

## Моделювання процесів повзучості полімерних тканих матеріалів

Є. Л. Данильчук<sup>1</sup>

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ, Україна

<sup>1</sup> danilchuk\_ips@ukr.net

*Досліджуються процеси повзучості тканих матеріалів. Об'єктом дослідження слугувала технічна тканина, виготовлена на основі полімерних ниток. По аналогії з проведеними раніше автором дослідженнями ниток визначено області лінійності в'язкопружних властивостей тканого матеріалу, доведено виконання умови подібності ізохронних кривих повзучості і побудовано діаграму миттєвого деформування. Продемонстровано подібність в'язкопружної поведінки тканого матеріалу і ниток, що його формують. Проаналізовано можливості застосування лінійних та нелінійних моделей в'язкопружного деформування до опису процесів повзучості полімерних тканин.*

**Ключові слова:** тканий матеріал, повзучість, миттєва діаграма деформування, ізохронні криві повзучості, теорія в'язкопружності.

**Вступ.** Тканий матеріал являє собою сукупність волокон (ниток) зі значною площею поверхні в порівнянні з товщиною і достатньою механічною міцністю для забезпечення її цілісності. Розміри тканин досить стабільні в напрямках укладки волокон. Тканини мають низьку жорсткість при зсуві, що забезпечує їм хорошу здатність до облягання та формоутворення. До недоліків властивостей тканини необхідно віднести зниження ефективності реалізації міцності волокон внаслідок непрямолінійності ниток, зумовленої процесом ткацтва.

Характерна особливість тканих матеріалів – нелінійність їх поведінки під час навантаження, спричинена головним чином зміною структури тканини при деформуванні. Також відмітимо хорошу гнучкість тканих матеріалів, що зумовлено в першу чергу гнучкістю самих ниток (їх рух обмежений лише тертям між ними при деформуванні) та тим, що структура тканини будується шляхом переплетення ниток без жорсткого зв'язку в місцях контакту. Більш детально структуру та властивості тканих матеріалів описано в [1, 2].

Більшість реальних конструкцій з текстильних полімерних матеріалів (технічні тканини, стрічки, ремені, стропа тощо) працює в умовах тривалого навантаження, зокрема при транспортно-складських операціях. При цьому часто постає питання прогнозування механічної поведінки тканого конструктивного елемента за певного рівня або тривалості навантаження. Тому задачі моделювання процесів деформування таких структур є досить важливими й актуальними.

На сьогодні механічну поведінку односпрямованих волокнистих матеріалів (волокна, нитки) при статичному короткочасному і тривалому навантаженні вивчено детально. Зокрема, ці питання висвітлено в роботах [3–9] та ін. У [10–12] експериментально і теоретично досліджено процеси повзучості полімерних ниток. Показано, що використання рівнянь стану нелінійної теорії в'язкопружності дозволяє досить ефективно описувати процеси тривалого деформування даних мультифіламентних систем.

У роботі розглядається можливість моделювання процесів повзучості тканих матеріалів, виготовлених на основі досліджених раніше автором полімерних ниток, за допомогою теорії в'язкопружності.

**Об'єкт дослідження.** Об'єктом дослідження слугувала технічна тканина з поліпропіленовими нитками в основі та поліефірними нитками в утку. За нитки основи використано поліпропіленову технічну нитку лінійною щільністю 1000 текс [12]. Уток виготовлено з поліефірної нитки загального призначення лінійною щільністю 200,4 текс. Ширина зразків у вигляді стрічки сягає 50 мм, кількість ниток по основі  $n_o = 38$  шт, кількість ниток по утку  $n_y = (7,6)/10$  мм. Тип переплетення тканини – саржа 2/2.

Для дослідження процесів повзучості тканого матеріалу проведено серію випробувань за різних рівнів осьового напруження  $\sigma_k = p\sigma_b$ , де  $\sigma_b$  – границя міцності;  $p = 0,36; 0,47; 0,56; 0,62; 0,69; 0,75; 0,78$ . При цьому особливу увагу приділено області підвищених напружень, де спостерігається нелінійність в'язкопружних характеристик.

