

## Расчетно-экспериментальное исследование трещиностойкости при продольном сдвиге

В. Г. Сидяченко

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*Численно и экспериментально определены характеристики трещиностойкости при продольном сдвиге цилиндрических и призматических образцов с кольцевой и краевой трещинами соответственно. Показано, что при определении характеристики трещиностойкости при нагружении призматического образца конечной толщины продольным сдвигом по фронту трещины реализуется смещение как в поперечном (мода II), так и продольном (мода III) направлениях. Это обстоятельство необходимо учитывать при использовании образцов данного типа.*

**Ключевые слова:** трещиностойкость, продольный и поперечный сдвиг, цилиндрические и призматические образцы, кольцевая и краевая трещина.

**Введение.** Большинство экспериментальных и теоретических исследований посвящены изучению трещин нормального отрыва (мода I). Однако известны экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что критические значения характеристик трещиностойкости при нагружении по модам II и III могут быть больше или меньше таковых при нагружении по моде I в зависимости от механических характеристик материалов, их структуры и т.п. [1, 2]. Кроме того, ограничены данные по оценке влияния предварительного термомеханического нагружения (ПТН) образцов с трещинами на характеристики вязкости разрушения при смешанном нагружении. А известная информация свидетельствует о неоднозначности такого влияния, т.е. для одних материалов вязкость разрушения увеличивается в результате ПТН, а для других, наоборот, уменьшается [3, 4].

Технологические дефекты материала, микротрещины, царапины, задиры, возникающие при изготовлении детали, ориентированы произвольным образом по отношению к приложенными к ней нагрузкам. При этом смещение берегов трещины в общем случае происходит при нагружении по смешанным модам I+II+III. Поэтому очень важно иметь достоверную информацию о критических значениях характеристик трещиностойкости материала при нагружении по модам, которые отличаются от моды I, и располагать надежными средствами для расчета трещиностойкости в этих случаях.

Несмотря на то что известны многочисленные справочные данные о зависимостях между коэффициентом интенсивности напряжений (КИН) и длиной трещины ( $K$ -тарировка) в образцах различной конфигурации [5], необходимо уточнить эту информацию с учетом вида нагружения и конфигурации образца. Благодаря развитию ЭВМ и численных методов расчета широкое применение получил метод конечных элементов (МКЭ). Однако для численного вычисления КИН и  $J$ -интеграла исследователи используют различные методики, при этом указывая на достоинства и недостатки каждой из них [6–10].

В работе [9] приведен краткий обзор методов определения КИН, в частности рассматриваются прямые методы, основанные на применении изопараметрических квадратичных элементов, что позволяет моделировать корневую сингулярность напряжений у вершины трещины путем смещения серединного узла элемента на четверть в сторону вершины, и энергетические, в которых используется связь между КИН и  $J$ -интегралом.

В расчетах несущей способности конструкций с трещинами широко используется  $J$ -интеграл, однако до настоящего времени проводятся исследования и обсуждаются методы его достоверного определения [6–8, 10]. Цель данной работы заключается в рассмотрении и сравнении методов определения КИН при нагружении по модам, которые отличаются от моды I, реализованных и рекомендованных к использованию в различных программных комплексах, а также экспериментальных методик, применяемых для корректного определения характеристик трещиностойкости при продольном сдвиге (мода III).

**Методы численного определения КИН.** Расчет коэффициентов интенсивности напряжений методом аппроксимации перемещений берегов трещины. При использовании шестиузлового треугольного элемента, который допускает смещение серединного узла на четверть в сторону вершины трещины, КИН при модах, отличающихся от моды I, определяются как

$$K_{\text{II}} = \sqrt{2\pi} \frac{2G}{1+\chi} \frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}}, \quad (1a)$$

$$K_{\text{III}} = 2\sqrt{2\pi} G \frac{|\Delta w|}{\sqrt{r}}, \quad (1b)$$

где  $\chi = 3 - 4\nu$  для плоской деформации;  $\chi = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  для плоского напряженного состояния;  $\Delta u$ ,  $\Delta w$  – смещения одной поверхности трещины относительно другой.

