

Анизотропия ползучести и повреждаемости элементов конструкций при циклическом нагружении*

Д. В. Бреславский, В. А. Метелев, О. К. Морачковский

Национальный технический университет “ХПИ”, Харьков, Украина

Описан метод расчета ползучести и повреждаемости элементов конструкций при циклическом нагружении. Рассмотрены материалы, проявляющие анизотропию свойств ползучести и повреждаемости. Приведены результаты расчета деформирования и разрушения элементов конструкций при плоском напряженном состоянии.

Ключевые слова: ползучесть, повреждаемость, циклическое нагружение, тензорный параметр поврежденности, метод конечных элементов, пластина с отверстием.

Введение. Металлические композиционные материалы широко используются в промышленности. Типичным для новых материалов, как, впрочем, и распространенных в авиационном, космическом и энергетическом машиностроении конструкционных материалов, является: анизотропия свойств ползучести и длительной прочности, и существенная их неоднородность. В элементах конструкций это обусловлено технологией их изготовления и неоднородностью напряженного состояния. Многие конструкции, особенно в авиационно-космическом и энергетическом машиностроении, работают в условиях совместного действия статических нагрузок и циклически изменяющихся температур и напряжений. В связи с этим создаваемые для расчетного анализа определяющие соотношения должны учитывать такие факторы, как начальная и деформационная анизотропия, анизотропия свойств накапливаемой скрытой повреждаемости, влияние циклических нагружений и нагревов. В качестве меры поврежденности можно использовать коэффициент гомогенности на основе метода LM-твердости или других способов ее определения [1].

В настоящее время разрушение (макроскопическое нарушение сплошности тела в результате воздействия на него внешних факторов) рассматривается с учетом процессов скрытого разрушения [2–8]. Исследование скрытого разрушения (зарождение и развитие микродефектов, рассеянных по объему тела) осуществляется с помощью методов и теорий механики поврежденности – динамично развивающегося раздела современной механики деформируемого твердого тела. В настоящее время вопросы компьютерного моделирования роста трещин и длительного разрушения с использованием различных мер поврежденности рассматриваются во многих работах [6–10]. Континуальная механика поврежденности исходит из того, что изменение со временем механических свойств материалов феноменологически можно интерпретировать как результат накопления повреждений, различных дефектов, микропор, трещин. Если повреждения достигают опасного уровня, происходит разрушение.

Большое внимание также уделяется компьютерному моделированию процессов деформирования, поврежденности и континуального разрушения нелинейных материалов и конструкций [2–10] с привлечением скалярной или тензорной меры поврежденности. Можно выделить два основных направления в развитии континуальной механики поврежденности [2–10]. Во-первых, это анализ взаимного влияния процессов накопления повреждений и эволюции напряженно-деформированного состоя-

* Доклад на 5-й международной научно-технической конференции “Проблемы динамики и прочности в турбомашиностроении” (Турбо-2014) (27–30 мая 2014 г., Киев).

ния, вызванного накоплением рассеянных повреждений, и, во-вторых, – компьютерное моделирование повреждаемости и инкорпорирование различных мер поврежденности в вычислительные САЕ-комплексы. Особое внимание уделяется введению тензорных мер поврежденности, отражающих анизотропный характер накопления повреждений в твердом теле.

При прогнозировании прочности и долговечности элементов конструкций предполагается конкретизация математической модели нелинейного деформирования и поврежденности материала. Затем переходят к конечноэлементным решениям задач определения характеристик напряженно-деформированного состояния элементов конструкций. Существующие вычислительные методы, в том числе реализованные в современных пакетах, не позволяют учитывать начальную анизотропию и неоднородность тел при выполнении расчетов на ползучесть и длительную прочность.

В настоящее время предложены многочисленные подходы к моделированию анизотропной поврежденности. Достаточно полный список работ, посвященных тензорным мерам поврежденности, приведен в [11]. Ссылки на более поздние работы и представление анизотропной повреждаемости с помощью тензора поврежденности второго ранга приведены в [12–15]. В целом литературные источники, в которых рассматриваются тензорные меры поврежденности, настолько многочисленны, что заслуживают отдельного обсуждения.

