

## Вероятностный подход к задаче моделирования повреждения композиционных пластин при ударе

В. В. Астанин<sup>1</sup>, А. А. Щегель

Национальный авиационный университет, Киев, Украина

<sup>1</sup> astanin@nau.edu.ua

*Предложена вероятностная модель повреждения и разрушения композиционного материала при ударном нагружении, в соответствии с которой параметры повреждения рассматриваются как вероятностные функции деформации, скорости деформации и температуры с заданным распределением плотности вероятности. Методом конечных элементов проведен численный расчет на прочность пластин волокноно-упрочненного материала в диапазоне скоростей соударения до 1200 м/с. Проанализированы особенности динамики энергопоглощения и размеров повреждения пластины в зависимости от скорости удара.*

**Ключевые слова:** волокноно-упрочненные композиты, механика повреждения, вероятностное моделирование, ударная прочность, энергопоглощение, ультразвуковое сканирование, защитные свойства.

**Постановка задачи.** В настоящее время волокноно-упрочненные композиты являются важным конструктивным материалом, из которого изготавливают, в частности, высокоответственные элементы и детали воздушной и наземной транспортной техники. В связи с возникающими при эксплуатации нагрузками большое значение имеет решение проблемы удовлетворительного моделирования для прогнозирования развивающегося повреждения, которое непосредственно влияет на прочность. Известны основные подходы к моделированию поведения композитов под нагрузкой, которые применяются для различных условий эксплуатации и заключаются в использовании тех или иных критериальных оценок напряженно-деформированного и предельного состояний конструкции, а именно: различных критериев прочности [1–3] для определения критического с точки зрения функциональности состояния материала; механики разрушения [4–6] для определения нарушений внутренней структуры в виде трещин, способных привести к критическому разрушению; механики повреждения [7–10] для определения постепенного формирования и накопления повреждений в процессе нагружения и деформирования.

Сложная внутренняя структура композиционного материала предполагает проявление свойств прочности как способности противостоять внешним нагрузкам при наличии связей между структурными элементами каждого составляющего однородного компонента композита, а также атомных, молекулярных, адгезионных и другого типа связей между самими компонентами [11, 12]. Компонентами композиционного материала в данном случае являются, например, упрочняющее волокно и матрица, в других – отдельные фазы или даже детали конструкции. В качестве структурных элементов могут выступать атомы, молекулы, зерна или другие образования [13]. Важно, что именно комбинация связей между элементами на различных уровнях (нано-, микро-, макро-) ответственна за суммарную прочность, а нарушение связей на каком-либо из них определяет соответствующий тип повреждения [14].

Учет наличия или отсутствия связей между указанными элементами на разных уровнях посредством использования интегральных, обобщающих, параметров, характеризующих поведение материала в целом, является важной научной задачей, рассматриваемой в данной работе.

Именно нарушение и разрыв указанных связей с последующим возможным их восстановлением ответственны как за формирование необратимых повреждений и деформаций, так и за достижение соответствующих значений напряжений. Традиционно, если не учитывать некоторый начальный статистический разброс значений механических характеристик материала, т.е. его неоднородность, в расчетных моделях напряжение как силовая характеристика однозначно детерминировано связывается с деформацией как пространственной мерой изменения взаимного расположения точек материала.

Ниже предлагается концепция вероятностного моделирования разрыва и восстановления связей, а соответственно деформирования и повреждения материала. Под вероятностным подходом следует понимать учет того, что указанные разрывы и восстановление связей, а следовательно, и зависящие от них функции напряжения от деформации по своей природе являются не однозначно определенными внешними условиями, а лишь вероятностно обусловленными параметрами среды и нагрузки. Принципиальное отличие вероятностного моделирования, таким образом, состоит в необходимости расчета текущих значений вероятности разрушения и восстановления связей между структурными частицами материала, что позволяет определить текущие параметры повреждения и соответственно рассчитать величины напряжений и деформаций.

**Моделирование вероятностных процессов повреждения.** Конструкционные композиты, упрочненные условно бесконечными волокнами, обычно формируют в виде многослойных ортотропных пластин или оболочек [15], представляющих собой ламинаты.

Зависимость усилий  $N$  и моментов  $M$  в плоскости ламината от деформаций  $\varepsilon_0$  в срединной плоскости и вторых производных  $\kappa$  от прогиба срединной плоскости по координатным направлениям, которые обозначим как  $i = 1, j = 2$  и которые лежат одновременно в плоскости ортотропного ламината и в соответствующих плоскостях симметрии, представим следующим образом [16]:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A : B \\ B : D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где

$$A_{ij} = \sum_{l=1}^m Q_{ij}^l (z_l - z_{l-1}); \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m Q_{ij}^l (z_l^2 - z_{l-1}^2); \quad D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{l=1}^m Q_{ij}^l (z_l^3 - z_{l-1}^3), \quad (2)$$

если  $Q_{ij}^l$  обозначить как матрицу жесткости, соответствующую  $l$ -му слою, внешняя поверхность которого отстоит от срединной поверхности ламината на расстоянии  $z_l$ , а  $m$  – общее количество таких слоев.

Основная сложность при моделировании волоконно- и в том числе текстильно-упрочненных ламинированных композитов заключается в правильном выборе вида уравнения напряженно-деформированного состояния материала слоев, представленного в случае упругого взаимодействия зависимостью напряжения  $\sigma$  от деформации  $\varepsilon$ :

$$\sigma_i = Q_{ij} \varepsilon_j, \quad i, j = 1, 2, 6. \quad (3)$$

Здесь во избежание неоднозначности обозначений в случае записи уравнения для двух- и трехмерного случая приняты обозначения индексов напряжений и деформаций по Фойгту [14, 16].

Более сложное поведение ортотропного материала, подвергающегося повреждению внутренней структуры вследствие действия приложенной нагрузки, но неповрежденные участки которого продолжают оказывать этой нагрузке упругое сопротивление, может быть описано общей по сравнению с (3) моделью [14, 16, 17]:

$$\sigma_i = f[\tilde{Q}_{ij}(d_{ij}), \varepsilon_j], \quad i, j = 1, 2, 6, \quad (4)$$

где аргументами функции выступают деформация  $\varepsilon_j$  и тензор жесткости поврежденного материала  $\tilde{Q}_{ij}$ , которая, в свою очередь, зависит от так называемых параметров повреждения  $d_{ij}$  [17, 18].