Неизвестные сомножители в правой части равенств (1) определяются по следующим зависимостям:

$$\frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}} = A + Br, \quad (2a)$$

$$\frac{|\Delta w|}{\sqrt{r}} = A_1 + B_1 r. \quad (2b)$$

Для определения параметров  $A$ ,  $B$  и  $A_1$ ,  $B_1$  (2) используем полученные из численного решения значения перемещений в узлах у вершины трещины. С учетом того, что у вершины трещины перемещения  $u = w = 0$ , имеем

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}} = A; \quad (3a)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|\Delta w|}{\sqrt{r}} = A_1, \quad (3b)$$

и соответственно искомые КИН будут

$$K_{\text{II}} = \sqrt{2\pi} \frac{2G}{1+\chi} A; \quad (4a)$$

$$K_{\text{III}} = 2\sqrt{2\pi} G A_1. \quad (4b)$$

*Расчет коэффициентов интенсивности напряжений на основании J-интеграла.* В соответствии с прямым методом вычисления  $J$ -интеграл находят по формуле

$$J = \int_{\Gamma} \left( W dy - \sigma_{ij} n_j \frac{du_i}{dx} ds \right), \quad (5)$$

где  $\Gamma$  – контур, охватывающий вершину трещины;  $W$  – удельная потенциальная энергия деформации,  $W = W(\varepsilon_{ij}) = \int_0^{e_{ij}} \sigma_{mn} de_{mn}$ .

Напряженно-деформированное состояние тела с трещиной определяется из решения соответствующей упругой задачи. Затем на стадии постпроцессорной обработки по формуле (5) определяются  $J$ -интеграл и КИН. К недостаткам вычисления  $J$ -интеграла этим методом следует отнести то, что поля напряжений прерывисты (дискретны) по границам элементов, и экстраполяция напряжений на узлы требует дополнительных допущений [10]. В связи с этим предлагается  $J$ -интеграл рассчитывать по площади  $A$  для двухмерного случая:

$$J = \int A \left[ \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - W \delta_{1i} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} dA \quad (6)$$

и по объему для трехмерных моделей, где  $q$  – вектор распространения трещины, направление которого совпадает с осью  $x$ . При этом используется прием “виртуального роста трещины” [10].

**Экспериментальные методы определения КИН при продольном сдвиге (мода III).** Испытания на трещиностойкость в условиях как поперечного, так и продольного сдвига не стандартизированы. Поэтому для экспериментального исследования трещиностойкости материалов при сложных схемах нагружения предлагались различные типы образцов.

Для получения характеристик трещиностойкости при нагружении по моде III использовали круглые цилиндрические образцы (рис. 1).

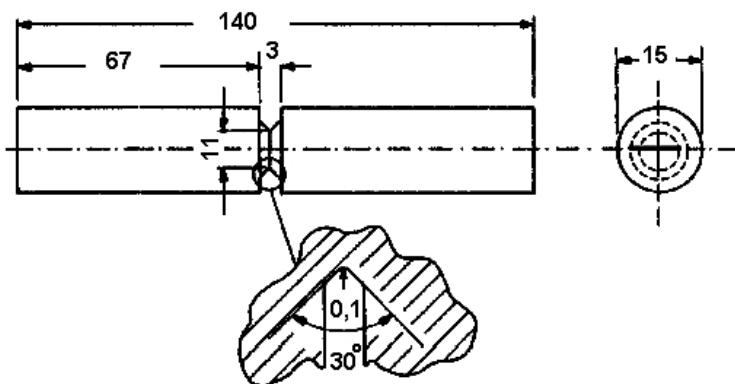


Рис. 1. Образец для испытаний при нагружении по моде III.

Испытания образцов (рис. 1) на кручение позволяют определить в рамках линейно-упругой механики разрушения характеристики  $K_{IIIc}$ . Исходные усталостные концентрические трещины зарождались при циклическом растяжении образца (рис. 1). В некоторых случаях для обеспечения равномерного кругового зарождения трещин по надрезу с шагом  $90^\circ$  выполняли небольшие (0,2 мм) сверления. Размер концентрических усталостных трещин, варьируемый от 0,2 до 2 мм, уточняли по

поверхности образцов после их разрушения. Типичные виды изломов с исходными концентрическими трещинами показаны на рис. 2. Размер усталостных трещин должен быть минимальным для минимизации влияния трения скольжения, которое может увеличивать характеристики трещиностойкости.

