

Моделирование механизма неупругого сдвига на границе между волокнами в материале с однонаправленной структурой тонкой идеально пластичной прослойкой

А. В. Боровик

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

borovyk.oleksandra@gmail.com

В конструкционных материалах биологического происхождения несущие элементы структуры могут неупруго смещаться только вдоль границ волокон или слоев структуры, которые имеют достаточно низкое напряжение неупругого сдвига. Неупругий сдвиг приводит к поглощению энергии при деформации материала. Разрушение волокна в материале с однонаправленной структурой исследовано с помощью модели "треснутое волокно в трубке". Механизм неупругого сдвига на границе волокон моделировали тонкой идеально пластичной прослойкой. Исследовано влияние величины предела текучести прослойки на коэффициент интенсивности напряжений для трещины в волокне и на энергию, поглощаемую при его разрушении. Установлено, что максимальное поглощение энергии происходит при пределе текучести прослойки, равном примерно 2% прочности волокна с трещиной размером $0,9$ его радиуса. При данном пределе текучести напряжения сдвига в прослойке действуют на расстоянии от трещины не больше, чем 24 радиуса волокна. Эта величина близка к значениям соотношения размеров несущих элементов структуры биологических конструкционных материалов.

Ключевые слова: волокно, трещина, граница волокна, неупругий сдвиг, коэффициент интенсивности напряжений, поглощение энергии.

Введение. Биологические конструкционные материалы являются наилучшими для условий окружающей среды, в которых существуют организмы. Несмотря на то что компоненты, образующие эти материалы, не имеют высоких характеристик, каждый из них, выполняя специфическую функцию, обеспечивает хорошие прочностные свойства материала. Исследование механики биологических конструкционных материалов интенсифицировалось в последнее время, по-видимому, в связи с разработкой конструкционной керамики [1].

Основным недостатком традиционной керамики, препятствующим ее применению в качестве конструкционного материала, является хрупкость (низкая энергия разрушения) [2]. В то же время, например, раковина моллюска состоит на 95% из неорганического хрупкого кальцита, но имеет вязкость разрушения, которая более чем в 3000 раз превышает трещиностойкость компактного кальцита [3]. Поэтому изучение механизмов преодоления хрупкости в биологических конструкционных материалах и их использование при создании искусственных конструкционных материалов является главной задачей современного материаловедения [4].

При изучении биологических материалов важно выявить ключевые признаки, которые обеспечивают максимальное сопротивление разрушению. При этом будем различать, во-первых, сам ключевой признак, во-вторых, механизмы его реализации и, в-третьих, параметры этих механизмов, которые контролируют их эффективность.

Общий признак биологических конструкционных материалов – волокнистая и (или) слоистая структура с низким напряжением неупругого сдвига между ее несущими элементами. Поэтому с точки зрения механики материалов главный признак такого материала заключается в наличии в нем механизмов неупругого сдвига только

в направлении максимальных нормальных напряжений и их отсутствие в других направлениях.

Первым следствием главного признака является однонаправленная волокнистая или слоистая структура материала, состоящая из несущих элементов в виде слоев или волокон, которые ориентированы вдоль направления максимальных нормальных напряжений. Несущие элементы в процессе деформирования и разрушения смещаются относительно друг друга в направлении максимальных нормальных напряжений. Это приводит к снижению концентрации напряжений и поглощению энергии.

Второе следствие главного признака – низкое сопротивление сдвигу τ (предел текучести при сдвиге) между несущими элементами структуры по сравнению с их прочностью при растяжении σ . Величина σ/τ равна отношению длины l боковой поверхности несущего элемента, на которой происходит преобразование касательных напряжений в однородные нормальные напряжения, к высоте h его сечения. Это отношение обычно называют aspect ratio. Оно характеризует размеры несущего элемента, у которого по достижении нормальными напряжениями прочности отсутствуют участки боковой поверхности, свободные от сдвиговых напряжений. Таким образом, вторым следствием главного признака можно считать также большие значения aspect ratio несущих элементов биологических конструктивных материалов.