В работе представлен метод расчета динамической ползучести и повреждаемости элементов конструкций, изготовленных из материалов с анизотропией свойств ползучести и разрушения.

Модели анизотропной ползучести и повреждаемости. Будем использовать метод, приведенный ранее [12] для изотропных материалов. Используем тензорные соотношения инкрементальной теории ползучести, которые с помощью метода асимптотических разложений по малому параметру и последующего усреднения на периоде изменения нагрузки преобразуем в соотношения динамической ползучести анизотропных материалов.

Рассмотрим закон ползучести с повреждаемостью для анизотропных материалов, отвечающий общим тензорно-линейным зависимостям, в главных осях симметрии ползучести и повреждаемости анизотропного тела. Принимаем, что повреждаемость в анизотропном материале при ползучести определяется инвариантной величиной в виде тензора второго ранга ω_{ij} .

Далее будем предполагать, что тензору повреждаемости ω_{ij} , как внутреннему параметру состояния, соответствует ассоциированный с ним тензор R_{ij} – поток термодинамических напряжений в поврежденной среде. Для материалов с начальной анизотропией эквивалентное напряжение σ_V определим через совместные инварианты тензора напряжений σ_{ij} с материальными тензорами a_{ij} , b_{ijkl} :

$$\sigma_V = \sigma_1 + \sigma_2, \quad \sigma_1 = a_{ij}\sigma_{ij}, \quad \sigma_2 = \sqrt{b_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}}. \quad (1)$$

Эквивалентное напряжение σ_{*V} определим соответственно через совместные инварианты тензора напряжений σ_{ij} с материальными тензорами g_{ij} , d_{ijkl} :

$$\sigma_{*V} = \sigma_{*1} + \sigma_{*2}, \quad \sigma_{*1} = g_{ij}\sigma_{ij}, \quad \sigma_{*2} = \sqrt{d_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}}. \quad (2)$$

Представим потенциалы диссипации для скоростей деформаций ползучести и повреждаемости в рамках принятых предположений в виде

$$\dot{D} = \dot{D}(\sigma_V; \eta, T) = \sigma_{ij}\dot{c}_{ij}, \quad \dot{\Omega} = \dot{\Omega}(\sigma_{*V}; \eta, T) = \sigma_{ij}\dot{\omega}_{ij}. \quad (3)$$

Тогда кинетические уравнения для скоростей деформаций ползучести и повреждаемости с использованием градиентального закона будут:

$$\dot{c}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \dot{\omega}_{ij} = \dot{\lambda}_* \frac{\partial \dot{\Omega}}{\partial R_{ij}}, \quad (4)$$

где $\dot{\lambda}, \dot{\lambda}_*$ – скалярные множители, далее определим их из равенств (3) после конкретизации вида каждого из потенциалов.

Заметим, что согласно основному термодинамическому неравенству имеем

$$\dot{D} + \dot{\Omega} \geq 0, \quad \dot{D}(\sigma_V; \eta, T) \geq 0, \quad \dot{\Omega} = \dot{\Omega}(\sigma_{*V}; \eta, T) \geq 0. \quad (5)$$

Установим критерий разрушения в инвариантной скалярной форме. Для этого рассмотрим часть диссипации, которая происходит вследствие повреждаемости, и ее предельное значение в момент времени по окончании скрытого разрушения:

$$\Omega(t) = \int_0^t \dot{\Omega} dt, \quad \Omega_* = \int_0^{t_*} \dot{\Omega} dt. \quad (6)$$

Допустим, что предельное значение диссипации из-за повреждаемости материала при ползучести является определенной характеристикой материала. В этом случае, принимая для критерия разрушения в качестве энергетической скалярной меры величину $\eta(t) = \Omega(t)/\Omega_*$, его можно записать в виде $\eta(t_*) = 1$, где t_* – значение времени в момент разрушения.