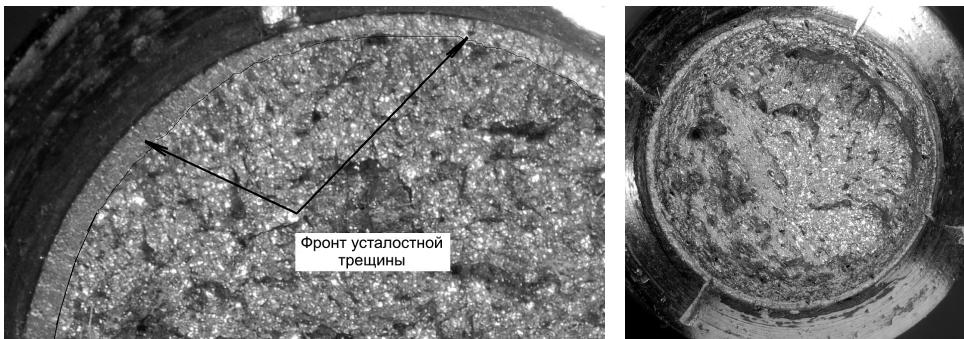


Рис. 2. Фотографии типичных исходных усталостных концентрических трещин в цилиндрических круглых образцах.

При исследовании трещиностойкости при нагружении по смешанным II+III модам использовали образец прямоугольного сечения с боковой трещиной для испытаний на поперечный несимметричный трех- и четырехточечный изгиб (рис. 3). Преимущество данного образца состоит в том, что усталостная трещина зарождается при нагружении по моде I, а характеристики трещиностойкости определяются при различных соотношениях моды I, II и II+III.

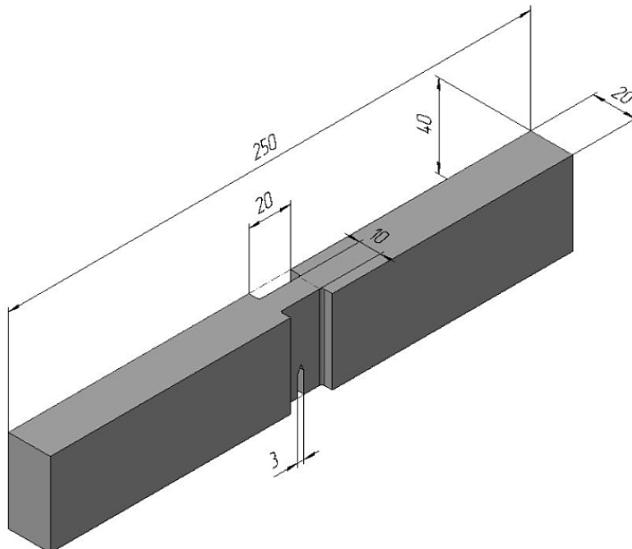


Рис. 3. Образец для испытаний на четырехточечный изгиб при нагружении по модам II и II+III.

Приспособление для нагружения образца на несимметричный четырехточечный изгиб по модам II+III показано на рис. 4. Исходная усталостная трещина в образце возникает при трехточечном изгибе (мода I), затем положение образца изменяется таким образом, что ее фронт располагается вдоль приложенных нагрузок (рис. 4). При этом реализуется схема нагружения на продольный сдвиг (мода III). Однако, как будет показано ниже, при такой схеме нагружения присутствует также компонента