Существует множество механизмов для реализации функции взаимного сдвига несущих элементов структуры биологических конструктивных материалов на различных иерархических уровнях. При этом используются слабые боковые связи в белковых молекулах (вандерваальсовы силы, водородные связи, жертвенные ковалентные связи и др.) в сочетании с монослоями воды [5, 6]. Сопротивление сдвигу и поглощение энергии в этих механизмах контролируются энергией боковых связей и их количеством на единицу длины белковой молекулы. Интересно, что диаграмма деформирования молекулы тропоколлагена имеет протяженный участок с практически нулевым наклоном [4, 5, 7, 8–11]. В этой части она подобна диаграмме деформирования идеально пластичного материала.

Прочность ковалентных связей, удерживающих целостность молекул, существенно превышает прочность боковых связей. Это позволяет молекулам в пучке распрямляться без разрушения, скользить относительно друг друга и поглощать энергию. Отношение прочности молекул при растяжении к напряжениям неупругого сдвига между ними также равно отношению длины молекулы к размеру ее поперечного сечения (aspect ratio).

Таким образом, напряжение неупругого сдвига несущих элементов структуры является основным параметром механизма, обеспечивающего функционирование главного признака биологических конструктивных материалов.

Целью данной работы является исследование влияния величины напряжений неупругого сдвига на боковой поверхности волокна с поверхностной трещиной на коэффициент интенсивности напряжений (КИН) и на энергию, поглощаемую при его разрушении в материале с однонаправленной волокнистой структурой.

Модель разрушения волокна. На рис. 1,а представлено поперечное сечение материала с однонаправленной структурой из углеродных волокон. Функцию взаимного сдвига несущих элементов в нем выполняют границы волокон. Аналогичную структуру имеет материал на основе волокон карбида кремния [12], где функцию взаимного сдвига несущих элементов структуры выполняют тонкие прослойки углерода между волокнами. Керамические монолиты обладают подобной структурой [13], функцию взаимного сдвига несущих элементов выполняют тонкие прослойки материала с низкой прочностью при сдвиге.

На рис. 1,б показана модель “треснутое волокно в трубке” для исследования растяжения волокна с поверхностной трещиной совместно с окружающими волокнами в материалах с однонаправленной структурой [12–14]. В данной модели трубка

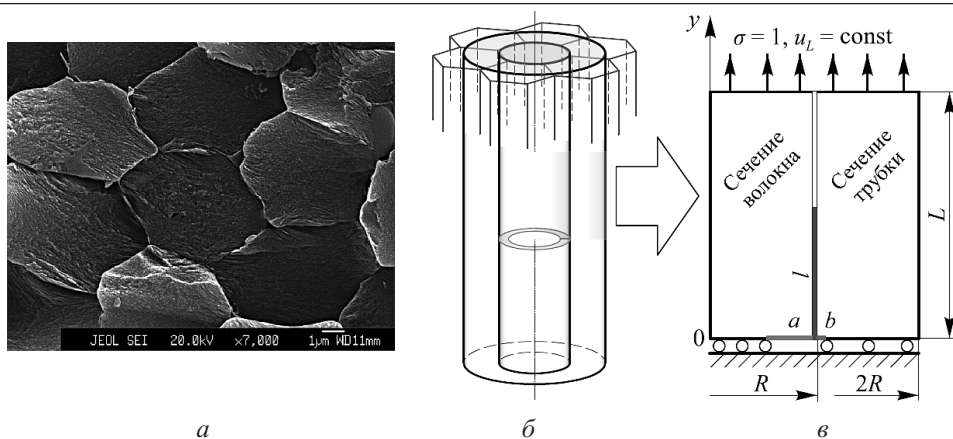


Рис. 1. Поперечное сечение материала с однонаправленной структурой из углеродных волокон (а), модель волокна с кольцевой поверхностной трещиной совместно с соседними волокнами, которые имитирует трубка (б), а также диаметральное сечение модели и граничные условия задачи (в).