На рис. 1 наведено залежності повних деформацій  $\varepsilon(t, \sigma_k)$  від часу  $t$  для різних фіксованих рівнів напружень. Криві повзучості отримано на базі випробувань 1200 годин.

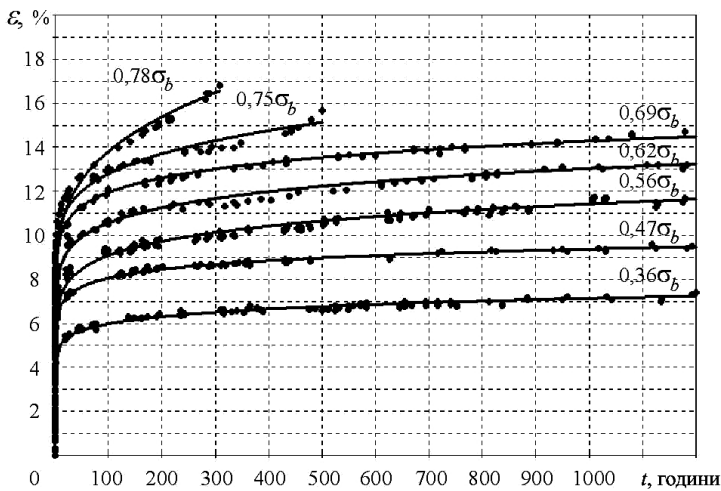


Рис. 1. Експериментальні криві повзучості поліпропіленової стрічки.

Аналіз деформаційної поведінки тканин та їх складових елементів – ниток [12] показує, що для тканих матеріалів властиві такі ж в'язкопружні характеристики, як і для ниток, що їх формують. При цьому має місце незначне збільшення деформативності тканин внаслідок ступеня заплетення в них нитки.

Це дозволяє використати для опису процесів повзучості тканих матеріалів співвідношення лінійної та нелінійної теорій в'язкопружності, ефективність яких раніше автором було перевірено для полімерних ниток. Для цього необхідно визначити області лінійності в'язкопружних властивостей досліджуваного тканого матеріалу, перевірити виконання умови подібності ізохронних кривих повзучості та визначити діаграми миттєвого деформування.

**Визначення областей лінійності в'язкопружних властивостей.** При виборі рівнянь стану й опису реологічної поведінки полімерних матеріалів у першу чергу необхідно визначити області лінійності та відповідно нелінійності в'язкопружних властивостей. Встановлення чіткої межі між указаними областями дозволяє найбільш ефективно описати процеси деформування.

Необхідною умовою лінійності в'язкопружних деформацій є інваріантність функції піддатливості (функції повзучості)  $J(t)$  відносно діючих напружень  $\sigma_k$ . У цьому випадку умова лінійності визначається співвідношенням [13]

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t, \sigma_1)}{\sigma_1} = \frac{\varepsilon(t, \sigma_2)}{\sigma_2} = \dots = \frac{\varepsilon(t, \sigma_n)}{\sigma_n}. \quad (1)$$

Оскільки механічні властивості матеріалів мають статистичну природу, лінійним в'язкопружним матеріалом з похибкою  $2\delta = 10\%$  можна називати матеріал, для якого всі експериментальні криві піддатливості потрапляють в інтервал, обмежений величинами  $\pm\delta$  відносно їх вибіркового середнього  $\bar{J}(t_j)$  [14]:

$$\bar{J}(t_j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n J_k(t_j) \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (2)$$

де  $J_k(t_j)$  – функція піддатливості, визначена з експериментів у момент часу  $t_j$  при дії напруження  $\sigma_k$ ;  $n$  – кількість кривих піддатливості (малі обсяги вибірки  $n < 50$ );  $m$  – кількість реперних точок на кожній кривій піддатливості. Тоді істинне значення функції піддатливості в момент часу  $t_j$  визначається виразом  $J(t_j) = \bar{J}(t_j)$ .

