) цикл (в). (Здесь и на рис. 2: линии – расчетные данные, точки – экспериментальные [13, 14].)

В целом, как видно из сопоставления расчетных данных с экспериментальными, получено вполне удовлетворительное их согласование. Максимальная погрешность по долговечности  $n_R$  (50%) получена для стали 40X (рис. 2,а) при  $\tau_m = 384,14$  МПа,  $\sigma_a^b = 867$  МПа. Для других материалов и уровней среднего касательного напряжения  $\tau_m$  погрешность по долговечности колеблется в пределах 5...30%.

**Заключение.** С помощью метода эквивалентных напряжений можно рассчитать усталостную долговечность материалов при комбинированном асимметричном нагружении. Для реализации метода достаточно провести легко воспроизводимые базовые эксперименты, данные которых используются для определения материальных констант. Базовыми служат стандартные испытания на изгиб, испытания на усталость при симметричном цикле и единственный идентифицирующий эксперимент на усталость при  $\tau_m = \sigma_a^b$ . Расчетные данные удовлетворительно согласуются с экспериментальными для ряда исследованных металлических конструкционных материалов.

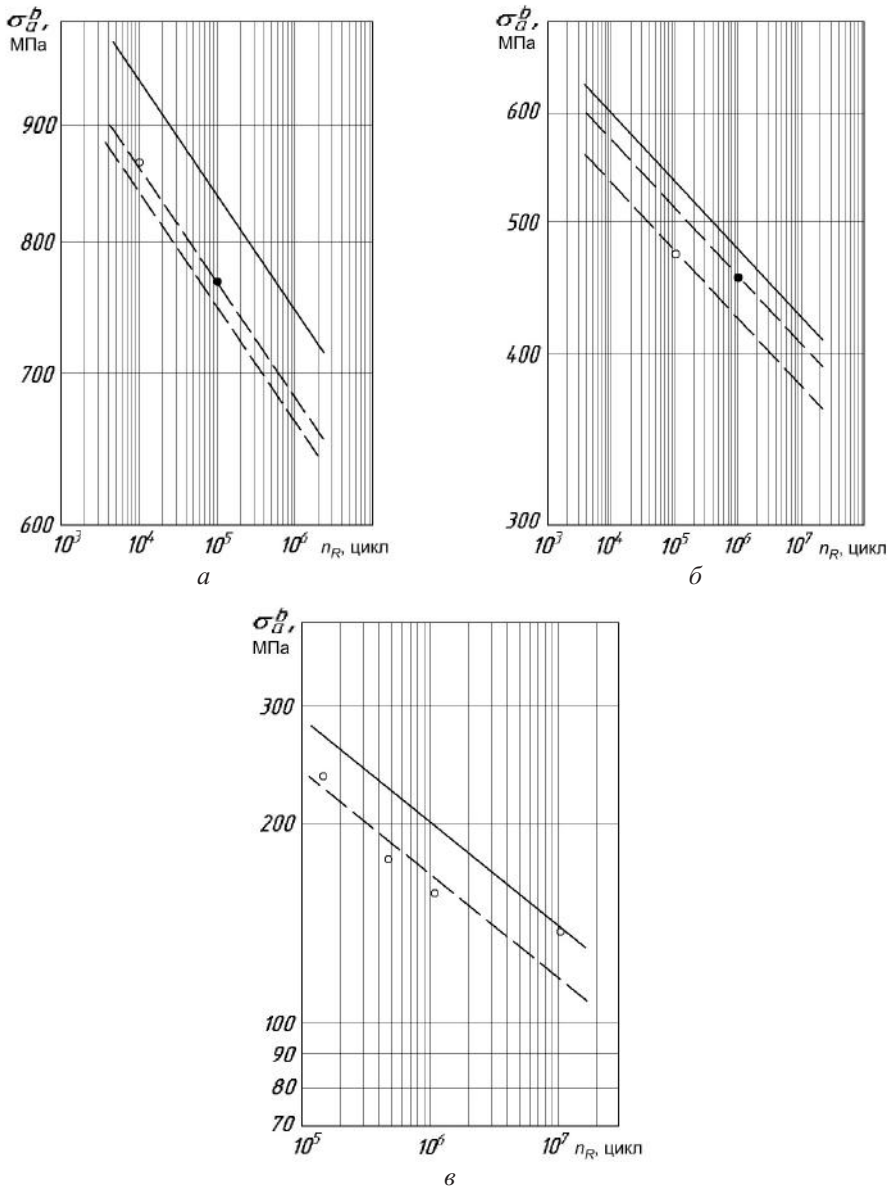


Рис. 2. Расчетные и экспериментальные значения усталостной долговечности призматических стержней из сталей 40Х при  $\tau_m = 433,67$  (○) и  $384,14$  (●) МПа (а), 45 при  $\tau_m = 356,08$  (○) и  $228,08$  (●) МПа (б) и алюминиевого сплава Д16Т при  $\tau_m = 98,1$  (○) МПа (в). (Сплошные линии соответствуют кривым усталости при симметричном цикле ( $\tau_m = 0$ )).

## Резюме

Розглядається задача розрахунку граничного стану й утомної довговічності призматичних стрижнів при спільній дії симетричного циклічного згину та статичного кручення. Розв'язок будується з використанням методу еквівалентних напружень. Як еквівалентне вибрано циклічне напруження за умов симетричного циклу. Результати розрахунків апробовано експериментально на прикладі легованих сталей та алюмінієвого сплаву.

1. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдорович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Руководство и справ. пособие / Под ред. С. В. Серенсена. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
2. Collins J. A. Failure of Materials in Mechanical Design. Analysis. Prediction. Prevention. – New York: John Wiley & Sons, 1981. – 624 p.