На основании термодинамических допущений для материалов с начальной анизотропией при ползучести получим следующие уравнения состояния:

$$\dot{c}_{ij} = \frac{\dot{D}}{\sigma_V} \left(a_{ij} + \frac{b_{ijkl} \sigma_{kl}}{\sigma_2} \right), \quad \dot{\omega}_{ij} = \frac{\dot{\eta}}{R_V} \left(g_{ij} \frac{d_{ijkl} R_{kl}}{R_2} \right), \quad (7)$$

где c_{ij}, ω_{ij} – симметричные тензоры необратимых деформаций ползучести и повреждаемости; $\dot{D} = \sigma_{ij} \dot{c}_{ij}$ – мощность диссипации вследствие ползучести; $\dot{\eta} = R_{ij} \dot{\omega}_{ij}$ – мощность диссипации из-за повреждаемости материала, отнесенная к предельному значению диссипации Ω_* в момент разрушения (мера поврежденности, $0 \leq \eta \leq 1$).

Воспользуемся принципом эквивалентности деформаций, согласно которому для установления закона ползучести в повреждающемся материале необходимо в уравнениях состояния (7) для деформаций ползучести в неповреждающемся материале заменить тензор напряжений на тензор напряжений, ассоциированный с повреждаемостью. Влияние тензора повреждаемости на эффективные напряжения учитываем с помощью следующих равенств: $R_{ij} = \sigma_{ij} / (1 - \eta)$, причем $\dot{\eta} = R_{ij} \dot{\omega}_{ij}$ ($0 \leq \eta \leq 1$), $\eta(t_*) = 1$.

При принятых допущениях и сохранении требования основного термодинамического неравенства $\dot{D} + \dot{\Omega} \geq 0$ диссипативные потенциалы (3) можно записать следующим образом:

$$\dot{D}(\sigma_V; \eta, T) = \dot{D}(R_V), \quad \dot{\Omega}(\sigma_{*V}; \eta, T) = \dot{\Omega}(R_{*V}), \quad (8)$$

где $R_V = \sigma_V / (1 - \eta)$, $R_{*V} = \sigma_{*V} / (1 - \eta)$ – инварианты эффективных напряжений.

В рамках принятых допущений главные направления материальной анизотропии считаются неизменными вплоть до разрушения, а поверхности потенциалов диссипации в пространстве напряжений расширяются со временем пропорционально одному параметру, связанному с принятой мерой поврежденности, $0 \leq \eta \leq 1$.

Рассмотрим уравнения состояния (7) для трансверсально-изотропных при ползучести материалов. Потенциалы диссипации (8) конкретизируем в виде степенных функций от инвариантов напряжений:

$$\dot{D} = R_V^N, \quad \dot{\eta} = R_{*V}^k / (1 - \eta)^S, \quad (9)$$

где N, k, S – константы.

Уравнения (7) рассматриваются как уравнения состояния для материалов с начальной анизотропией и асимметрией свойств ползучести и повреждаемости, в частности, при растяжении и сжатии. При отсутствии эффектов асимметрии свойств имеем $a_{ij} = g_{ij} = 0$. В этом случае для трансверсально-изотропных материалов уравнения состояния ползучести с учетом повреждаемости в векторно-матричной форме запишем так:

$$\dot{\underline{c}} = b_{1111}^{(N+1)/2} \frac{\bar{\sigma}_2^{N-1}}{(1-\eta)^N} [B] \underline{\sigma}, \quad \dot{\underline{\omega}} = d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{*2}^{k-2}}{(1-\eta)^{k+S-1}} [D] \underline{\sigma}, \quad (10)$$

$$\eta = d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{*2}^k}{(1-\eta)^{k+S}}, \quad \eta(0) = 0, \quad \eta(t_*) = 1, \quad (11)$$

где $\dot{\underline{c}} = (\dot{c}_{11}, \dot{c}_{22}, 2\dot{c}_{12})^T$, $\underline{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})^T$, $\dot{\underline{\omega}} = (\dot{\omega}_{11}, \dot{\omega}_{22}, 2\dot{\omega}_{12})^T$ – векторы скоростей деформаций ползучести, напряжений и скоростей параметра поврежденности; $\bar{\sigma}_2^2 = \underline{\sigma}^T [B] \underline{\sigma}$, $\sigma_{*2}^2 = \underline{\sigma}^T [D] \underline{\sigma}$ – инварианты напряжений;

$$[B] = \begin{vmatrix} 1 & \beta_{12} & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 4\beta \end{vmatrix}; \quad \beta_{12} = -\frac{1}{2} b_{1111}; \quad \beta_{22} = \frac{b_{2222}}{b_{1111}}; \quad 4\beta = \frac{b_{1212}}{b_{1111}}; \quad (12)$$

$$[D] = \begin{vmatrix} 1 & \delta_{12} & 0 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 4\delta \end{vmatrix}; \quad \delta_{12} = -\frac{1}{2} d_{1111}; \quad \delta_{22} = \frac{d_{2222}}{d_{1111}}; \quad 4\delta = \frac{d_{1212}}{d_{1111}}. \quad (13)$$