В отличие от тензора изначальной (неповрежденной) жесткости  $Q_{ij}$ , выражающего через механические характеристики материала, такие как модули упругости первого  $E$  и второго  $G$  рода и коэффициенты Пуассона  $\nu_{12}$  и  $\nu_{21}$  в плоскости слоя ламината [16]:

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{21}E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

тензор жесткости поврежденного материала  $\tilde{Q}_{ij}$  определяется в виде [19]:

$$\tilde{Q}_{ij} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1-d_{11})E_{11} & (1-d_{11})(1-d_{22})\nu_{21}E_{11} & 0 \\ (1-d_{11})(1-d_{22})\nu_{12}E_{22} & (1-d_{22})E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & (1-d_{12})G_{12}D \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где  $D = 1 - (1-d_{11})(1-d_{22})\nu_{12}\nu_{21}$ ;  $d_{ij}$  – параметры повреждения в соответствующих направлениях; индексы 11 и 22 обозначают направления вдоль и поперек волокон однонаправленно упрочненного слоя (или вдоль основных и вдоль перпендикулярно к ним направленных вспомогательных волокон двунаправленно упрочненного слоя) соответственно; индекс 12 обозначает значения механических характеристик и параметров повреждения в плоскости ламината.

Таким образом, описанная модель материала, основанная на подходах механики повреждения и представленная среди прочего в [19], дает возможность спрогнозировать поведение материала под нагрузкой с учетом и обратимых упругих деформаций, и необратимого повреждения.

В пределах конечных отрезков времени, каковыми являются отрезки времени, соответствующие шагу интегрирования при численном расчете методом конечных элементов с использованием моделей материала, в том числе и описанной выше модели механики повреждения, сформированное в материале повреждение является необратимым. Ниже для расчета параметров повреждения  $d_{ij}$  предлагается использовать следующую зависимость:

$$d_{ij}(\varepsilon_j, \dot{\varepsilon}_j, T) = (1-r(\varepsilon_j, \dot{\varepsilon}_j, T))f(\varepsilon_j, \dot{\varepsilon}_j, T), \quad (7)$$

где  $f$  и  $r$  – параметры, учитывающие соответственно долю поврежденных и долю восстановленных связей между структурными элементами материала, под которыми необходимо понимать, как было объяснено выше, атомы, молекулы, зерна или дру-

гие структурные образования;  $\dot{\varepsilon}_j$  – компоненты тензора скорости деформации;  $T$  – температура рассматриваемой области материала.

Параметр  $f$  находят в численном эксперименте как конкретную реализацию некоторой случайной величины, заданной распределением плотности вероятности  $p_f$ , которая описывает долю поврежденных связей. Указанное распределение плотности вероятности  $p_f$  является функцией соответствующих компонент деформации  $\varepsilon$ , скорости деформации  $\dot{\varepsilon}$  и температуры  $T$ :

$$p_f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = 1 - \frac{1}{2\pi L} \exp \left[ - \left( \frac{(\varepsilon - d\mu_\varepsilon)^2}{2(dS_\varepsilon)^2} + \frac{(\dot{\varepsilon} - d\mu_{\dot{\varepsilon}})^2}{2(dS_{\dot{\varepsilon}})^2} + \frac{(T - d\mu_T)^2}{2(dS_T)^2} \right) \right], \quad (8)$$

где  $L = dS_\varepsilon dS_{\dot{\varepsilon}} dS_T$ ;  $d\mu_i$  – смещение максимума функции вероятности повреждения относительно оси деформации  $\varepsilon$ , скорости деформации  $\dot{\varepsilon}$ , температуры  $T$  ( $i = \varepsilon, \dot{\varepsilon}, T$ );  $dS_i$  – среднеквадратическое отклонение для указанных аргументов, которое определяется по значениям  $\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T$ , и при критических состояниях материала при его полном разрушении или начале интенсивного разрушения, как будет описано ниже. Аналогичные соображения применимы к параметру  $r$ , определяемому следующим распределением плотности вероятности:

$$p_r(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = 1 - p_f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T). \quad (9)$$

Здесь обозначения соответствуют вышеприведенным.

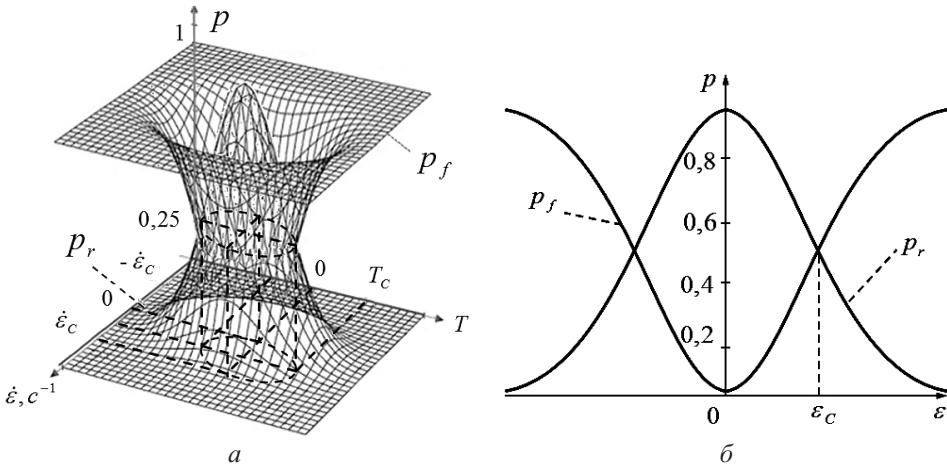


Рис. 1. Общий вид зависимостей плотности вероятности поврежденных  $p_f$  и восстановленных  $p_r$  связей от температуры  $T$ , скорости деформации  $\dot{\varepsilon}$  (а) и деформации  $\varepsilon$  (б).

Общий вид зависимостей плотности вероятности поврежденных  $p_f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$  и восстановленных  $p_r(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$  связей от  $T, \dot{\varepsilon}$  и  $\varepsilon$  приведен на рис. 1, где обозначены критические значения деформации  $\varepsilon_c$ , скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_c$  и температуры  $T_c$ , при которых вероятность разрушения связей начинает превышать вероятность их восстановления:

$$p_f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) > p_r(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T), \quad (10)$$

что равноценно началу катастрофического разрушения материала, в том числе соответствует точке плавления как индикатору разрушения касательных связей, точке кипения как индикатору разрушения нормальных связей под действием температур-

ной нагрузки или соответственно точке начала текучести как индикатору разрушения касательных связей и точке разрушения при максимальной нагрузке как индикатору разрушения нормальных связей под действием силовой нагрузки.