представляет волокна, окружающие волокно с трещиной. Тонкая прослойка идеально пластичного материала обеспечивает взаимный сдвиг волокон по границам. Ранее [15, 16] для исследования влияния неупругого сдвига на границе на разрушение волокна использовали когезионную модель контактов между волокнами.

На рис. 1,в приведены часть диаметального сечения модели и граничные условия задачи. Все линейные размеры модели нормированы по внутреннему радиусу трубки, т.е. $R = 1$. Толщина прослойки идеально пластичного материала между волокном и трубкой равна $0,002$. Радиус волокна составляет $0,998R$. Размер кольцевой трещины a отсчитывается от внутренней поверхности трубки и изменяется от $0,1$ до $0,9$ с шагом $0,1$. На внутренней поверхности трубы расположена короткая трещина размером $b = 0,0025$. Из-за малого размера она практически не оказывает влияния на податливость трубки. Наличие короткой трещины позволяет изучать влияние концентрации напряжений в устье главной трещины на КИН для таких трещин в соседних волокнах. В работе [17] короткую трещину вводили в волокно при полностью разрушенной трубке для изучения влияния сопротивления на сдвиг границы волокна при его разрушении. Длину части прослойки, которая деформируется пластически при нагружении модели, обозначим через l . Фактически l представляет длину участка границы волокна, на котором происходит преобразование сдвиговых напряжений на границе в практически равномерные нормальные напряжения в сечении волокна. Значения предела текучести σ_T материала прослойки выбирали в диапазоне $0,001 \dots 1,0$ в основном с шагом $\lg(\sigma_T) = 0,5$. Длину модели L выбирали для каждого значения σ_T , чтобы выполнялось условие $L > l$ при $a = 0,9$.

Нагружение модели осуществляли, прикладывая к верхнему торцу волокна, трубки и прослойки перемещения, приводящие к единичному среднему растягивающему напряжению. В данной работе все напряжения и модуль упругости нормированы по напряжению ($\sigma = 1$), приложенному к верхнему торцу модели (рис. 1,в).

Материалы волокна и трубки идеально упругие с модулем Юнга $E = 10000$ и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$. Материал прослойки идеально упругопластический. Предварительные расчеты показывают, что изменение модуля упругости прослойки от $10000\sigma_T$ до 10000 практически не влияет на КИН для трещины в волокне и на энергию, поглощаемую при его разрушении. Поэтому упругие характеристики материала прослойки при напряжениях ниже предела текучести были приняты такими же, как для волокна и трубки.

Для дискретизации модели использовали конечные элементы типа PLANE183 (по классификации ANSYS). Окрестности вершин трещин a и b имели идентичные сетки конечных элементов.

Результаты и их обсуждение. На рис. 2 представлены величины K_{Ia} для кольцевой поверхностной трещины в волокне и K_{Ib} для короткой кольцевой трещины на внутренней поверхности трубки при различном пределе текучести материала прослойки. На рис. 2,а приведены также КИН для кольцевой поверхностной трещины в круглом стержне при растяжении (без трубки). Боковая поверхность стержня свободна от внешних нагрузок и кинематических ограничений. Различие между значениями КИН для трещины в стержне, полученными в данной работе и в [18], не превышает 0,2%.