Далее получим уравнения, описывающие влияние циклического нагружения на ползучесть и повреждаемость для динамической ползучести [13]. Принимаем, что тензор напряжений состоит из статической составляющей σ_0 и быстро изменяющейся составляющей σ_1 : $\sigma = \sigma_0 + \sigma_1$, $\sigma_1 = \sigma_a \sin(2\pi ft)$, где f – частота вынужденных колебаний, $f = 1/T$; σ_a – амплитудное значение напряжения. Воспользуемся описанным ранее [11] методом, который применялся для уравнений со скалярным параметром поврежденности. Используем метод многих масштабов и асимптотические разложения основных неизвестных по малому параметру $\mu = T/t$.

Применим этот подход к уравнениям (10), (11). Представим в виде асимптотических разложений процессы роста деформаций ползучести и накопления повреждений в двух масштабах времени (медленном и быстром $\xi = \tau/T$, где $\tau = t/\mu$):

$$c \cong c^0(t) + \mu c^1(\xi), \quad \eta \cong \eta^0(t) + \mu \eta^1(\xi), \quad \omega \cong \omega^0(t) + \mu \omega^1(\xi), \quad (14)$$

где $c^0(t)$, $\eta^0(t)$, $\omega^0(t)$, $c^1(\xi)$, $\eta^1(\xi)$, $\omega^1(\xi)$ – функции, отвечающие основному процессу ползучести с повреждаемостью в медленном (0) и быстром (1) масштабах времени.

С учетом зависимости деформации ползучести, параметра и меры поврежденности только от медленного времени [15] после усреднения получим

$$\begin{cases} \langle c^0(\xi) \rangle = \int_0^1 c^0(t) d\xi \cong c^0(t), & \langle c^1(\xi) \rangle = \int_0^1 c^1(\xi) d\xi \cong 0, \\ \langle \eta^0(\xi) \rangle = \int_0^1 \eta^0(t) d\xi \cong \eta^0(t), & \langle \eta^1(\xi) \rangle = \int_0^1 \eta^1(\xi) d\xi \cong 0, \\ \langle \omega^0(\xi) \rangle = \int_0^1 \omega^0(t) d\xi \cong \omega^0(t), & \langle \omega^1(\xi) \rangle = \int_0^1 \omega^1(\xi) d\xi \cong 0. \end{cases} \quad (15)$$

Таким образом, с помощью метода асимптотических разложений с последующим усреднением на периоде циклического нагружения применительно к случаю сложного напряженного состояния получим уравнения состояния динамической ползучести с учетом повреждаемости сплавов с ортотропными свойствами:

$$\dot{\underline{c}} = b_{1111}^{(N+1)/2} K(A_n) \frac{\bar{\sigma}_2^{N-1}}{(1-\eta)^N} [B] \underline{\sigma}, \quad \dot{\underline{\omega}} = d_{1111}^{k/2} H_1(A_k) \frac{\sigma_{*2}^{k-2}}{(1-\eta)^{k+S-1}} [D] \underline{\sigma}, \quad (16)$$

$$\dot{\eta} = d_{1111}^{k/2} H_2(A_k) \frac{\sigma_{*2}^k}{(1-\eta)^{k+S}}, \quad \eta(0) = 0, \quad \eta(t_*) = 1, \quad (17)$$

где

$$K(A_n) = \int_0^1 (1 + A_n \sin(2\pi\xi))^N d\xi; \quad H_1(A_k) = \int_0^1 (1 + A_k \sin(2\pi\xi))^{k-1} d\xi;$$

$$H_2(A_k) = \int_0^1 (1 + A_k \sin(2\pi\xi))^k d\xi; \quad A_n = \frac{\bar{\sigma}_2^a}{\bar{\sigma}_2}; \quad A_r = \frac{\sigma_{*2}^a}{\sigma_{*2}};$$

$(\bar{\sigma}_2^a)^2 = (\underline{\sigma}^a)^T [B] \underline{\sigma}^a$, $(\sigma_{*2}^a)^2 = (\underline{\sigma}^a)^T [D] \underline{\sigma}^a$ – инварианты циклических напряжений.