Как показано штриховыми линиями на рис. 1,а, линия пересечения поверхностей, отображающих зависимости  $p_f$  и  $p_r$  от указанных параметров, образует некий пространственный симметричный или неравноосный эллипс, характеризующий условную границу критерия вероятностного разрушения материала. При построении трехмерной гиперповерхности рассматриваемых плотностей вероятности как функций  $\varepsilon$ ,  $\dot{\varepsilon}$ ,  $T$  условную границу критерия вероятностного разрушения формирует некий эллипсоид. Область, соответствующая отрицательной полуоси температур, является симметричным отражением положительной ветки кривой.

**Особенности реализации и результаты численного расчета.** Задача данного исследования решалась на примере моделирования повреждения и разрушения плоских пластин диаметром 200 мм из волоконно-упрочненного композиционного материала на основе стекловолокна и полипропиленовой матрицы при прямом центральном ударе стальной сферой диаметром 8,75 мм с начальной скоростью соударения до 1200 м/с. В качестве исходных данных для расчета согласно предложенной вероятностной модели и традиционной детерминированной модели для волоконно-упрочненных композитов [19] использовались механические характеристики гибридоволоконного материала, приведенные ниже [14, 18, 20]. Моделирование осуществлялось в рамках конечноэлементного программного расчетного комплекса ABAQUS, особенности применяемых методик расчета описаны в [19].

Модуль Юнга в направлении волокон основы  $E_1 = 13,8 \cdot 10^3$  МПа

Модуль Юнга в направлении волокон утка  $E_2 = 11,5 \cdot 10^3$  МПа

Коэффициент Пуассона в плоскости ламината  $\nu_{12} = 0,09$

Модуль упругости второго рода в плоскости ламината  $G_{12} = 1,05 \cdot 10^3$  МПа

Плотность  $\rho = 1490$  кг/м<sup>3</sup>

Прочность в направлении волокон основы на растяжение  $R_1^t = 283$  МПа

Прочность в направлении волокон основы на сжатие  $R_1^c = 125$  МПа

Прочность в направлении волокон утка на растяжение  $R_2^t = 279$  МПа

Прочность в направлении волокон утка на сжатие  $R_2^c = 103$  МПа

Прочность в плоскости ламината на сдвиг  $R_{12} = 44$  МПа

Энергия разрушения вдоль волокон основы на растяжение  $E_1^t = 70145$  Дж

Энергия разрушения вдоль волокон основы на сжатие  $E_1^c = 13380$  Дж

Энергия разрушения вдоль волокон утка на растяжение  $E_2^t = 9913$  Дж

Энергия разрушения вдоль волокон утка на сжатие  $E_2^c = 7355$  Дж

Температура плавления композиционного материала  $T_{пл} = 180^\circ\text{C}$

Скорость распространения звука в композите  $v_c = 800$  м/с

Критическая деформация вдоль волокон основы на растяжение  $\varepsilon_1^t = 0,00319$

Критическая деформация вдоль волокон основы на сжатие  $\varepsilon_1^c = -0,00319$

Критическая деформация вдоль волокон утка на растяжение  $\varepsilon_2^t = 0,00131$

Критическая деформация вдоль волокон утка на сжатие  $\varepsilon_2^c = -0,00097$

Критическая деформация на сдвиг в плоскости ламината  $\gamma_{12} = 0,0419$

Расчеты проводились с использованием предложенной вероятностной, а также, для сравнения результатов моделирования, традиционной, применяемой для слоистых волоконно-упрочненных материалов, модели, реализующей детерминированный подход к расчету зависимостей напряжений от деформаций с учетом повреждений и

деградации тензора жесткости поврежденных конечных элементов. В качестве традиционной детерминированной модели использовалась реализованная в программном расчетном комплексе ABAQUS модель эволюции повреждения волокноно-упрочненного композита с критерием прочности Хашина [19].

Расчетные изополя энергии, расходуемой при ударе на повреждение единицы объема материала образца, т.е. удельной поглощенной энергии повреждения, при скоростях удара 500 и 1000 м/с в соответствии с детерминированной и предложенной вероятностной моделями, а также зависимость общей поглощенной энергии  $E_a$  от относительной скорости ударника  $v_0/v_c$  в сравнении с экспериментом [20–23] приведены на рис. 2.

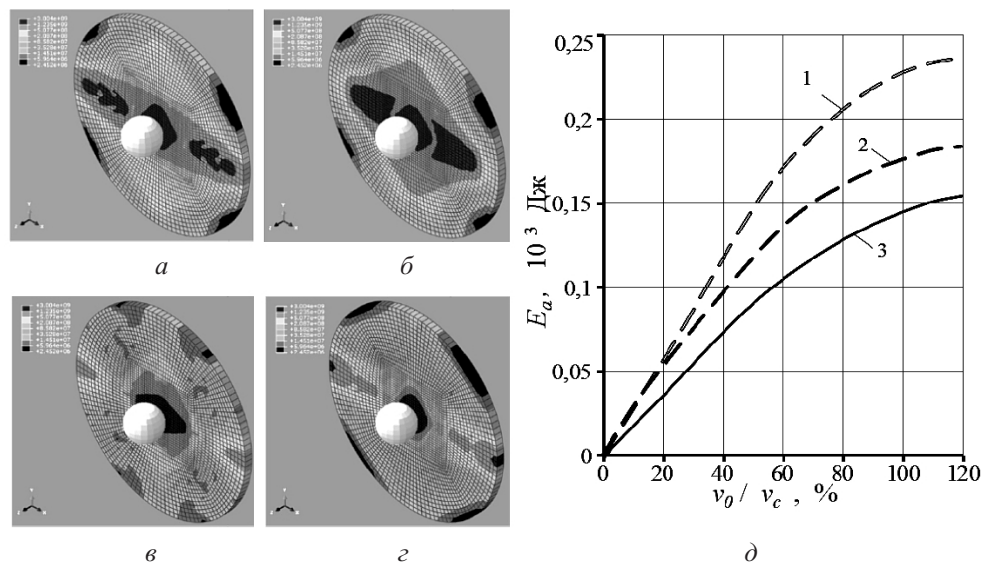


Рис. 2. Расчетные изополя энергии, расходуемой при ударе на повреждение единицы объема материала при скоростях удара 500 м/с (а, в) и 1000 м/с (б, г) в соответствии с детерминированной (а, б) и предложенной вероятностной (в, г) моделями, а также зависимость общей поглощенной энергии  $E_a$  от относительной скорости ударника  $v_0/v_c$  (д): 1, 2 – расчет по стандартной и вероятностной моделям соответственно; 3 – экспериментальные данные.