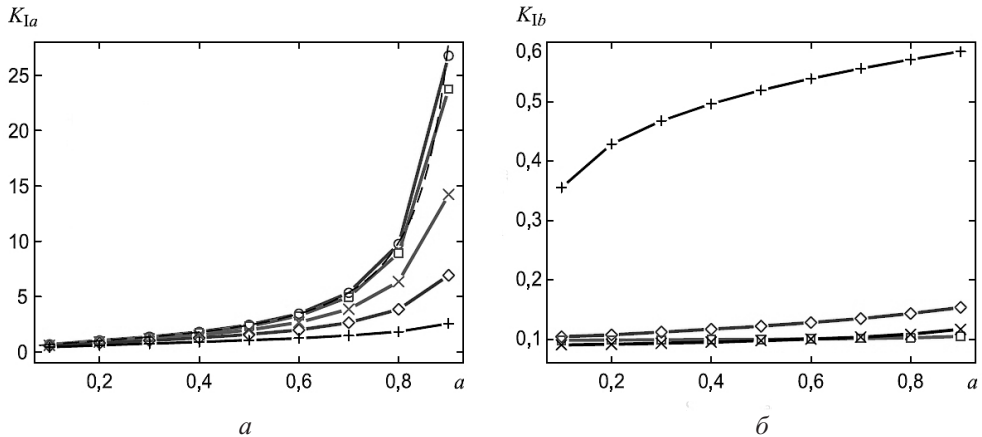


Рис. 2. Коэффициент интенсивности напряжений K_{Ia} для кольцевой поверхностной трещины в волокне (а) и K_{Ib} для короткой кольцевой трещины на внутренней поверхности трубки (б): $+$ – $\sigma_T = 1,0$; \diamond – $\sigma_T = 0,1$; \times – $\sigma_T = 0,02$; \square – $\sigma_T = 0,001$; \circ – без трубки; штриховая линия – данные [18]. (Волокно расположено внутри трубки. На границе между волокном и трубкой расположена тонкая прослойка идеально пластичного материала с пределом текучести σ_T .)

На рис. 3 представлены относительные значения K_{Ia}/K_{I0} для кольцевой поверхностной трещины в волокне, которое совместно с окружающими волокнами находится под действием растягивающих напряжений на бесконечности. Нормирование выполнено по K_{I0} для кольцевой поверхностной трещины в волокне (круглый пруток), боковая поверхность которого свободна от внешних нагрузок и кинематических ограничений [18]. Аналогичное представление использовалось при анализе влияния соседних фибрилл на деформирование данной фибриллы [5].

Участок волокна с трещиной и окружающие его волокна в пучке являются элементами, параллельно несущими нагрузку, если сечения волокон за пределами этого участка имеют одинаковые осевые перемещения (деформации). С ростом трещины в одном из волокон его податливость увеличивается и, следовательно, снижается часть нагрузки, которую оно несет на этом участке пучка, что приводит к уменьшению КИН. Величина этого снижения пропорциональна отношению податливости участка волокна с трещиной к суммарной податливости окружающих волокон.

В настоящей работе получено относительное снижение КИН по сравнению с КИН для кольцевой поверхностной трещины в стержне. Для некоторых конфигураций тел с трещиной, нагруженных параллельно с упругими элементами, наблюдается уменьшение абсолютного значения КИН с ростом трещины, что приводит к снижению скорости ее роста и даже к остановке. Данный эффект применяется, в частности, в исследованиях хрупкого разрушения материалов [19–22].

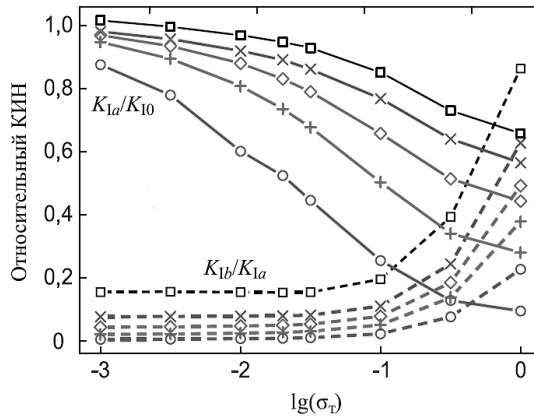


Рис. 3. Изменение относительных КИН для кольцевой трещины в волокне и трубке, нагруженных параллельно, при различном пределе текучести материала прослойки: \square – $a = 0,1$; \times – $a = 0,3$; \diamond – $a = 0,5$; $+$ – $a = 0,7$; \circ – $a = 0,9$.