За результатами проведених експериментів на повзучість для кожного діючого напруження  $\sigma_k$  побудовано функції піддатливості  $J_k(t)$ , визначено їх середньоквадратичні значення та межі довірчих інтервалів. На рис. 2 приведено криві функцій піддатливості для значень напружень, за яких проявляються лінійні властивості деформацій, де тонкими суцільними лініями представлено результати апроксимації експериментальних даних  $J_k(t_j)$ . На основі цих апроксимацій розраховувалися середньоквадратичні значення функції піддатливості  $\bar{J}(t)$  (жирна лінія). Штриховими лініями позначено границі інтервалу, що відповідають величині максимальної похибки  $\delta = 5\%$  від значень  $\bar{J}(t_j)$ .

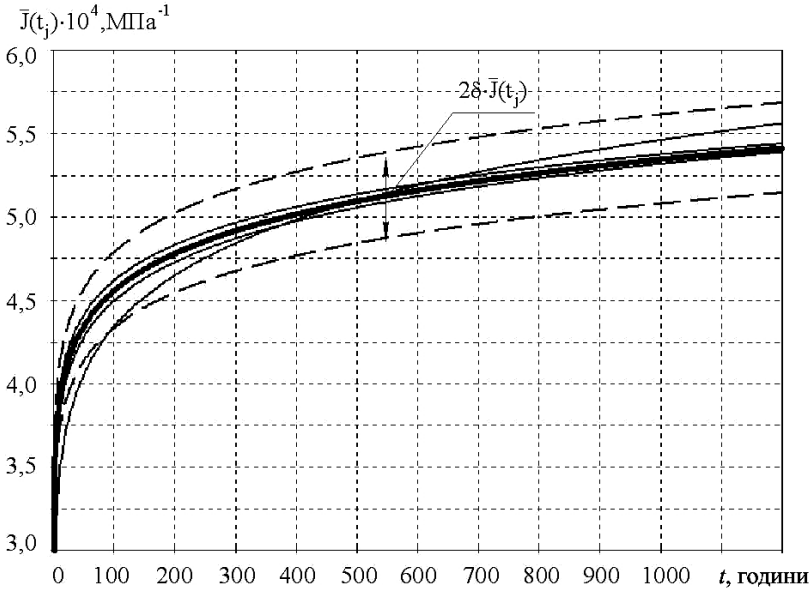


Рис. 2. Криві функцій піддатливості, їх середньоквадратичні значення і межі довірчого інтервалу поліпропіленових технічних стрічок.

Аналіз отриманих функцій піддатливості показує, що область лінійності в'язкопружних властивостей досліджуваного тканого матеріалу відповідає рівням напружень у діапазоні  $0 \leq \sigma \leq 0,56\sigma_b$ .

**Розрахунок у рамках лінійної теорії в'язкопружності.** Розглянемо можливість опису процесів тривалого деформування тканого матеріалу за допомогою співвідношень лінійної теорії в'язкопружності.

У випадку одновісного розтягу співвідношення лінійної теорії в'язкопружності приймають наступний вигляд [15]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E_0} + \frac{1}{E_0} \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau, \quad (3)$$

де  $\sigma(t)$ ,  $\varepsilon(t)$  – напруження і деформації в момент  $t$ ;  $\tau$  – час, який передує моменту  $t$ ;  $E_0$  – миттєвий модуль пружності;  $K(t)$  – функція повзучості.