Конечноэлементная формулировка задачи. Рассмотрим постановку двумерной задачи теории ползучести для плоского напряженного состояния. Пусть тело объемом V , изготовленное из материала с анизотропными свойствами ползучести и повреждаемости, закреплено по части поверхности S_1 и нагружено поверхностными силами $p\{p_1, p_2\}$ на остальной части поверхности S_2 . В системе координат OX_1X_2 плоское движение континуума материальных точек при ползучести будем описывать в рамках лагранжева подхода. Введем в рассмотрение вектор смещений точек $u = \{u_1, u_2\}^T$ и их скорости $v = \{v_1, v_2\}^T$. Согласно этим допущениям задача ползучести для случая малых смещений и деформаций описывается следующей начально-краевой задачей:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \dot{v}_j \quad (i, j = 1, 2), \quad x_1, x_2 \in V; \quad (18)$$

$$\sigma_{ij} n_j = p_i + p_i^a \sin 2\pi ft, \quad x_1, x_2 \in S_2; \quad (19)$$

$$v_1 = du_1/dt = \dot{u}_1, \quad v_2 = du_2/dt = \dot{u}_2; \quad (20)$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right). \quad (21)$$

Рассмотрим случай, когда напряжения не превышают предела текучести материала. Принимаем, что компоненты упругих деформаций e_{ij} и деформаций ползучести c_{ij} , а также их скорости аддитивны:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{e}_{ij} + \dot{c}_{ij}. \quad (22)$$

Полученная система уравнений (18)–(22) должна решаться совместно с уравнениями состояния (16), (17), причем необходимо добавить граничные условия на частях поверхности S_1 : $\dot{u}_i = \dot{u}_i^*$ и S_2 : $\dot{\sigma}_{ij} n_j = \dot{p}_i$ и начальные условия, полагая, что в момент времени $t = 0$ напряженно-деформированное состояние определяется решением задачи теории упругости.

Система (16)–(22) решается с помощью описанного ранее [12, 14] метода двух масштабов времени совместно с осреднением за период вынужденных колебаний $1/f$. Таким образом, решаемая проблема формулируется как задача о статическом нагружении, но с уравнениями состояния (16), (17), описывающими динамическую ползучесть.

В расчетах использовался метод конечных элементов (МКЭ) с линейными треугольными элементами. Разрешающее уравнение МКЭ, сформулированное в скоростях, имеет вид

$$[K] \dot{\underline{\delta}} = \dot{\underline{F}} + \dot{\underline{F}}_c, \quad (23)$$

где $[K] = \sum_e \int_{V^e} [B]^T [D] [B] dV$ – глобальная матрица системы; $\dot{\underline{F}} = \sum_e \int_{\Sigma_e^c} [N]^T \dot{\underline{p}} d\Sigma$,

$\dot{\underline{F}}_c = \sum_e \int_{V^e} [B]^T \dot{\underline{\sigma}}^* dV$ – векторы, составляющие глобальный вектор нагружения тела

и фиктивных сил, определяемых деформациями ползучести.

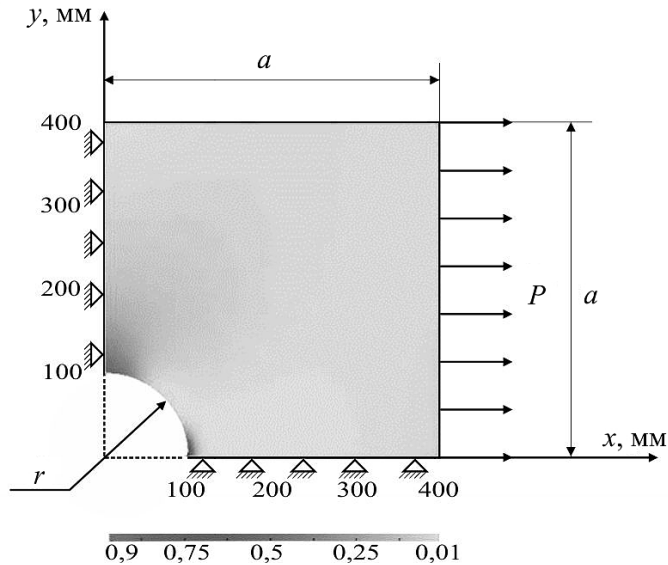
Программное обеспечение для расчетов разработано в Национальном техническом университете “ХПИ”.