На рис. 3 представлено также отношение величины K_{Ib} для короткой трещины на внутренней поверхности трубки к K_{Ia} для кольцевой поверхностной трещины в волокне. Различие между трещинами a и b состоит в том, что вблизи вершины короткой трещины b расположена граница волокна и трубки, которая является поверхностью неупругого сдвига и ориентирована перпендикулярно плоскости трещин (параллельно направлению внешних растягивающих напряжений). Как видно, поверхность неупругого сдвига, которая пересекает берега трещины вблизи ее вершины, существенно снижает КИН в вершине трещины даже при высоком пределе текучести материала прослойки. Таким образом, в волокнистой (слоистой) структуре низкий КИН характерен не только для трещины, вершина которой находится внутри мягкой прослойки между несущими элементами [23, 24], но и для короткой поверхностной трещины в несущем элементе.

В работе был рассмотрен наиболее критичный случай расположения короткой трещины b в одной плоскости с трещиной a в центральном волокне. Смещение плоскостей трещин a и b вдоль оси волокна приводит к существенному снижению K_{Ib} [15]. Волокно с наибольшей трещиной считаем центральным, а кольцевая поверхностная трещина b в трубке имитирует более короткие трещины в соседних волокнах.

Рис. 4,а иллюстрирует изменение энергии W , которая поглощается при неупругом сдвиге в материале прослойки в процессе увеличения внешней нагрузки (σ) от нуля до единицы. Энергию вычисляли как интеграл по длине прослойки от произведения касательных напряжений на величину деформации пластического сдвига. Нормирование значений энергии выполнено по W_{max} , которая поглощается при пластическом деформировании материала прослойки на границе волокна с трещиной размером $a = 0,9$ при пределе текучести материала прослойки $\sigma_T \approx 0,02\sigma$. Полученные результаты показывают, что максимальная энергия поглощается в случае разрушения волокна (рост трещины a от 0 до R) при напряжениях начала неупругого сдвига на границе между волокнами, составляющих примерно 2% прочности волокна с поверхностной кольцевой трещиной размером $a = 0,9$.

На рис. 4,б приведено изменение сдвиговых напряжений в прослойке в зависимости от расстояния до плоскости трещины различных размеров при $\sigma_T = 0,02\sigma$. Наибольший интерес представляют результаты, соответствующие практически разрушенному волокну ($a = 0,9$). Как видно, для трещины $a = 0,9$ касательные напряжения в прослойке практически отсутствуют на расстоянии, большем $l \approx 24R$. На этом

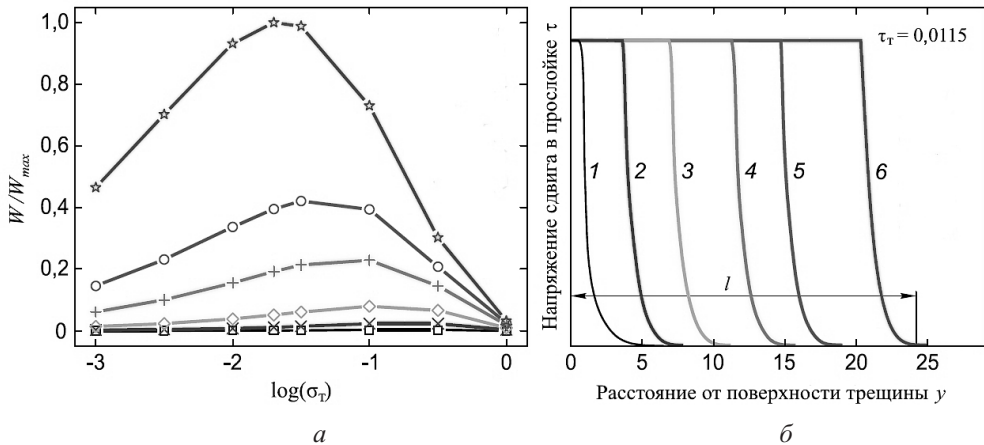


Рис. 4. Энергия, поглощаемая в материале прослойки при неупругом сдвиге на границе волокна в процессе его разрушения (а), и сдвиговые напряжения в прослойке на границе волокна с трещиной различных размеров при $\sigma_\tau = 0,02\sigma$ (б): 1, \square – $a = 0,1$; 2, \times – $a = 0,3$; 3, \diamond – $a = 0,5$; 4, $+$ – $a = 0,7$; 5, \circ – $a = 0,8$; 6, \star – $a = 0,9$.