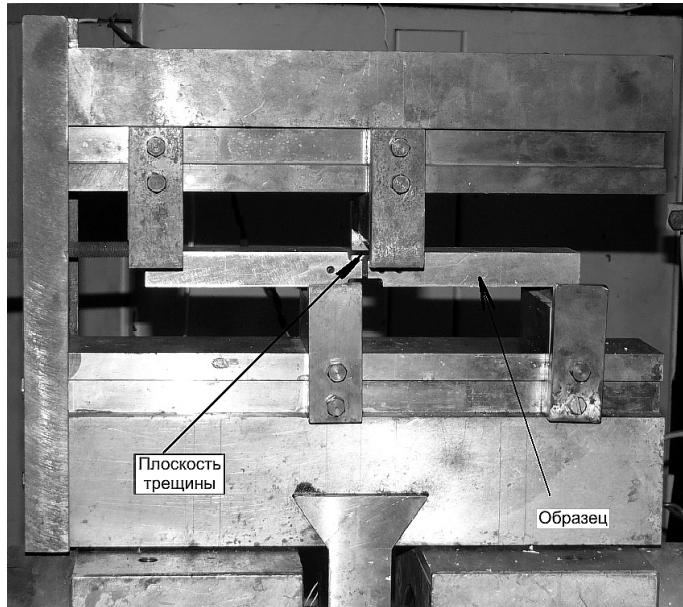


Рис. 4. Приспособление для нагружения образца на несимметричный четырехточечный изгиб.

смещения берегов трещины по  $K_{II}$ , величина которой изменяется по толщине образца, т.е. интегрально реализуется схема нагружения по смешанным модам II+III.

Испытания на кручение проводили на сервогидравлической универсальной машине BiSS Bi-00-701, предназначеннной для механических исследований широкого класса конструкционных материалов и деталей машин при растяжении–кручении. Машина оснащена электронно-цифровой системой с обратной связью, в которой используются информационные каналы от датчиков для управления процессами нагружения, мониторинга текущих параметров испытаний, сбора и обработки экспериментальных данных.

**Численное определение КИН при продольном сдвиге берегов трещины.** Для получения зависимостей КИН от длины трещины в цилиндрических образцов с кольцевой трещиной (рис. 1) были выполнены конечноэлементные расчеты (КЭ) КИН при различной относительной длине трещин ( $d/D = 0,6 \dots 0,73$ ), соответствующей таковой в экспериментальных исследованиях. Ввиду симметрии строили 1/4 часть образца. Вершину трещины моделировали треугольными сингулярными элементами.

Расчет КИН осуществляли по формулам (1)–(4), т.е. прямым методом по перемещению узлов у вершины трещины, и по (6) путем вычисления  $J$ -интеграла по объему. Полученные результаты сравнивали с формулой [11]

$$K_{III} = \frac{6M_{kp}}{\pi d^3} \left[ \frac{\pi d}{2} (1-D) \right]^{1/2} (1 + 0,5D + 0,375D^2 + 0,3125D^3 + 0,273D^4 + 0,208D^5), \quad (7)$$

где  $M_{kp}$  – крутящий момент;  $d$  – размер кольцевой трещины;  $D$  – относительный размер трещины,  $D = d/d_0$ .

Результаты расчетов представлены на рис. 5.

Анализ приведенных результатов показывает, что расчет  $K_{III}$  прямым методом отличается от расчета по формуле (7) на 1–2%, в то время как по объему по формуле (6) – на 8–11%. Поэтому при обработке экспериментальных результатов по вязкости разрушения для вычисления КИН использовалась зависимость (7).

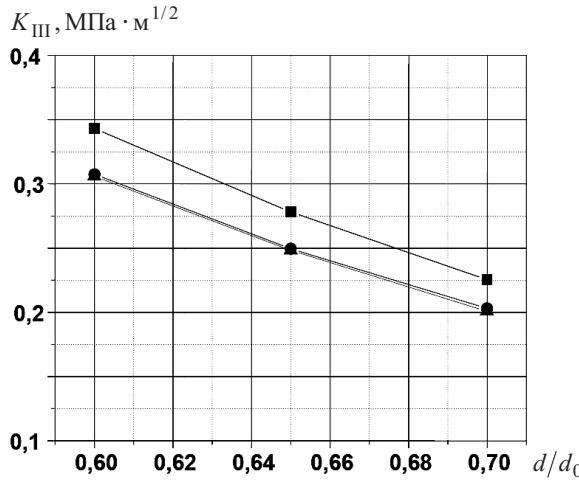


Рис. 5. Зависимость КИН от относительной длины кольцевой трещины  $d/d_0$  при  $M_{kp} = 1 \text{ Н}\cdot\text{м}$ : ■ – по поверхности через  $J$ -интеграл; ● – по [11]; ▲ – по перемещению узлов (прямой метод).