Анизотропия ползучести и повреждаемость в пластинах. Разработанный метод и программное обеспечение использовались для моделирования ползучести и повреждаемости в титановых пластинах из сплава ВТ1-0 (аналоги – сплавы IM125 или Т40). Свойства ползучести и длительной прочности образцов, вырезанных из плоского листа в трех направлениях, были экспериментально получены при температуре $T = 773$ К в работе [14]. Значения констант в уравнениях (16), (17), полученные после обработки экспериментальных данных, следующие: $k = N = 5$; $s = 1$; $(b_{1111} = 2,303, b_{1122} = -1,151, b_{2222} = 1,924, b_{1212} = 2,058) \cdot 10^{-4}$ (МПа) $^{-2N/N+1}/(\text{ч})^{2/N+1}$; $(d_{1111} = 3,542, d_{1122} = -1,771, d_{2222} = 3,324, d_{1212} = 3,127) \cdot 10^{-5}$ (МПа) $^{-2}/(\text{ч})^{2/k}$.

Для оценки достоверности получаемых результатов было проведено сравнение численных расчетов с экспериментальными данными при статической ползучести

вплоть до разрушения образцов, вырезанных в различных направлениях. Образцы рассматривались как длинные прямоугольные пластины при растяжении. Расхождение между численными и экспериментальными данными не превышает 25...32%.

Затем были численно решены задачи статической и динамической ползучести титановой пластины ($0,8 \times 0,8$ м) с центральным отверстием радиусом 0,1 м. Рассматривалась одна четверть пластины, анализировались напряженно-деформированное состояние и изменение повреждаемости во времени. На рисунке представлено распределение меры поврежденности для случая статического нагружения с нагрузкой 10 МПа в момент времени $t = 220$ ч, близком к моменту времени до разрушения $t_* = 221$ ч.



Распределение меры поврежденности $\eta = \eta(x, y)$ при $t = 220$ ч.

В результате расчетов определена нелинейная зависимость характеристик ползучести и повреждаемости от нагрузки: так, с увеличением нагрузки с 10 до 13 МПа время до разрушения уменьшается с 221 до 68,5 ч. Приведем результаты моделирования динамической ползучести этой же пластины. Осевая нагрузка в данном случае состоит из статической составляющей $p_0 = 16,9$ МПа и циклической, которая изменяется по синусоидальному закону с частотой 10 Гц. Введем параметр нагружения $L = p_0/p_a$, где p_a – амплитудное значение нагрузки. Рассматривалось изменение L в диапазоне 0...0,3.

Время до разрушения при такой программе нагружения уменьшается с увеличением L от 0,166 (для $L = 0$) до 0,122 ч (для $L = 0,3$). Установлено, что характер перераспределения напряжений и меры поврежденности качественно совпадает с таковыми при статическом нагружении, однако имеет место существенное ускорение процессов ползучести и последствий вследствие динамической ползучести.

В результате расчетов установлено, что для малых значений нагрузок и соответственно малых значений напряжений в пластине характер процесса ползучести отличается от вышепроанализированного. Динамическая нагрузка ускоряет релаксацию напряжений в области отверстия, как и в случае динамической ползучести [12], при которой уровень напряжений настолько мал, что скорость накопления повреждений значительно снижается. Например, при $p_0 = 13$ МПа время до разрушения t_* для $L = 0$ составляет 68,5 ч, но добавление малой циклической состав-

ляющей ($L = 0,05$) приводит к росту времени $t_* = 72,6$ ч. Последующее увеличение L обуславливает аналогичный рост времени до разрушения в связи с быстрой динамической релаксацией в начале процесса: для $L = 0,1$ имеем $t_* = 120,1$ ч.