расстоянии происходит полное преобразование сдвиговых напряжений на границе волокна с трещиной в нормальные напряжения в его сечении.

Отношение $2l/R \approx 48$ примерно соответствует экспериментально наблюдаемым значениям aspect ratio для несущих элементов биологических конструкционных материалов [25]. Близость полученной оценки aspect ratio к значениям, соответствующим реальным биологическим объектам, свидетельствует о том, что основным критерием эволюционного отбора конструкционных материалов, по-видимому, является энергия, поглощаемая на начальной стадии разрушения (не прочность и не модуль упругости). Необходимо отметить, что оценка aspect ratio получена в результате моделирования механизма реализации главного признака биологического конструкционного материала. Эта оценка соответствует максимуму энергии, которая поглощается на границе волокна при его разрушении. Заметим, что известные оценки aspect ratio выполнены на основе экспериментально полученных значений прочности компонентов конструкционных материалов биологического происхождения [26].

Таким образом, для максимального поглощения энергии при разрушении механизм взаимного сдвига несущих элементов конструкционных материалов с однонаправленной волокнистой структурой должен иметь напряжение начала неупругого сдвига, на границе равное $\sim 2\%$ прочности волокна с кольцевой поверхностной трещиной $a = 0,9$. Для того чтобы весь объем материала поглощал энергию при разрушении, волокна должны быть фрагментированы трещинами на участки длиной, примерно в 50 раз превышающей их радиус.

Очевидно, что для повышения модуля упругости материала и его прочности напряжения начала неупругого сдвига на границе должны быть значительно больше, а несущие элементы структуры содержать минимальное количество трещин и размеры их должны быть также минимальными. В этом заключается противоречие между прочностью, модулем упругости материала и поглощением энергии при разрушении (хрупкостью). Для материалов, несущие элементы структуры которых не являются идеально упругими, при уменьшении размеров их сечений наблюдается снижение чувствительности к трещинам [27, 28]. Кроме того, с уменьшением размера сечения структурного элемента при постоянном относительном размере трещин КИН уменьшается пропорционально корню квадратному от размера сечения. Таким образом, для многих материалов с однонаправленной структурой с уменьшением размера сечения

несущего элемента структуры противоречие между прочностью и хрупкостью существенно смягчается или исчезает.

Представленные результаты хорошо согласуются с полученными в работах [15, 16], в которых моделирование механизма неупругого сдвига на границе волокон выполняли в рамках контактной задачи с использованием когезионной модели границы волокна. Наибольшее расхождение в результатах наблюдается при высоких напряжениях неупругого сдвига (предел текучести прослойки) для малых размеров трещин в волокне. Это различие резко уменьшается с увеличением размера трещины в волокне и с уменьшением напряжений неупругого сдвига на его границе.

Заключение. Работа построена на гипотезе существования ключевого признака конструкционного материала биологического происхождения, каковым является наличие в нем механизмов сдвига только в направлении максимальных нормальных напряжений и их отсутствие в других направлениях, поглощение энергии при разрушении происходит преимущественно на границах несущих элементов структуры вследствие их взаимного неупругого сдвига.

С помощью модели “треснутое волокно в трубке” с идеально пластичной прослойкой между волокном и трубкой исследовано влияние напряжения начала неупругого сдвига на границах волокон в материале с однонаправленной волокнистой структурой на КИН для кольцевой поверхностной трещины в волокне и коротких трещин в соседних волокнах, а также на поглощение энергии на границе волокна с трещиной при его совместном растяжении с соседними волокнами.