Для исследования трещиностойкости при нагружении по смешанным модам II+III применяли методику, описанную выше (схема нагружения и приспособление показаны на рис. 4, образец – на рис. 3).

Расчеты КИН для таких схем нагружения приведены в работах [5, 12]. Однако решение получено либо для плоской задачи, в которой присутствует только компонента продольного сдвига  $K_{III}$ , либо данные расчетов существенно различаются. Поэтому для уточнения зависимостей  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  от относительной длины трещины необходимо выполнение дополнительных расчетов.

Для этого были приняты схема нагружения и граничные условия в соответствии с рис. 6.

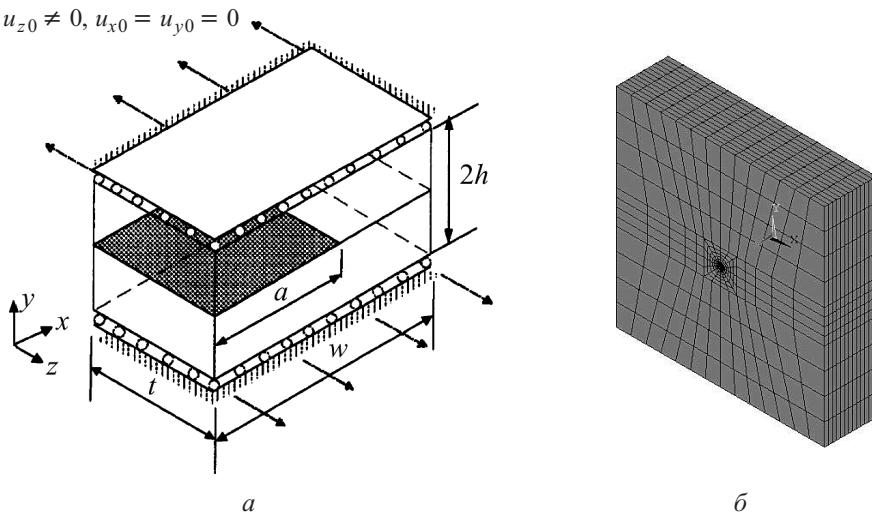


Рис. 6. Схема нагружения и граничные условия для расчета (а) и КЭ модель (б).

Для определения  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  по толщине образца решали трехмерную задачу в упругой постановке. Разбиение проводили с помощью восьмиузлового призматического КЭ. Для расчета КИН по толщине образца использовали формулы (1)–(4).

Результаты расчета показывают, что составляющая продольного сдвига  $K_{III}$  по толщине образца изменяется до 13% от серединного сечения к поверхности и приблизительно на 12% расходится с решением, полученным для плоской деформации (рис. 7). Вместе с тем составляющая поперечного сдвига  $K_{II}$  от серединного сечения к поверхности монотонно увеличивается и на поверхности превышает  $K_{III}$ , что качественно совпадает с данными работы [12], но расходится с данными [5], где на поверхности  $K_{III} = 0$ . Такие особенности деформирования необходимо учитывать при анализе полученных экспериментальных результатов.

$$K_I, K_{II}, K_{III}, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$$

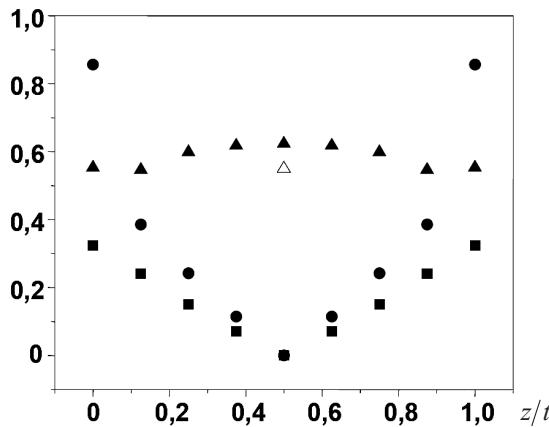


Рис. 7. Изменение КИН по толщине образца ( $z/t$ ): ■ –  $K_I$ ; ● –  $K_{II}$ ; ▲ –  $K_{III}$ ; △ –  $K_{III}$ , плоская деформация.