По аналогії з розрахунком полімерних ниток [12] за ядра повзучості  $K(t)$  приймемо:

ядро Абеля [16, 17]:

$$K(t) = \frac{C}{t^\alpha} \quad (C > 0, 0 < \alpha < 1); \quad (4)$$

експонентне ядро [16, 18]:

$$K(t) = Ae^{-pt} \quad (A > 0, p > 0); \quad (5)$$

ядро у вигляді суми експоненціальних функцій:

$$K(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{-p_k t} \quad (A > 0, p > 0, n = 4). \quad (6)$$

Приведемо лише розрахунок для варіанту використання ядра у вигляді суми експоненціальних функцій як такого, що дало найкращі результати (рис. 3).

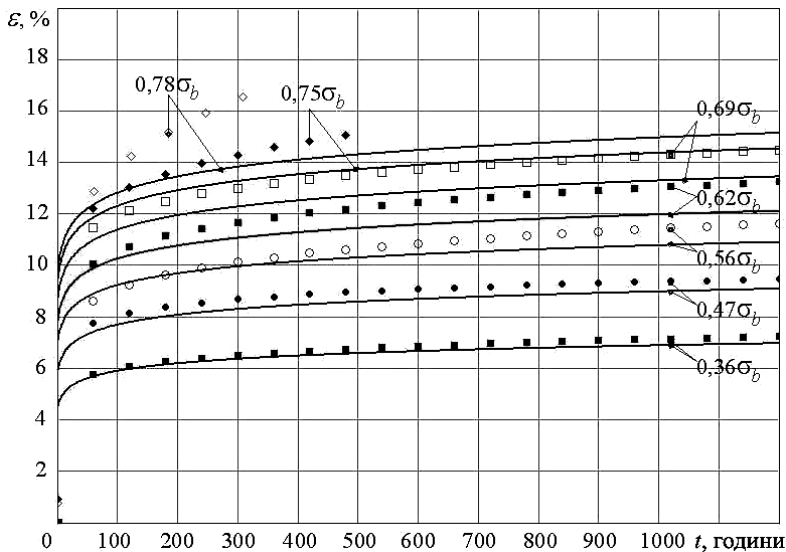


Рис. 3. Зіставлення експериментальних (точки) деформацій поліпропіленової стрічки з розрахунковими (лінії), обчисленими на основі лінійної теорії в'язкопружності.

При використанні співвідношень лінійної теорії в'язкопружності із зазначеними ядрами повзучості задовільну відповідність між розрахунковими й експериментальними даними отримано лише для низьких рівнів напружень, за яких досліджувана тканина структура поводить себе як лінійний в'язкопружний матеріал.

**Нелінійна теорія в'язкопружності.** Для більш ефективного опису процесів тривалого деформування полімерних тканих матеріалів необхідно використовувати нелінійну теорію в'язкопружності, що дозволить розширити область прогнозування на більш високі рівні напружень.

Вибір визначальних нелінійних рівнянь в'язкопружності базується на певних умовах подібності, характерних для досліджуваного матеріалу (подібність первинних кривих повзучості або ізохронних діаграм повзучості).

За допомогою експериментально отриманих кривих повзучості поліпропіленової стрічки (рис. 1) було побудовано відповідні ізохронні діаграми повзучості, доведено їх подібність та визначено функції подібності ізохрон. Також на основі даних аналізу сімейства ізохронних кривих повзучості визначено миттєву діаграму деформування досліджуваного матеріалу. Методику визначення функцій подібності ізохрон та миттєвої діаграми деформування детально висвітлено в роботі [19]. Ізохронні криві повзучості для фіксованих моментів часу та миттєву діаграму деформування  $\varphi_0(\varepsilon)$  представлено на рис. 4, де штриховими лініями позначено межі довірчого інтервалу функції  $\varphi_0(\varepsilon)$ .