В результате моделирования установлено, что увеличение напряжения начала неупругого сдвига на границах между волокнами приводит к снижению КИН для трещины в волокне, что эквивалентно повышению прочности материала. Максимальное поглощение энергии при разрушении волокна происходит при напряжении начала неупругого сдвига на его границе, составляющем примерно 2% прочности при растяжении в случае наличия в нем кольцевой поверхностной трещины размером 0,9 радиуса волокна. Для максимального поглощения энергии при разрушении несущие элементы материала с однонаправленной волокнистой структурой и оптимальным напряжением начала неупругого сдвига на границе должны содержать трещины, расположенные друг от друга на расстоянии, равном примерно 48 радиусов волокна.

Обнаруженные закономерности, по-видимому, могут быть положены в основу совершенствования биологических конструкционных материалов в процессе эволюции. Кроме того, их можно использовать при разработке нового поколения конструкционных материалов с экстремально высоким сопротивлением разрушению.

Резюме

У конструкційних матеріалах біологічного походження елементи-носії структури можуть непружно зміщуватися тільки вздовж границь волокон або шарів структури, які мають достатньо низьке напруження непружного зсуву. Непружний зсув призводить до поглинання енергії під час деформації металу. Руйнування волокна в матеріалі з односпрямованою структурою досліджено за допомогою моделі “тріснуте волокно у трубці”. Механізм непружного зсуву на границі волокон моделювали тонким ідеально пластичним прошарком. Досліджено вплив величини границі плинності прошарку на коефіцієнт інтенсивності напружень для тріщини у волокні і на енергію, яка поглинається під час його руйнування. Установлено, що максимальне поглинання енергії має місце, якщо границя плинності прошарку складає приблизно 2% міцності волокна з тріщиною розміром 0,9 його радіуса. За даної границі плинності напруження зсуву в прошарку діють на відстані від тріщини, яка не більша за 24 радіуса волокна. Ця величина близька до значень співвідношення розмірів несівних елементів структури біологічних конструкційних матеріалів.