Заключение. Представлен метод решения задач динамической ползучести и повреждаемости элементов конструкций, изготовленных из материалов с анизотропными свойствами. Использование метода двух масштабов времени совместно с асимптотическим разложением по малому параметру и последующим усреднением на периоде позволяет избежать прямого интегрирования по циклу и решать задачу при действии только статической нагрузки, но с полученными уравнениями состояния специального вида. Эффекты существенного ускорения роста деформаций и накопления повреждений, а также релаксации напряжений при динамической ползучести установлены для пластины с отверстием из титанового сплава с анизотропными свойствами ползучести и повреждаемости.

Резюме

Описано метод розрахунку повзучості і пошкоджуваності елементів конструкцій за циклічного навантаження. Розглянуто матеріали, що проявляють анізотропію властивостей повзучості і пошкоджуваності. Наведено результати розрахунку деформування і руйнування елементів конструкцій за плоского напруженого стану.

1. *Музыка Н. П.* Влияние анизотропии листовых материалов на точность измерения твердости по Виккерсу // Пробл. прочности. – 2007. – № 2. – С. 143–152.
2. *Kuna M.* Finite Elements in Fracture Mechanics. Theory–Numerics–Applications. – Dordrecht; New York: Springer, 2013. – 464 p.
3. *Murakami S.* Continuum Damage Mechanics. A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture. – Dordrecht; London: Springer, 2012. – 423 p.
4. *Voyiadis G. Z. and Kattan P. I.* Damage Mechanics with Finite Elements: Practical Applications with Computer Tools. – Springer, 2012. – 113 p.
5. *Zhang W. and Cai Y.* Continuum Damage Mechanics and Numerical Applications. – Berlin: Springer, 2010. – 936 p.
6. *Wen J.-F., Tu S.-T., Gao X.-L., and Reddy J. N.* Simulations of creep crack growth in 316 stainless steel using a new creep-damage model // Eng. Fract. Mech. – 2013. – 98. – P. 169–184.
7. *Kim E.-H., Rim M.-S., Lee I., and Hwang T.-K.* Composite damage model based on continuum damage mechanics and low velocity impact analysis of composite plates // Comp. Struct. – 2013. – 95. – P. 123–134.
8. *Zhao L., Jing H., Xu L., et al.* Numerical investigation of factors affecting creep damage accumulation in ASME P92 steel welded joint // Mater. Design. – 2012. – 34. – P. 566–575.
9. *Степанова Л. В.* Уточненный расчет напряженно-деформированного состояния у вершины трещины в условиях циклического нагружения в среде с поврежденностью // Вестн. СамГУ. – 2011. – Вып. 2 (83). – С. 105–115.
10. *Аддылина Е. М., Игонин С. А., Степанова Л. В.* О нелинейной задаче на собственные значения, следующей из анализа напряжений у вершины усталостной трещины // Там же. – 2012. – Вып. 3/1 (94). – С. 83–102.
11. *Астафьев В. И., Радаев Ю. Н., Степанова Л. В.* Нелинейная механика разрушения. – Самара: Изд-во “Самарский университет”, 2001. – 632 с.

12. *Breslavsky D. and Morachkovsky O.* Dynamic creep continuum damage mechanics: FEM-based design analysis // *Computational Plasticity: Fundamentals and Applications* (Proc. of the Fifth Int. Conf. on Computational Plasticity, March 17–20, 1997, Barselona). – Barselona: IMNE, 1997. – Pt 1. – P. 1071–1076.
13. *Тайра С., Отани Р.* Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Металлургия, 1986. – 280 с.
14. *Конкин В. Н., Морачковский О. К.* Ползучесть и длительная прочность легких сплавов, проявляющих анизотропные свойства // *Пробл. прочности.* – 1987. – № 5. – С. 38–42.
15. *Breslavsky D. and Morachkovsky O.* A new model of nonlinear dynamic creep // *IUTAM Symp. on Anisotropy, Inhomogeneity and Nonlinearity in Solid Mechanics.* – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995. – P. 161–166.

Поступила 12. 01. 2015