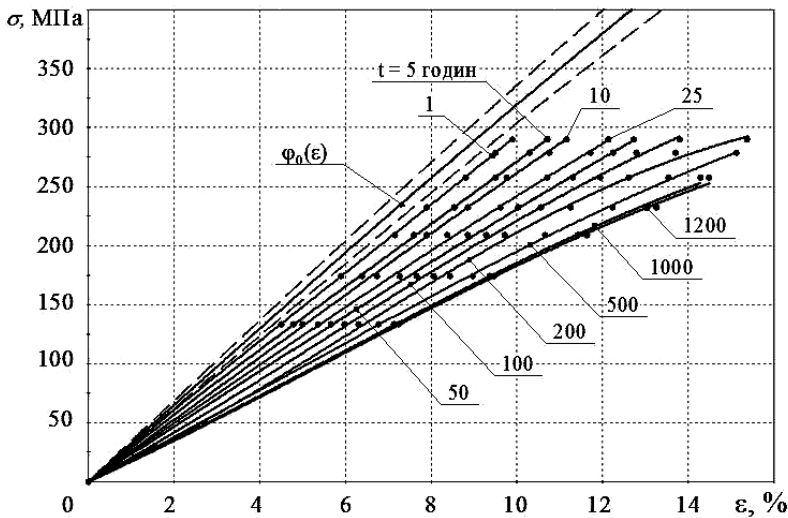


Рис. 4. Ізохронні криві повзучості та миттєва діаграма деформування технічної поліпропіленової стрічки.

Враховуючи, що для даного матеріалу виконується другий принцип подібності (подібність ізохрон), для опису процесів повзучості використано рівняння стану нелінійної теорії в'язкопружності Работнова [13, 16]:

$$\varphi_0(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau, \tag{7}$$

де  $\varphi_0(\varepsilon) = \sigma(\varepsilon)$  – нульова ізохрона, тобто ізохронна крива, яка відповідає часу  $t = 0$  (рис. 4). Варто відмітити, що відповідно до гіпотези про існування єдиної ізохронної діаграми нульова ізохрона відповідає миттєвій діаграмі деформування.

Для апроксимації миттєвої діаграми деформування поліпропіленових стрічок використано наступний вираз:

$$\varphi_0(\varepsilon) = \frac{a\varepsilon}{1 + b\varepsilon + c\varepsilon^2}, \quad (8)$$

де  $a = 2820,999$  МПа;  $b = -3,24$ ;  $c = 19,088$ .

Параметри ядра спадковості  $K(t)$  визначалися за результатами диференціювання функції подібності ізохронних діаграм повзучості  $G_0(t)$ , методику знаходження якої описано раніше [19]. Позначимо через  $G_j(\varphi_j; t)$  функції подібності  $j$ -ї ізохрони до всіх інших ізохрон та представимо їх графічно (рис. 5).

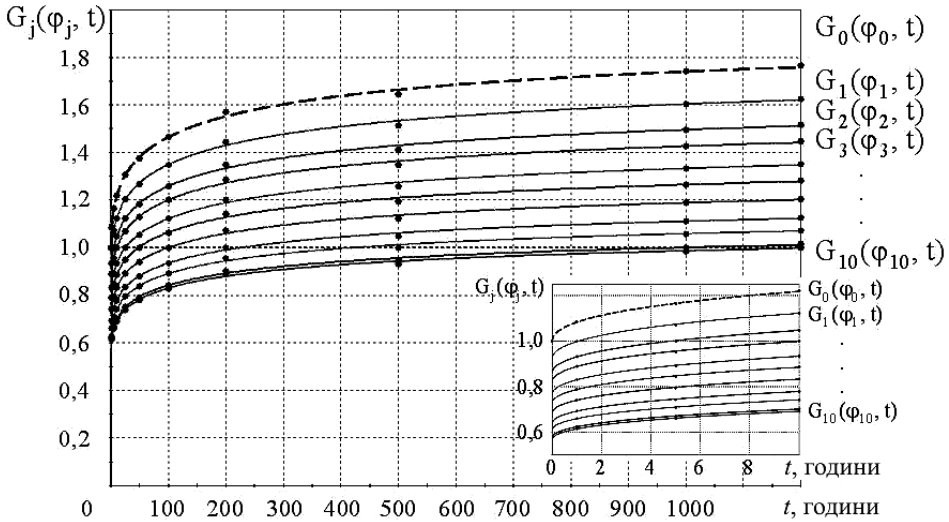


Рис. 5. Функції подібності ізохронних діаграм повзучості тканини.