1. *Evans A. G.* Perspective on the development of high-toughness ceramics // *J. Amer. Ceram. Soc.* – 1990. – **73**, No. 2. – P. 187–205.
2. *Kingery W. D., Bowen H. K., and Uhlmann D. R.* Introduction to Ceramics. – 2nd edition. – New York: John Wiley & Sons, 1976. – 1032 p.
3. *Gurrey J. D.* Mechanical properties of mother of pearl in tension // *Proc. Roy. Soc. Lond B.* – 1977. – **196**. – P. 443–463.
4. *Gao H.* Application of fracture mechanics concepts to hierarchical biomechanics of bone and bone-like materials // *Int. J. Fract.* – 2006. – **138**. – P. 101–137.
5. *Buehler M. J.* Nanomechanics of collagen fibrils under varying cross-link densities: Atomistic and continuum studies // *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.* – 2008. – **1**. – P. 59–67.
6. *Fritsch A., Hellmich C., and Dormieux L.* Ductile sliding between mineral crystals followed by rupture of collagen crosslinks: Experimentally supported micromechanical explanation of bone strength // *J. Theor. Biol.* – 2009. – **260**. – P. 230–252.
7. *Gupta H. S., Krauss S., Kerschnitzki M., et al.* Intrafibrillar plasticity through mineral/collagen sliding is the dominant mechanism for the extreme toughness of antler bone // *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.* – 2013. – **28**. – P. 366–382.
8. *Evans A. G., Suo Z., Wang R. Z., et al.* Model for the robust mechanical behavior of nacre // *J. Mater. Res.* – 2001. – **16**, No. 9. – P. 2475–2484.
9. *Gupta H. S., Wagermaier W., Zickler G. A., et al.* Nanoscale deformation mechanisms in bone // *Nano Lett.* – 2005. – **5**. – P. 2108–2111.
10. *Hartmann M. A. and Fratzl P.* Sacrificial ionic bonds need to be randomly distributed to provide shear deformability // *Ibid.* – 2009. – **9**. – P. 3603–3607.
11. *Pantano A., Pugno N. M., and Gorb S. N.* Numerical simulations demonstrate that the double tapering of the spatulae of lizards and insects maximize both detachment resistance and stability // *Int. J. Fract.* – 2011. – **171**. – P. 69–175.
12. *Ishikawa T.* Crack-resistant fiber-bonded ceramic // *Adv. Eng. Mater.* – 1999. – **1**, No. 1. – P. 59–61.
13. *Kovar D., King B. H., Trice R. W., and Halloran J. W.* Fibrous monolithic ceramics // *J. Amer. Ceram. Soc.* – 1997. – **80**. – P. 2471–2487.
14. *Borovik V. G., Grigor'ev O. N., and Subbotin V. N.* New structural material with unidirectional fibrous structure // *Powder Metall. Met. Ceram.* – 2012. – **51**, No. 1-2. – P. 65–74.
15. *Borovik A. V. and Borovik V. G.* Effect of fiber's interfaces cohesive strength in unidirectional fibrous structural material on SIF and fracture energy // *Adv. Eng. Mater.* – 2014. – **16**, No. 5. – P. 522–527.
16. *Borovik A. V. and Borovik V. G.* Effect of inelastic shear stress at the interfaces in the material with a unidirectional fibrous structure on the SIF for a crack in the fiber and the energy absorbed at fiber fracture // *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.* – 2014. – **34**, No. 6. – P. 75–82.
17. *Xia Z. and Curtin W. A.* Tough-to-brittle transitions in ceramic-matrix composites with increasing interfacial shear stress // *Acta Mater.* – 2000. – **48**. – P. 4879–4891.
18. *Murakami Y.* Stress Intensity Factors Handbook. – Vol. 1. – Oxford: Pergamon Press, 1987. – 1464 p.
19. *Pabst R. F.* Neuere Methoden der Festigkeitsprüfung keramischer Werkstoffe // *Z. Werkstofftech.* – 1975. – **6**. – S. 17–29.

20. *Borovik V. G.* Using elastic elements in testing specimens with cracks // *Strength Mater.* – 1984. – **16**, No. 7. – P. 1057–1061.
21. *Borovik V. G., Chushko V. M., and Kovalev S. P.* Computer-aided, single-specimen controlled bending test for fracture-kinetics measurement in ceramics // *J. Amer. Ceram. Soc.* – 1995. – **78**, No. 5. – P. 1305–1312.
22. *Nojima T., Oka T., and Kobayashi H.* Development of crack stabilizing apparatus for fracture toughness testing in brittle materials // *J. Ceram. Soc. Jpn.* – 1997. – **105**. – P. 690–694.
23. *Fischer F. D., Predan J., Fratzl P., and Kolednik O.* Semi-analytical approaches to assess the crack driving force in periodically heterogeneous elastic materials // *Int. J. Fract.* – 2012. – **173**, No. 1. – P. 57–70.
24. *Hamamoto Y. and Okumura K.* Realistic numerical analysis of a bioinspired layered composite with a crack: Robust scaling laws and crack arrest // *Adv. Eng. Mater.* – 2013. – **15**. – P. 522–528.
25. *Gao H., Ji B., Jäger I. L., et al.* Materials become insensitive to flaws at nonoscale: lessons from nature // *PNAS.* – 2003. – **100**. – P. 5597–5600.
26. *Chen B., Wu P. D., and Gao H.* A characteristic length for stress transfer in the nanostructure of biological composites // *Comp. Sci. Technol.* – 2009. – **69**. – P. 1160–1164.
27. *Carpinteri A., Marega C., and Savadori A.* Ductile-brittle transition by varying structural size // *Eng. Fract. Mech.* – 1985. – **21**, No. 2. – P. 263–271.
28. *Gao H. and Chen S.* Flaw tolerance in a thin strip under tension // *Trans ASME.* – 2005. – **72**, No. 5. – P. 732–737.

Поступила 18. 06. 2014