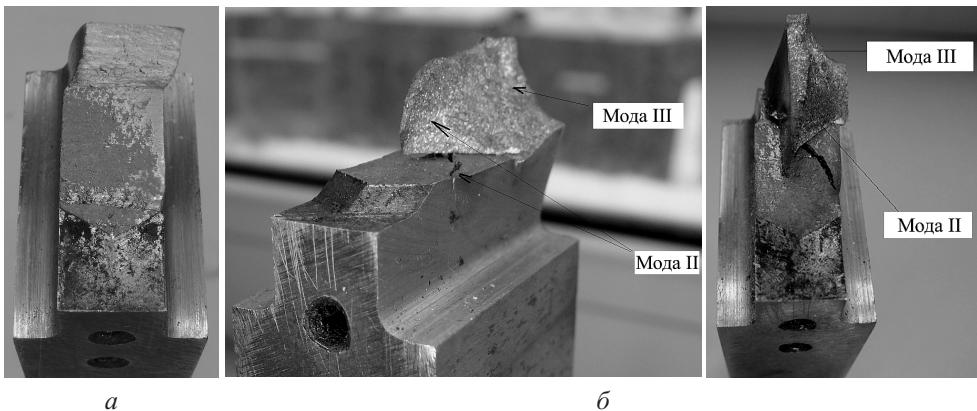


Рис. 8. Изломы образцов из стали 15Х2МФА(II) при деформировании по схеме на рис. 4.

**Экспериментальные результаты и их обсуждение.** Исследования разрушения при нагружении по смешанным модам II+III проводили по методике, изложенной выше. Анализ изломов образцов показывает, что при температуре 20°C разрушение происходит в плоскости сдвига, т.е. в плоскости максимальных касательных напряжений, при этом  $K_{Ic}/K_{IIIc} = 1,5$  (рис. 8, а), в то время как при температуре -150°C излом имеет сложную форму,  $K_{Ic}/K_{IIIc} = 0,685$  (рис. 8, б). Следует отметить плоскость, характерную для разрушения по моде II при низких температурах, и плоскость разрушения по моде III. Это свидетельствует о сложном характере изменения  $K_{II}$ ,

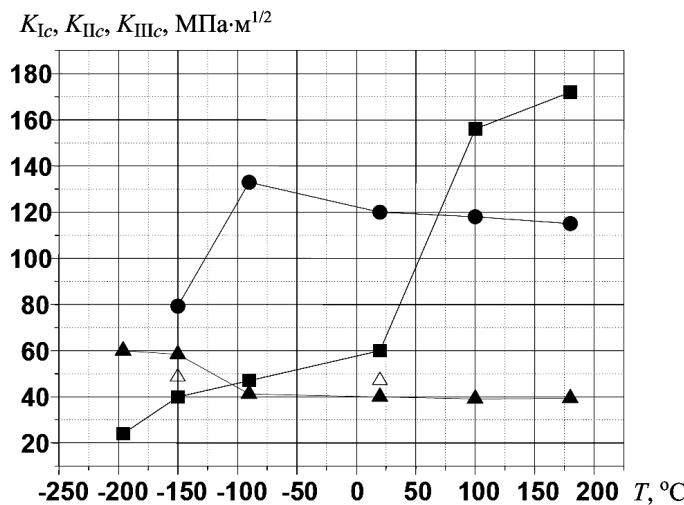


Рис. 9. Зависимость  $K_{Ic}$ ,  $K_{IIc}$ ,  $K_{IIIc}$  от температуры  $T$ , полученные при испытании различных образцов: ■ –  $K_{Ic}$ , образцы СТ; ● –  $K_{IIc}$ , образцы на рис. 3; ▲ –  $K_{IIIc}$ , образцы на рис. 1; △ –  $K_{IIIc}$ , образцы на рис. 4.

$K_{III}$  по толщине образца, что установлено расчетным путем (рис. 7). Такое взаимосвязанное изменение характеристик  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  по фронту трещины при нагружении призматического образца конечной толщины с трещиной продольным сдвигом неоднократно отмечалось в работах [5, 12, 13]. На рис. 9 приведены температурные зависимости  $K_{Ic}$ ,  $K_{IIc}$ ,  $K_{IIIc}$ . Видно, что значения, полученные на призматических образцах, близки к характеристикам  $K_{IIIc}$ , полученным на цилиндрических.