Для апроксимації функцій подібності  $G_0(t)$  поліпропіленових стрічок використано дробово-раціональний вираз

$$G_0(t) = \frac{uv + wt^q}{v + t^q}, \quad (9)$$

де  $u, v, w, q$  – відповідні параметри апроксимації,  $u = 1,0$ ;  $v = 11,407$ ;  $w = 2,041$ ;  $q = 0,483$ .

Тоді параметри ядра спадковості  $K(t)$  мають наступний вигляд:

$$K(t) = \frac{d(G_0(t))}{dt} = \frac{\alpha t^{\beta-1}}{(\gamma + t^\beta)^2}, \quad (10)$$

де  $\alpha = vq(w - u)$ ;  $\beta = q$ ;  $\gamma = v$ .

Результати розрахунку розподілу деформацій для досліджуваного тканого матеріалу, обчислені за допомогою співвідношень нелінійної теорії в'язкопружності Работнова, для різних фіксованих рівнів напружень  $\sigma_k$  приведено на рис. 6. Там же побудовано криві повзучості тканини для двох рівнів навантаження (0,11 і  $0,24\sigma_b$ ), за яких експеримент не проводився.

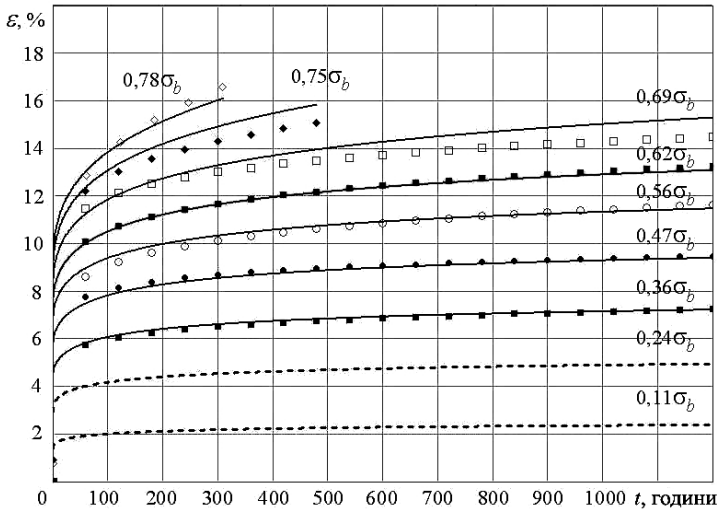


Рис. 6. Зіставлення експериментальних (точки) деформацій поліпропіленової стрічки з розрахунковими (лінії), обчисленими на основі нелінійної теорії в'язкопружності Работнова.

Таким чином, при використанні співвідношень нелінійної теорії в'язкопружності для досить широкого діапазону напружень отримано хорошу кореляцію між розрахунковими й експериментальними даними, хоча за рівнів напружень, близьких до границі міцності, ефективність прогнозування погіршується.

### Висновки

1. Аналіз в'язкопружної поведінки тканин та їх складових елементів (ниток) свідчить, що для тканих матеріалів властиві ті ж в'язкопружні властивості, що і для ниток, які їх формують. При цьому спостерігається незначне збільшення деформативності тканин, що спричинено в першу чергу ступенем заплетення нитки. Це дозволило використати для опису процесів повзучості тканин ті ж співвідношення теорії в'язкопружності, що і для волокнистих матеріалів. Для цього попередньо визначено область лінійності в'язкопружних властивостей тканого матеріалу, доведено виконання умови подібності ізохронних кривих повзучості та визначено діаграму миттєвого деформування.

2. Показано, що використання співвідношень лінійної теорії можливе лише для низьких рівнів напружень (до  $0,56\sigma_b$ ).