Расчетные изополя суммарного повреждения материала в направлении волокон основы и утка в соответствии с детерминированной и предложенной вероятностной моделями при скорости удара 280 м/с приведены на рис. 3. На рис. 3,в показана область повреждения материала по данным ультразвукового сканирования образца при соответствующей скорости удара. Для моделирования конечных элементов композиционной пластины были выбраны оболочечные элементы общего назначения, предназначенные для моделирования как тонких, так и толстых пластин [19]. В расчетах в программном комплексе используется метод явного интегрирования.

В качестве исходных данных для расчета выбраны критические значения деформации, а также скорость распространения звука и температура плавления в качестве критических параметров. Среднеквадратические отклонения  $dS_i$  в (8) находят для соответствующих аргументов, используя эти критические величины таким образом, что  $i_c = dS_i n_i$ ,  $i = \varepsilon, \dot{\varepsilon}, T$ , где  $n_i$  принято равным трем. При этом расчет скорости деформирования по величине скорости деформации  $\dot{\varepsilon}$  осуществляется для каждого отдельного конечного элемента в процессе расчета путем умножения  $\dot{\varepsilon}$  на его характерный линейный размер  $l_0$ . Используемые в формуле (8) смещения максимума

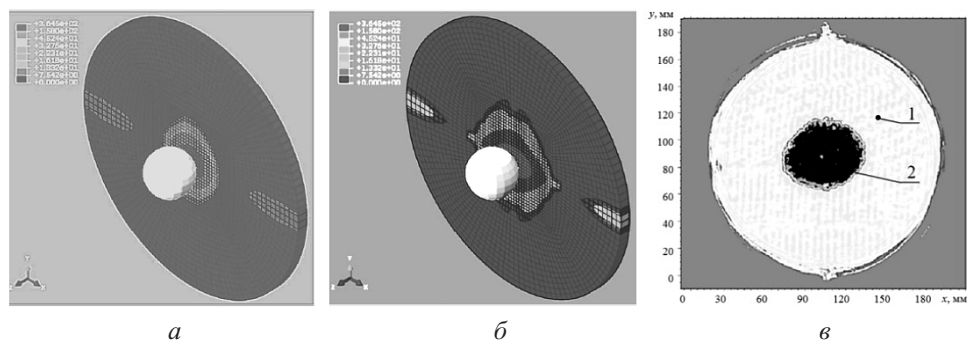


Рис. 3. Расчетные изополя повреждения материала в направлении волокон основы и утка в соответствии с детерминированной (а) и предложенной вероятностной (б) моделями при скорости удара 280 м/с и повреждение ультразвукового сканирования согласно экспериментальным данным (в): 1 – пластина; 2 – поврежденная область.

функции вероятности повреждения относительно осей деформации  $\epsilon$ , скорости деформации  $\dot{\epsilon}$  и температуры  $T$  в данном расчете были приняты равными нулю.

Модель композиционного материала включала в себя серию расположенных под углом друг к другу слоев ламината, соответствующих строению испытанных образцов материала:  $[0/90]_s$ . Для каждого слоя параметры материала были заданы с учетом характерных направлений вдоль волокон основы и утка [24, 25]. Контакт ударника и материала предполагался абсолютно жестким, и трение не учитывалось, поскольку из-за особенностей реализации программного комплекса это осложняло выбор временного интервала единичного шага расчета [26].

Алгоритм расчета поведения материала при нагрузке в соответствии с предложенной вероятностной моделью был реализован в виде пользовательской подпрограммы по аналогии с [21]. В расчетной модели точки контура пластины из композиционного материала ограничены шестью пространственными связями и таким образом не имеют поступательных и вращательных степеней свободы, что соответствует закреплению по контуру испытываемой пластины в эксперименте. Ударник моделировался абсолютно жестким телом, поскольку колебания упругого стального шара заданных размеров несущественно влияют на ударный процесс, ввиду того что скорость звука в металле значительно превышает исследуемый скоростной диапазон. В то же время учет его упругости приводит к большим дополнительным затратам вычислительных ресурсов. Поэтому в рамках моделирования имело смысл задать только его недеформируемую поверхность как оболочечный элемент. Масса ударника определялась путем взвешивания и при численном расчете привязывалась к единой базисной точке смоделированного абсолютно жесткой оболочкой ударника в его центре тяжести.

**Анализ результатов моделирования и их сравнение с экспериментальными данными.** Сравнение расчетных изополей удельной поглощенной энергии повреждения материала, полученных по предложенной модели (рис. 2), с изополями, полученными по традиционной модели, показывает, что их важной особенностью является то, что значения данной энергии для одинаково удаленных от эпицентра удара областей пластины в первом случае оказываются существенно меньше, чем во втором, а значение повреждения больше (рис. 3). Таким образом, с помощью вероятностной модели удается предсказать локализацию повреждения в области удара при высоких скоростях соударения (до 1200 м/с).

Действительно, начальная энергия удара  $E_0$ , представляющая собой кинетическую энергию ударника перед столкновением с преградой в виде испытываемого

образца материала, расходуется на несколько основных направлений. Во-первых, это формирование местного повреждения структуры материала, которое по достижении некоторого граничного при данной толщине пластины уровня приводит к сквозному пролету ударника через образец. С точки зрения защитных свойств материала часть энергии  $E_d$ , расходуемая на повреждение, должна быть максимальной, чтобы минимизировать остальные составляющие энергии удара, передаваемые на защищаемую конструкцию. Упругая компонента деформации материала, приобретаемая на первом этапе соударения, связана с инициированным ударом затухающим колебательным процессом изменения упругой силы сопротивления образца проникновению ударника, что особенно заметно при малых скоростях удара и приводит к отскоку ударника. Тесно связанное с этим процессом отражение упругих волн от границ фаз, других неоднородностей структуры, тыльной и краевой поверхностей образца приводит к подобным колебаниям силы сопротивления. В обоих случаях соответствующая часть энергии  $E_{el}$  расходуется на упругое деформирование. Важную роль играет компонента  $E_s$ , связанная как с упругим, так и с неупругим деформированием опоры образца, в качестве которой в реальных эксплуатационных условиях обычно выступает защищаемая конструкция. При несквозном пробивании вся энергия  $E_d$ , которая не была поглощена образцом на формирование упругих деформаций, т.е.  $E_{el}$ , а также пластических или хрупких повреждений, т.е.  $E_d$ , передается опорной конструкции как  $E_s$ , что позволяет рассчитать коэффициент затухания и поглощения энергии в радиальном направлении в плоскости пластины, поддающейся прямому центральному удару.

