

## Стійкість циліндричної оболонки-опори з недосконаlostями форми при комбінованому навантаженні

Є. О. Гоцуляк, О. О. Лук'янченко, О. В. Костіна, І. Г. Гаран

Науково-дослідний інститут будівельної механіки КНУБА, Київ, Україна

*Розроблено чисельну методику дослідження стійкості циліндричної оболонки-опори з урахуванням недосконаlostі у вигляді форми її деформування під час дії експлуатаційного навантаження. Розв'язано задачу нелінійної стійкості недосконалої циліндричної оболонки-опори при комбінованому навантаженні. Оцінено вплив амплітуди недосконаlostі форми на критичне сполучення навантажень і область стійкості оболонки-опори.*

**Ключові слова:** нелінійна стійкість, циліндрична оболонка, недосконаlostь форми, комбіноване навантаження, метод скінченних елементів.

**Вступ.** Циліндричні оболонки-опори використовують у промисловому будівництві, харчовій, хімічній та інших галузях. Однією з основних вимог, що пред'являються до конструкцій такого роду, є забезпечення мінімальної ваги при достатній міцності і стійкості. Це може бути виконано, якщо при дослідженні їх несучої здатності та стійкості буде враховано проявлення геометричної нелінійності, характерне для споруд, які працюють в умовах, близьких до граничних, і на поверхні яких є отвори, пояси, ребра або кільця жорсткості. Проблема оцінки впливу недосконаlostей форми на стійкість оболонкових конструкцій є актуальною [1–9]. Використання аналітичних методів зумовлює подання форми недосконаlostі оболонки-опори у вигляді тригонометричних функцій, що значно звужує коло досліджень. За наявності сучасних обчислювальних комплексів є можливість задавати недосконаlostі у довільній формі [10–13], що покращує розуміння фізики поведінки недосконалих оболонок. Незважаючи на широке використання оболонок-опор в інженерній практиці, вплив недосконаlostей на стійкість, особливо під час комбінованого навантаження, ще недостатньо досліджено.

Роботу присвячено розв'язанню проблеми стійкості недосконалої оболонки-опори під дією вітрового навантаження з урахуванням змінного тиску від ваги цистерни з рідиною, що встановлена зверху. Запропоновано чисельний підхід, який базується на методі скінченних елементів та нелінійному аналізі стійкості оболонки з недосконаlostями у вигляді форми її деформування. Визначено граничні значення напружено-деформованого стану оболонки-опори та встановлено критичні значення комбінованого навантаження, за якого реалізуються умови забезпечення її загальної стійкості. Оцінено вплив недосконаlostі форми оболонки-опори на критичні значення комбінованого навантаження та область її стійкості.

**Побудова скінченноелементної моделі оболонки-опори з урахуванням недосконаlostі форми.** Оболонка являє собою циліндр із двома отворами, які підсилені ребрами жорсткості. Стінки циліндра зверху підсилені вертикальними ребрами жорсткості та нижнім і верхнім поясами. Оболонка

має такі геометричні характеристики: діаметр  $D = 5,61$  м; висота  $H = 5,3$  м; товщина стінки  $t = 10$  мм. Пояси мають вигляд пластини шириною 200 мм і товщиною 20 мм.

Розрахункову модель оболонки побудовано за допомогою програмного комплексу скінченноелементного аналізу NASTRAN [14]. Стінки, пояси та ребра жорсткості моделюються двовимірними чотирьохвузловими чотирикутними скінченними елементами, які враховують всі внутрішні силові фактори: мембранні; зсувні; поперечні та згинальні. Кількість двовимірних елементів моделі складає 2991, вузлів – 3043. Вузли вздовж контуру нижнього поясу моделі жорстко закріплені. Комбіноване навантаження – це спільна взаємодія ваги цистерни з рідиною та вітру, що діє на неї. Параметри вітрового навантаження приймаються згідно з діючим нормативним документом [15]. Навантаження прикладається до вузлів верхнього поясу оболонки-опори у вигляді зосереджених сил, значення яких визначаються за формулою

$$[\alpha G_e; (1 - \alpha)V_e],$$

де  $G_e, V_e$  – відповідно максимальна експлуатаційна вага цистерни з рідиною та вітрове навантаження на один вузол верхнього поясу моделі,  $G_e = 67,36$  кН,  $V_e = [0,1...39,77]$  кН;  $\alpha$  – коефіцієнт сполучення навантажень,  $\alpha = [0; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$ .

Оскільки вітер діє на цистерну, вага якої складає  $0,113G_e$ , комбінацію  $[0G_e; 1V_e]$  замінено на комбінацію навантажень  $[0,113G_e; 1V_e]$ .