3. Використання рівнянь стану нелінійної теорії в'язкопружності Работнова дозволило задовільно описати процеси повзучості тканого матеріалу в ширшому діапазоні діючих напружень.

### Резюме

Исследуются процессы ползучести тканых материалов. В качестве объекта исследования выбрана техническая ткань, изготовленная на основе полимерных нитей. По аналогии с проведенными ранее автором исследованиями нитей определены области линейности вязкоупругих свойств тканого материала, доказано выполнение условия подобия изохронных кривых ползучести и построена диаграмма мгновенного деформирования. Продемонстрировано сходство вязкоупругого поведения тканого материала и нитей, которые его формируют. Проанализированы возможности применения линейных и нелинейных моделей вязкоупругого деформирования к описанию процессов ползучести полимерных тканей.

1. Скардино Ф., Хирл Дж., Кавабата С. Тканые конструкционные композиты. – М.: Мир, 1991. – 432 с.
2. Кукин Г. Н., Соловьев А. Н., Кобляков А. И. Текстильное материаловедение. – М.: Легпромбытиздат, 1992. – 272 с.
3. Leaderman H. Elastic and Creep Properties of Filamentous Materials and Other High Polymers. – Washington, DC: The Textile Foundation, 1943. – 537 p.
4. Мортон В. Е., Хирл Дж. В. С. Механические свойства текстильных волокон. – М.: Легкая индустрия, 1971. – 182 с.
5. Сталевич А. М. Уравнения нелинейной вязкоупругости высокоориентированных полимеров // Пробл. прочности. – 1981. – № 12. – С. 95 – 98.
6. Демидов А. В., Макаров А. Г., Сталевич А. М. Системный анализ вязкоупругости полиэфирных нитей // Хим. волокна. – 2007. – № 1. – С. 62 – 65.
7. Голуб В. П., Кобзарь Ю. М., Фернати П. В. Нелинейная ползучесть вязкоупругих органических волокон при растяжении // Прикл. механика. – 2005. – 41, № 7. – С. 102 – 115.
8. Sarkisov V. Sh., Moskin I. V., and Tiranov V. G. Model description of the nonlinear viscoelasticity of oriented polyethylene terephthalate and polycaproamide fibres // Fibre Chem. – 2006. – 38, No. 3. – P. 191 – 195.
9. Тер-Микаэлян П. Ю., Шаблыгин М. В., Тиранов В. Г., Саркисов В. Ш. К описанию ползучести комплексных нитей из жесткоцепных полимеров // Хим. волокна. – 2009. – № 3. – С. 36 – 39.
10. Kucher N. K., Zemtsov M. P., and Danil'chuk E. L. Short-term creep and strength of fibrous polypropylene structures // Strength Mater. – 2007. – 39, No. 6. – P. 620 – 629.
11. Kucher N. K. and Danil'chuk E. L. Nonlinear viscoelastic deformation of polypropylene threads under finite strains // Ibid. – 2009. – 41, No. 2. – P. 223 – 233.
12. Данильчук С. Л. Дослідження процесів тривалого деформування технічних поліпропіленових волокнистих структур // Вісн. НТУУ “КПІ”. Машинобудування. – 2013. – Вип. 69. – С. 203 – 210.
13. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
14. Степнов М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний. – М.: Машиностроение, 1985. – 232 с.
15. Колтунов М. А. Ползучесть и релаксация. – М.: Высш. шк., 1976. – 277 с.
16. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел. – М.: Наука, 1977. – 384 с.
17. Москвитин В. В. Соппротивление вязкоупругих материалов. – М.: Наука, 1972. – 328 с.
18. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
19. Кучер М. К., Земцов М. П., Данильчук С. Л. Дослідження процесів статичного короткочасного деформування мультифіламентних полімерних матеріалів // Вісн. НТУУ “КПІ”. Машинобудування. – 2010. – Вип. 58. – С. 247 – 253.

Поступила 20. 10. 2014