Соотношение описанных компонент общей энергии удара при различных скоростях соударения определяется повреждением образца. Так, на рис. 4 показаны расчетные и экспериментальная зависимости удельной поврежденной площади образцов  $A_{уд} = A_d / A_0$  ( $A_d$  – поврежденная,  $A_0$  – общая площадь образца) от относительной скорости ударника  $v_0 / v_c$ . На первом участке кривых от начала координат до экстремума, соответствующего скорости баллистического лимита пластин и составляющего примерно 40% скорости  $v_c$  распространения звука в композите, площадь повреждения возрастает, вместе с ней повышается и энергия повреждений  $E_d$ , а также предшествующая ей энергия упругих деформаций  $E_{el}$ , так как повреждение возможно лишь по достижении упругими деформациями известного предела. Таким образом, несмотря на квадратичный рост энергии удара в зависимости от начальной скорости соударения, лишь часть ее поглощается образцом, что соответствует прямолинейному участку кривой 3 на рис. 2, д, аппроксимирующей экспериментальные данные с общим коэффициентом достоверности аппроксимации  $R^2 = 0,72$ . Коэффициенты достоверности аппроксимации точек, полученных расчетным путем, по которым построены кривые 1 и 2, составляют соответственно 0,99 и 0,87 для стандартной и вероятностной моделей.

С точки зрения предложенной авторами вероятностной модели повреждения и разрушения материала это может быть объяснено следующим образом. Связи между структурными частицами материала, такими как атомы и молекулы, находятся на уровне, достаточном для оказания существенного влияния на происходящие процессы перераспределения энергии и восприятия нагрузки не непрерывно, но лишь разрушаются и восстанавливаются вновь с теми же или уже с соседними структурными частицами с определенной частотой. Эта частота разрыва и восстановления связей согласно принятой в вероятностной модели гипотезе определяется колебаниями атомов или других структурных частиц материала около их положений равновесия, т.е. фоновыми колебательными процессами в материале, характерные частоты которых определяются межмолекулярными (или межмолекулярными) расстояниями и размерами образцов материала [27].



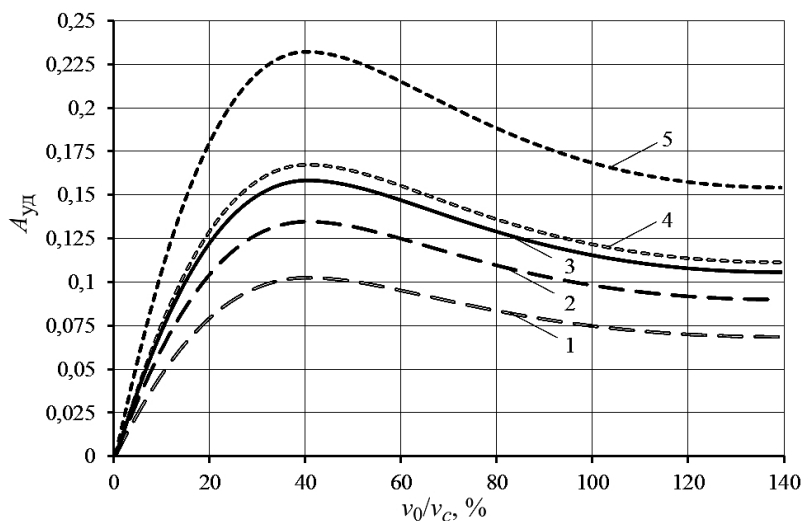


Рис. 4. Зависимость удельной поврежденной площади образцов  $A_{уд}$  от относительной скорости ударника  $v_0/v_c$ : 1, 2 – площади, соответствующие расчетным величинам повреждения более 0,9 по детерминированной и предложенной вероятностной моделям; 3 – экспериментальные данные; 4, 5 – площади, соответствующие расчетным величинам повреждения более 0,1 по детерминированной и предложенной вероятностной моделям.

Соответственно восприятие и перераспределение нагрузки по площади и по объему образца происходят лишь в течение времени  $\Delta t_{el} = (1 - p_f)\Delta t$ , где  $\Delta t$  – общее время взаимодействия;  $p_f$  – вероятность разрушения связей. Поскольку при малых величинах потенциальной энергии деформации образца вероятность  $p_f$  крайне мала,  $\Delta t_{el} \approx \Delta t$ , и характер деформирования в основном упругий. При постепенном повышении потенциальной энергии деформации образца в процессе приложения нагрузки вероятность  $p_f$  также увеличивается. Это приводит к росту доли времени  $\Delta t_d = 1 - \Delta t_{el}$ , в течение которого происходит локальное перемещение структурных частиц или участков материала разного масштабного уровня относительно друг друга, а именно: скольжение перпендикулярно вектору расстояния между ними или перемещение вдоль этого вектора. В первом случае имеет место необратимая пластическая деформация, во втором – трещинообразование на микроуровне. Преобладание того или иного из этих процессов повреждения начальной структуры материала обусловлено различием упомянутых частот разрыва нормальных и касательных связей между рассматриваемыми структурными элементами.

При увеличении скорости нагружения уменьшается промежуток времени  $\tau$ , в течение которого каждая соседняя структурная частица материала преодолевает под действием нагрузки расстояние, отделяющее ее от близлежащих частиц. По достижении некоторой скорости взаимного движения частей или граней образца  $\tau$  приближается к величине времени характерного периода колебаний  $\tau_m$  структурных частиц материала, происходящих в противофазе для каждых двух соседних частиц. Для многих металлов эта скорость близка к 3000 м/с [28], для композиционных материалов при ее усредненной оценке необходимо учитывать совместное влияние атомарных и молекулярных разрывов связей, причем во всех компонентах композита, таких как волокна, матрица и пограничный слой.

Случай, когда  $\tau \rightarrow \tau_m$ , характеризуется все менее выраженным усредненным по времени взаимодействием суммарным импульсом окружающих движимую частицу соседних частиц. Все большее влияние имеет случайное совпадение или, наоборот, несовпадение по фазе движения рассматриваемой частицы под действием внешней

нагрузки и внутренних колебательных процессов в веществе испытываемого образца. В первом случае при малых скоростях деформации, т.е. при  $\tau \gg \tau_m$ , усредненный по времени  $\tau$  импульс, переданный в течение всех циклов длиной  $\tau_m$ , при которых связь не была разорвана, позволяет перераспределить приложенную нагрузку на соседние структурные частицы и от них далее по образцу, а также на опору и обеспечить соответствующую компоненту перераспределенной энергии удара  $E_s$ , как было описано выше. Однако при  $\tau \rightarrow \tau_m$  возрастает количество промежутков времени  $\tau_m$ , в течение которых, как и раньше, отсутствовала, т.е. была разорванной или не проявлялась, связь между указанными соседними структурными частицами вещества, что, опять же, обусловлено внутренними фоновыми колебательными процессами в материале, но в течение которых также успела произойти существенная, а именно близкая к расстоянию между частицами, сдвигка соседних частиц, определяющая соответствующую деформацию.