## Выводы

1. Расчет КИН при кручении образца с кольцевой трещиной по моде III прямым методом, который заключается в аппроксимации перемещений трех узлов на вершину трещины, хорошо согласуется с решениями, приведенными в литературных источниках, в то время как расчет  $J$ -интеграла методом интегрирования по поверхности с использованием приема “виртуального роста трещины” дает погрешность около 10...11%. Это необходимо учитывать в расчетах при таком виде нагружения.

2. Трехмерный расчет КИН при испытании образцов с продольной краевой трещиной на четырехточечный изгиб показал, что наряду с компонентой продольного сдвига ( $K_{III}$ ), которая по толщине образца изменяется мало, присутствует компонента поперечного сдвига ( $K_{II}$ ), равная в центре образца нулю, а на свободных поверхностях больше  $K_{III}$ .

## Резюме

Численно и экспериментально визначено характеристики тріщиностійкості при поздовжньому зсуві циліндричних і призматичних зразків із кільцевою і крайовою тріщинами відповідно. Показано, що при визначенні характеристики тріщиностійкості при навантаженні призматичного зразка скінченної товщини поздовжнім зсувом по фронту тріщини реалізується зміщення як у поперечному (мода II), так і поздовжньому (мода III) напрямках. Це необхідно враховувати при використанні зразків даного типу.

1. Laukkonen A. Analysis of experimental factors in elastic-plastic small specimen mixed-mode I-II fracture mechanical testing // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 2001. – 24. – P. 193–206.
2. Иваницкий Я. Л. Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов в условиях сложного нагружения: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – Львов, 2005. – 38 с.
3. Swankie T. D. and Smith D. J. Low temperature mixed mode fracture of a pressure vessel steel subject to prior loading // Eng. Fract. Mech. – 1998. – 61. – P. 387–405.
4. Покровский В. В., Сидяченко В. Г. Влияние предварительного термомеханического нагружения по модам I и II на вязкость разрушения теплоустойчивых корпусных сталей // Пробл. прочности. – 2013. – № 1. – С. 80–90.
5. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. В 2 т. / Пер. с англ. под ред. Ю. Мураками. – М.: Мир, 1990. – Т. 2. – 675 с.
6. Баженов В. А., Гуляр А. И., Пискунов С. О. и др. Решение линейных и нелинейных пространственных задач механики разрушения на основе полуаналитического метода конечных элементов. Сообщ. 1. Теоретические основы и исследование эффективности конечноэлементной методики решения пространственных задач механики разрушения // Пробл. прочности. – 2011. – № 1. – С. 27–39.
7. Courtin S., Gardin C., Bezine G., and Ben Hadj Hamouda H. Advantages of the  $J$ -integral approach for calculating stress intensity factors when using the commercial finite element software ABAQUS // Eng. Fract. Mech. – 2005. – 72. – P. 2174–2185.
8. De Moraes A. B. Calculation of stress intensity factor by the force method // Ibid. – 2007. – 74. – P. 739–750.
9. Морозов Е. М., Муйземнек А. Ю., Шадский А. С. ANSYS в руках инженера: механика разрушения. – М.: ЛЕНАНД, 2008. – 456 с.
10. Brocks W. and Scheider I. Numerical Aspects of the Path-Dependence of the  $J$ -Integral in Incremental Plasticity // Technical Note GKSS/WMS/01/08 (Internal Report). – GKSS–Forschungszentrum Geesthacht GmbH, 2001. – 33 p.
11. Liu S., Chao Y. J., and Zhu X. Tensile-shear transition in mixed mode I/III fracture // Int. J. Solids Struct. – 2004. – 41. – P. 6147–6172.
12. Dhondt G., Chergui A., and Buchholz F.-G. Computational fracture analysis of different specimens regarding 3D and mode coupling effects // Eng. Fract. Mech. – 2001. – 68. – P. 383–401.
13. Berto F., Lazzarin P., Pook L., and Kotousov A. Coupled fracture mode associated with anti-plane loading of cracks and notches // 13th Int. Conf. on Fracture (June 16–21, 2013, Beijing, China). – 2013. – 10 p.

Поступила 07. 07. 2014