Чисельну методику моделювання недосконалостей тонкостінних оболонок при складових комбінованого навантаження, які є ортогональними, розроблено раніше [8–10]. У даній роботі вага цистерни з рідиною та вітер, що діє на неї, спільно посилюють осьовий тиск на оболонку-опору і не є ортогональними. Тому недосконалість оболонки можна прийняти або у вигляді форми її деформування під час дії комбінованого експлуатаційного навантаження, або у вигляді форми втрати стійкості. За допомогою розробленої програми побудовано три скінченноелементні моделі оболонки-опори з недосконалістю у вигляді форми деформування, що отримана при розв'язанні лінійної задачі статки (модель 1), першої форми втрати стійкості (модель 2) та форми деформування, що отримана при розв'язанні нелінійної задачі статки (модель 3). Для визначення більш небезпечної моделі оболонки досліджується вплив недосконалості, максимальна амплітуда якої прийнята рівною подвоєній товщині стінки оболонки  $2t = 20$  мм, на критичне значення комбінованого навантаження. За допомогою модифікованого методу Ньютона–Рафсона розв'язується нелінійна задача статки і визначаються граничні значення напружено-деформованого стану оболонки-опори. На кожному кроці ітераційного процесу комбіноване навантаження має вигляд

$$\beta \mu_{\text{кр}}^0 [\alpha G_e; (1 - \alpha)V_e],$$

де  $\beta$  – безрозмірний коефіцієнт, який набуває значення від 0 до 1;  $\mu_{\text{кр}}^0$  – параметр критичного сполучення навантажень ( $\mu_{\text{кр}}^0 = 24,484$ ), який отримано

при розв’язанні задачі стійкості досконалої оболонки-опори для коефіцієнта  $\alpha = 0,5$  (рис. 1,а).

У результаті розрахунків отримано, що форма деформування та напружений стан всіх моделей недосконалої оболонки приблизно однаковий, але значення параметра критичного сполучення навантажень  $\mu_{кр} = \beta \mu_{кр}^0$  при виконанні умови допустимого напруження в оболонці  $\sigma = 210$  МПа для моделі 3 є меншим (таблиця 1).

Т а б л и ц я 1

Значення параметра критичного сполучення навантажень для різних скінченноелементних моделей недосконалої оболонки-опори

Скінченноелементні моделі недосконалої оболонки-опори	$\mu_{кр}$	
	при втраті стійкості	при $\sigma = 210$ МПа
1	15,915	6,121
2	14,691	6,023
3	15,915	5,827

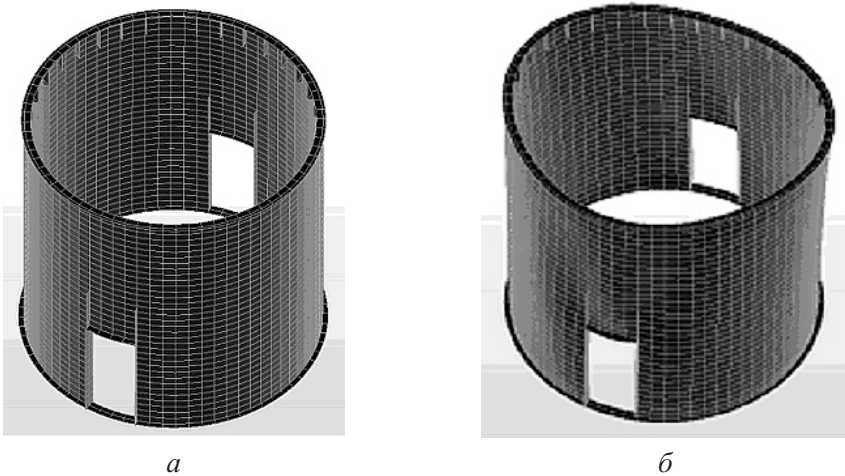


Рис. 1. Скінченноелементна модель досконалої – а і недосконалої (модель 3) – б оболонки-опори.

При подальших дослідженнях за розрахункову модель оболонки приймається модель 3 з недосконалістю у вигляді форми деформування оболонки, що отримана при розв’язанні нелінійної задачі статички (рис. 1,б).

**Дослідження стійкості оболонки-опори під час комбінованого навантаження.** Для підтвердження необхідності врахування проявлення нелінійної поведінки оболонки-опори (рис. 1,а) розв’язано задачу стійкості (задача на власні значення) і нелінійну задачу статички за допомогою модифікованого методу Ньютон–Рафсона. Виконано порівняння значень параметра критичного сполучення навантажень  $\mu_{кр}^0$ , що отримані при розв’язанні цих задач, при  $\alpha = [0,113; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$ .

У табл. 2 представлено результати дослідження стійкості досконалої оболонки при одночасній взаємодії вітру та ваги ємності з різними коефіцієнтами  $\alpha$ . Значення параметра критичного сполучення навантажень, що отримані при розв'язанні нелінійної задачі статики, наведено для моменту втрати стійкості оболонки при напруженні в елементах  $\sigma = 210$  МПа, тобто при виконанні умови допустимого напруження в оболонці.