Если при этом превышено некоторое критическое расстояние, при котором потенциальная энергия  $E_i$  взаимодействия между частицами становится близкой к нулю, причем будь это при их отдалении или при взаимном приближении, последующего восстановления упругой связи между ними не происходит. Зависимость энергии  $E_i$  от расстояния между частицами  $l$  показана на рис. 5. Эти частицы, следовательно, и далее могут быть практически беспрепятственно перемещены относительно друг друга внешней нагрузкой, что определит необратимую пластическую деформацию или хрупкое повреждение. Причем пластическую деформацию в данном контексте можно также отнести к необратимому повреждению изначальной структуры материала. Однако следует учитывать, что восстановление связи может произойти и обычно происходит с другими частицами вещества, попавшими в соответствующую зону силового влияния движимой частицы или частиц. Указанное критическое расстояние можно рассчитать с помощью потенциала Морзе для межатомных связей или по другим моделям межатомного и межмолекулярного взаимодействия.

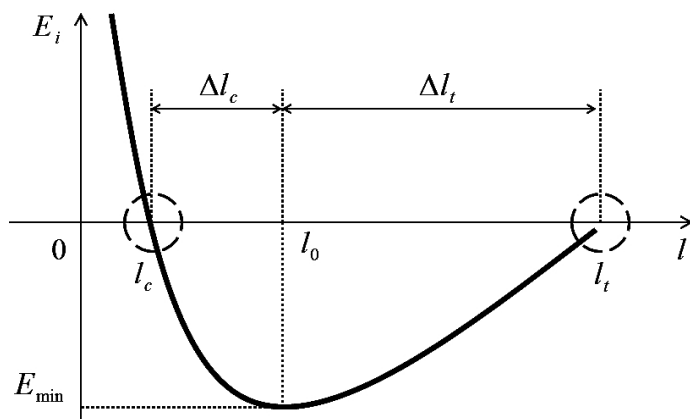


Рис. 5. Общий вид зависимости потенциальной энергии взаимодействия частиц материала  $E_i$  от расстояния  $l$  между ними.

На рис. 5 взаимному удалению частиц, изначально расположенных на расстоянии  $l_0$ , при котором наблюдается экстремум  $E_{\min}$  потенциальной энергии их взаимодействия  $E_i$ , соответствует расстояние  $l_t$  и перемещение  $\Delta l_t$ , взаимному сближению — расстояние  $l_c$  и абсолютная деформация  $\Delta l_c$ , где области приближения энергии  $E_i$  к нулевому значению обозначены кружками.

С другой стороны, превышение этого критического расстояния можно представить следующим образом. Несмотря на то что на рис. 1,б подобный процесс

проиллюстрирован на макроуровне, когда при деформации  $\varepsilon > \varepsilon_C$  преобладает катастрофическое развитие повреждения, эту же ситуацию можно аппроксимировать на микроуровень. Таким образом, при локальном деформировании в пределах нескольких соседних структурных частиц материала, если соответствующая деформация  $\varepsilon$  превышает критическую величину  $\varepsilon_C$ , при которой вследствие взаимного удаления друг от друга потенциальная энергия взаимодействия между ними пренебрежимо мала, вероятность  $p_r$  того, что связь восстановится, меньше, чем вероятность  $p_f$  ее разрушения. При деформации сжатия, превышающей по модулю аналогичную точке  $\varepsilon_C$  точку пересечения кривых  $p_f(\varepsilon)$  и  $p_r(\varepsilon)$  в области отрицательных деформаций  $\varepsilon < 0$ , вследствие чрезмерного приближения частиц начинают преобладать силы отталкивания между ними, наблюдается выход из потенциальной ямы энергии взаимодействия  $E_i$  между частицами, и связь также не восстанавливается, поскольку не имеет места соотношение  $E_i < 0$ .

Рассмотрим процессы перераспределения энергии при скоростях  $v$  выше баллистического лимита, что для исследуемого материала соответствует  $v/v_c > 40\%$ , где  $v_c$  – скорость распространения звука в композите, равная 800 м/с (рис. 2). По преодолении баллистического лимита образца появляется новая составляющая энергии, в которую преобразуется начальная кинетическая энергия ударника, а именно: остаточная энергия ударника после пробивания  $E_p$ . Таким образом, за время, достаточное для сквозного пробития образца, не вся начальная энергия удара успевает распределиться по материалу либо передаться опоре. Однако важным является вопрос, уменьшается или продолжает увеличиваться при этом общая поглощенная преградой энергия, а также определяется это соответствующим возрастанием или падением уровня повреждения материала, характеризуемого как площадью повреждения, так и его интенсивностью.

В этом контексте важно установить различия между общей поврежденной площадью образца и поврежденной площадью, занятой определенным типом повреждения. Так, в экспериментальных исследованиях (рис. 3,б) метод ультразвукового сканирования дает возможность в общем случае определить преимущественно межслоевую деляминацию композита. Для исследуемого материала в результате совместной консолидации матрицы всех слоев при повышенных давлениях и температуре не наблюдается четкой межслоевой границы слоев ламината, в отличие от композитов, изготовленных, к примеру, путем склеивания составляющих слоев. Поэтому деляминация при ударе происходит главным образом по границе волокно–матрица. Именно этот тип повреждения, как и сквозное пробитие, регистрируются экспериментально.

Ранее в [25] были представлены новая разработанная методика и прибор для регистрации характерных повреждений композиционных материалов другого типа, а именно: образования поверхностной шероховатости вследствие разрыва приповерхностных волокон. Повреждение такого типа занимает существенно большую площадь во всем исследуемом диапазоне скоростей соударения, а также при статических испытаниях, чем повреждение, которое может быть зарегистрировано ультразвуковым методом. Тем не менее именно этот тип повреждения служит важным индикатором сопротивления образца нагрузке, так как обозначает зону действия нагрузки, достаточной для повреждения волокон, указывает на область пониженной остаточной прочности материала после нагружения, позволяет соотнести энергии и вероятности повреждения волокна и особенно важных для интерфейсов по границе волокно–матрица адгезионных связей, расчет которых обычно детально рассматривается для случая соединения компонентов сложных конструкций [12].