3. Heywood R. B. Designing against Fatigue. – London: Chapman and Hall Ltd., 1962. – 504 p.
4. Почтенный Е. К. Прогнозирование долговечности и диагностика усталости деталей машин. – Минск: Наука и техника, 1983. – 246 с.
5. Биргер И. А., Балашов Б. Ф., Дульнев Р. А. и др. Конструкционная прочность материалов и деталей газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1981. – 222 с.
6. Лебедев А. А., Ковальчук Б. И., Уманский С. Э. и др. Справочное пособие по расчету машиностроительных конструкций / Под общ. ред. А. А. Лебедева. – Киев: Техніка, 1990. – 240 с.
7. Голуб В. П., Пантелеев Е. А., Романов А. В. К расчету усталостной долговечности гладких и надрезанных стержней при осевом нагружении // Надежность и прочность машиностроительных конструкций. – Куйбышев: Изд. Куйбыш. авиац. ин-та, 1988. – С. 4–12.
8. Golub V. P. and Krizhanovskii V. I. Evaluation of the limiting state under asymmetric multicycle load // Strength Mater. – 1994. – **26**, No. 4. – P. 243–252.
9. Golub V. P. and Krizhanovskii V. I. An approach to analysis of fatigue strength under conditions of stress concentration in the process of high-cycle asymmetric loading // Ibid. – 1997. – **29**, No. 6. – P. 590–599.
10. Golub V. P., Krizhanovskii V. I., and Pelykh V. N. Problem of fatigue endurance calculation under combined cyclic tensile–compressive and torsional loading // Ibid. – 2014. – **46**, No. 1. – P. 110–120.
11. Golub V. P., Pelykh V. N., and Pogrebnyak A. D. Calculating the fatigue life of prismatic rods subject to repeated stress cycling // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, No. 3. – P. 337–349.
12. Голуб В. П., Крижановский В. И., Погребняк А. Д., Кочеткова Е. С. Усталостная прочность металлических и композитных материалов при асимметричном растяжении–сжатии // Прикл. механика. – 2006. – **42**, № 1. – С. 48–58.
13. Почтенный Е. К., Стайченко Е. С. Исследование циклической прочности сталей 45 и 40Х в условиях совместного действия циклического изгиба и статического кручения // Пробл. прочности. – 1973. – № 8. – С. 114–116.
14. Земсков Г. В. О пределе выносливости некоторых материалов при переменном изгибе и постоянном кручении // Усталостная прочность и долговечность авиационных конструкций. – Куйбышев: Изд. Куйбыш. авиац. ин-та, 1974. – С. 61–64.

Поступила 29. 03. 2016