Таким образом, в качестве расчетных кривых на рис. 4 показаны кривые, соответствующие площади образца, для которой суммарное повреждение составляет  $> 0,9$  и  $> 0,1$ . Видно, что уменьшение площади повреждения после локального экстремума наблюдается как экспериментально, так и при расчете. Причем согласно рас-

чету, уменьшение имеет место как для существенно поврежденной площади при  $d > 0,9$ , так и для практически нетронутой повреждением границы при  $d = 0,1$ .

Описанные процессы и полученные экспериментальные и расчетные данные позволяют построить зависимость удельной поглощенной поврежденной площадью образца  $A_d$  энергии  $E_{уд} = E_a/A_d$  от относительной скорости ударника  $v_0/v_c$  (рис. 6).

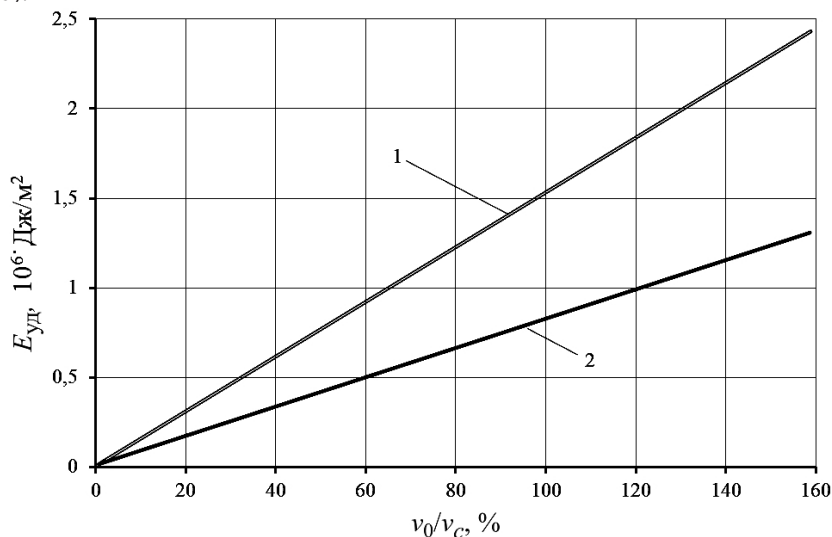


Рис. 6. Зависимость удельной поглощенной образцом энергии  $E_{уд}$  от относительной скорости ударника  $v_0/v_c$ : 1 – расчет по стандартной модели; 2 – расчет по вероятностной модели.

Необходимо отметить различие между данной удельной поглощенной энергией и обычно определяемой ударной вязкостью, так как последняя является величиной, приведенной к площади образованного поперечного сечения излома. В данном случае рассматривается поверхностная площадь образца. Кроме того, в эту площадь входит также площадь участка образца, занимаемая сквозным отверстием при скоростях выше баллистического лимита. Кроме того, рассматривается площадь, занятая существенными повреждениями, связанными с деламинацией в толще образца.

Сравнение кривых на рис. 2,  $d$  и областей повреждения на рис. 3,  $b, e$  показывает, что применение вероятностного подхода согласно формуле (8) позволяет получить близкие к реальным экспериментальным данным значения энергопоглощения и областей повреждения, которые и определяют защитные свойства. На рис. 3,  $a, b$  слабо поврежденным областям соответствуют изополя повреждений светло-серого цвета. Из рис. 4 видно, что размеры слабо поврежденных областей при моделировании с помощью обеих моделей больше, чем размеры экспериментально зарегистрированных областей деламации (рис. 3,  $e$ ). При этом площадь существенно поврежденного участка образца, полученная при моделировании по предложенной вероятностной модели (кривая 2 на рис. 4), ближе к экспериментальным значениям (кривая 3), чем полученная по детерминированной модели (кривая 1).

Полученные данные позволяют сделать два важных вывода. Первый состоит в том, что отрицательный изгиб кривых энергопоглощения, приведенных на рис. 2,  $d$ , который математически может быть сформулирован как

$$\left. \frac{d^2 E_a(v_0/v_c)}{d(v_0/v_c)^2} \right|_{v_0/v_c > 0,4} < 0, \quad (11)$$

является следствием постепенной локализации повреждения, возможно, при повышении степени повреждения в этих локальных областях, т.е. площадь повреждения уменьшается, но к тому же и доля этой площади, занятая более существенными повреждениями, также уменьшается, все большую долю энергии удара воспринимает все меньшая область образца. Действительно, анализ рис. 4 показывает, что при скорости баллистического лимита существенно поврежденная площадь занимает около 75% общей поврежденной площади. При скорости удара  $v_0$ , равной критической скорости  $v_c$ , эта доля составляет уже около 60%, а при максимальных испытанных скоростях удара примерно лишь половина общей поврежденной области имеет значительные повреждения.

Второй вывод заключается в том, что повышенные при этом по сравнению с экспериментальными данными и данными, полученными по вероятностной модели, величины поглощенной образцом энергии, рассчитанные с помощью детерминированной модели, обусловлены завышением той части энергии, которая воспринимается материалом упруго. Таким образом, с помощью предложенной вероятностной модели можно повысить точность расчета распределения энергии в материале на этапе моделирования его повреждения. Это достигается благодаря тому, что предложенная модель базируется на моделировании реальных физических процессов формирования повреждения в материале на микро- и наноуровне на основе происходящих в нем процессов разрыва и восстановления связей между структурными частицами.

## Выводы

1. Предложен вероятностный подход к решению задачи моделирования повреждения и разрушения композиционного материала, суть которого состоит в рассмотрении параметров повреждения как функции деформации, скорости деформации и температуры с заданным распределением плотности вероятности, и осуществлена его численная реализация.

2. Раскрыты концептуальные особенности расчета поведения материала под нагрузкой с применением вероятностной модели.

3. Полученные экспериментальные и расчетные зависимости проанализированы с точки зрения концепции формирования повреждения как результата физических процессов разрушения и восстановления связей между структурными элементами материала.

4. Показаны преимущества применения данной концепции в рамках моделирования энергопоглощения и повреждения в результате высокоскоростного нормального удара плоских пластин из текстильно-упрочненных гибридоволоконных материалов.

## Резюме

Запропоновано ймовірнісну модель пошкодження і руйнування композиційного матеріалу при ударному навантаженні, згідно з якою параметри пошкодження розглядаються як ймовірнісні функції деформації, швидкості деформації та температури із заданим розподілом густини ймовірності. Методом скінченних елементів проведено чисельний розрахунок на міцність пластин волоконно-зміцненого матеріалу в діапазоні швидкостей співударяння до 1200 м/с. Проаналізовано особливості динаміки енергопоглинання і розмірів пошкодження пластини в залежності від швидкості удару.

1. Лебедев А. А., Михалевич В. М. О выборе инвариантов напряженного состояния при решении задач механики материалов // Пробл. прочности. – 2003. – № 3. – С. 5–14.

2. *Ромащенко В. А.* Оценка прочности композитных и металлокомпозитных цилиндров при импульсном нагружении. Сообщ. 1. Правила выбора и сравнительный анализ различных критериев прочности анизотропного материала // Там же. – 2012. – № 4. – С. 42–57.
3. *Карпов Я. С., Ставиченко В. Г.* Методика расчета на прочность слоистых композиционных материалов при термомеханическом нагружении // Там же. – 2010. – № 4. – С. 154–164.
4. *Троценко В. Т.* Некоторые особенности роста усталостных трещин на различных стадиях их развития // Там же. – 2003. – № 6. – С. 5–29.
5. *Токарь И. Г., Зиньковский А. П.* Влияние параметров локального повреждения регулярной системы на спектр собственных частот колебаний и вибронпряженность однотипных элементов // Там же. – 2010. – № 2. – С. 55–64.
6. *Ясній О. П., Пастернак Я. М., Сулим Г. Т.* Імовірнісне моделювання втомного руйнування множинним розтріскуванням за термовтоми // Вісн. ТНТУ. Механіка та матеріалознавство. – 2014. – 73, № 1. – С. 29–37.
7. *Kachanov L. M.* Introduction to Continuum Damage Mechanics. – Dordrecht: Martinus Nijhoff, 1986. – 135 p.
8. *Кучер В. Н.* Конкретизация параметров модели накопления рассеянных повреждений для описания деформирования стали 20 // Пробл. прочности. – 2010. – № 6. – С. 146–160.
9. *Бобир М. І., Халімон О. П., Бондарець О. А.* Моделювання кінетики накопичення розсіяних пошкоджень при складному напруженому стані // Там же. – 2012. – № 1. – С. 30–38.
10. *Семенов А. С., Носиков А. И., Мельников В. Е.* Описание роста усталостной макротрещины на основе концепции нелокальных континуальных повреждений // Науч.-техн. ведомости СПбГТУ. – 2002. – № 3 (29). – С. 179–189.
11. *Hinton M. J., Kaddour A. S., and Soden P. D.* A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, judged against experimental evidence // Compos. Sci. Technol. – 2002. – 62. – 1725–1797.
12. *Каток О. А., Долгов М. А., Харченко В. В. и др.* Вдосконалення методики дослідження міцності зчеплення наплавлення з основним металом // IV Міжнар. наук.-техн. конф. “Пошкодження матеріалів під час експлуатації, методи його діагностування і прогнозування”. – Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя, 2015. – С. 148–151. – (Оцінювання залишкового ресурсу елементів конструкцій).
13. *Astanin V. V. and Shchegeľ A. A.* Impact deformation and fracture of hybrid composite materials // Strength Mater. – 2011. – 43. – No. 6. – P. 615–627.
14. *Böhm R., Gude M., and Hufenbach W.* A phenomenologically based damage model for textile composites with crimped reinforcement // Compos. Sci. Technol. – 2010. – 70. – P. 81–87.
15. *Hufenbach W., Gude M., Ebert C., et al.* Strain rate dependent low velocity impact response of layerwise 3D-reinforced composite structures // Int. J. Impact Eng. – 2011. – 38. – P. 358–368.
16. *Reddy J. N.* Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis. Second Edition. – Boca Raton: CRC Press, 2004. – 856 p.
17. *Hufenbach W., Böhm R., Kroll L., and Langkamp A.* Theoretical and experimental investigation of anisotropic damage in textile-reinforced composite structures // Mech. Compos. Mater. – 2004. – 40, No. 6. – P. 519–532.

18. *Gude M., Hufenbach W., and Ebert C.* Characterisation and simulation of the strain rate dependent material behaviour of novel 3D-textile reinforced composites // 13th European Conference on Composite Materials (ECCM-13, June 2–5, 2008, Stockholm, Sweden). – 2008. – P. 1–15.
19. *Damage and Failure for Fiber-Reinforced Composites // Abaqus Analysis. User Documentation.* – Providence: Dassault Systèmes Simulia Corp., 2007. – P. 1.1–3.8.
20. *Astanin V. V., Shchegel G. O., Hufenbach W., et al.* Characterising failure in textile-reinforced thermoplastic composites by electromagnetic emission measurements under medium and high velocity impact loading // *Int. J. Impact Eng.* – 2012. – **49**. – P. 22–30.
21. *Shchegel G. O.* Modellierung des Verhaltens von Mehrkomponenten-Verbundmaterialien bei Hochgeschwindigkeitsbelastung // *Dissertation (Dr.-Ing.)*. – Technische Universität Dresden, 2011. – 138 p.
22. *Astanin V. V., Olefir G. O., and Balalaev A. V.* Experimental complex for material impact strength researches // *Journal of KONES Powertrain and Transport.* – 2008. – **15**, No. 1. – P. 17–28.
23. *Shchegel G. O., Böhm R., Hornig A., et al.* Probabilistic damage modelling of textile-reinforced thermoplastic composites under high velocity impact based on combined acoustic emission and electromagnetic emission measurements // *Int. J. Impact Eng.* – 2014. – **69**. – P. 1–10.
24. *Бахтина Е. В.* Выбор аналитических методик для определения механических характеристик однонаправленных композиционных материалов на основе стекловолокон // *Пробл. прочности.* – 2014. – № 1. – P. 80–88.
25. *Астанин В. В., Олефир О. І., Щегель Г. О., Олефир А. О.* Особливості ударного пошкодження текстильнозміцнених композитів при високих і низьких швидкостях удару // *Технологические системы.* – 2016. – № 1 (74). – С. 34–45.
26. *Yang S. H. and Sun C. T.* Indentation law for composite laminates // *M. Daniel (Ed.), Composite Materials: Testing and Design (Sixth Conference).* – ASTM STP 787. – 1982. – P. 425–449.
27. *Kittel C.* *Introduction to Solid State Physics.* – New York: John Wiley & Sons, 2005. – 704 p.
28. *Lide D. R. (Ed.).* *CRC Handbook of Chemistry and Physics.* – 84th edn. – Sect. 14: Geophysics, Astronomy, and Acoustics. *Speed of Sound in Various Media.* – Boca Raton: CRC Press, 2003. – 2620 p.

Поступила 05. 03. 2015