Т а б л и ц я 2

**Стійкість досконалої оболонки-опори**

$\alpha$	$\mu_{кр}^0$		
	Задача стійкості	Нелінійна задача статики	
		при $\sigma = 210$ МПа	при втраті стійкості
0,113	31,244	8,436	29,401
0,300	29,686	12,171	23,749
0,500	24,485	10,137	23,260
0,700	20,749	6,556	15,561
1,000	15,110	4,201	9,821

При розв'язанні задачі стійкості отримані параметри критичного сполучення навантажень більші за відповідні значення при нелінійному розрахунку. Це свідчить про те, що при дослідженні несучої здатності і стійкості оболонкових конструкцій з поверхнею, що містить отвори, ребра, пояси і т.п., треба враховувати проявлення їх геометричної нелінійності з обов'язковою перевіркою виконання умови допустимого напруження і деформації.

Досліджується стійкість оболонки-опори (рис. 1,б) з різною амплітудою недосконалої  $\Delta = [0,5; 1; 1,5; 2]t$ , де товщина стінки оболонки  $t = 10$  мм. За допомогою модифікованого методу Ньютона-Рафсона розв'язується нелінійна задача статики і визначаються критичні сполучення навантажень під час комбінованого навантаження для всіх значень коефіцієнта сполучення  $\alpha = [0,113; 0,3; 0,5; 0,7; 1]$ . Критичне сполучення навантажень визначається за формулою

$$[G_{кр}^H; V_{кр}^H] = \mu_{кр} [\alpha G_e; (1 - \alpha)V_e], \tag{1}$$

де  $\mu_{кр}$  – параметр критичного сполучення навантажень.

Параметр  $\mu_{кр}$  і значення критичного сполучення навантажень  $\left[ \frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right]$

для оболонки-опори з різною максимальною амплітудою недосконалої  $\Delta$  наведено в табл. 3. Залежність параметра критичного сполучення навантажень  $\mu_{кр}$  від коефіцієнта  $\alpha$  для оболонки-опори з різною амплітудою недосконалої представлено на рис. 2.

Видно, що зі збільшенням максимальної амплітуди недосконалої оболонки-опори параметр критичного сполучення навантажень зменшується для всіх значень коефіцієнта  $\alpha$ , при  $\Delta = 2t$  він є мінімальним. Значення пара-

Т а б л и ц я 3

**Стійкість недосконалої оболонки-опори**

$\Delta$	$\alpha$	$\mu_{кр}$ при		Критичне сполучення навантажень $\left[ \frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right]$ при	
		$\sigma = 210$ МПа	втраті стійкості	$\sigma = 210$ МПа	втраті стійкості
0,5t	0,113	8,029	28,120	[0,907; 8,029]	[3,178; 28,120]
	0,300	10,687	25,233	[3,204; 7,476]	[7,570; 17,663]
	0,500	9,255	19,587	[4,628; 4,628]	[9,794; 9,794]
	0,700	6,432	15,526	[4,502; 1,930]	[10,893; 4,668]
	1,000	3,944	9,821	[3,944; 0]	[9,821; 0]
t	0,113	7,842	26,557	[0,886; 7,842]	[3,001; 26,557]
	0,300	9,292	23,749	[2,788; 6,504]	[7,125; 16,624]
	0,500	7,370	18,363	[3,685; 3,685]	[9,182; 9,182]
	0,700	6,038	13,487	[4,227; 1,811]	[9,441; 4,046]
	1,000	4,065	9,066	[4,065; 0]	[9,006; 0]
1,5t	0,113	7,655	23,433	[0,865; 7,655]	[2,648; 23,433]
	0,300	8,134	20,780	[2,440; 5,694]	[6,234; 14,546]
	0,500	6,293	15,915	[3,146; 3,146]	[7,957; 7,957]
	0,700	5,146	12,449	[3,602; 1,544]	[8,714; 3,735]
	1,000	3,989	8,311	[3,989; 0]	[8,311; 0]
2t	0,113	7,561	21,871	[0,854; 7,651]	[2,471; 21,871]
	0,300	7,511	19,296	[2,253; 5,257]	[5,789; 13,507]
	0,500	5,827	15,915	[1,942; 1,942]	[7,957; 7,957]
	0,700	4,752	12,449	[3,326; 1,426]	[8,714; 3,735]
	1,000	3,702	7,555	[3,702; 0]	[7,555; 0]

метра  $\mu_{кр}$  при втраті стійкості оболонки у 2,2...3,5 раза більші за значення, що отримані при допустимому напруженні  $\sigma = 210$  МПа. Це свідчить про необхідність перевірки напруження в елементах оболонки.

Форми деформування оболонки-опори з амплітудою недосконалості  $\Delta = = 2t$  при допустимому напруженні  $\sigma = 210$  МПа для коефіцієнтів  $\alpha = [0,113; 0,5; 1]$  наведено на рис. 3.

На основі значень критичних сполучень навантажень (табл. 3) побудовано області стійкості оболонки-опори з різною амплітудою недосконалості (рис. 4), що обмежені осями координат та кривими залежності  $V_{кр}^H/V_e$  від  $G_{кр}^H/G_e$ .

Видно, що зі збільшенням амплітуди недосконалості оболонки-опори область стійкості зменшується. При допустимому напруженні в елементах оболонки ( $\sigma = 210$  МПа) область стійкості значно менша за область, яка відповідає втраті стійкості.

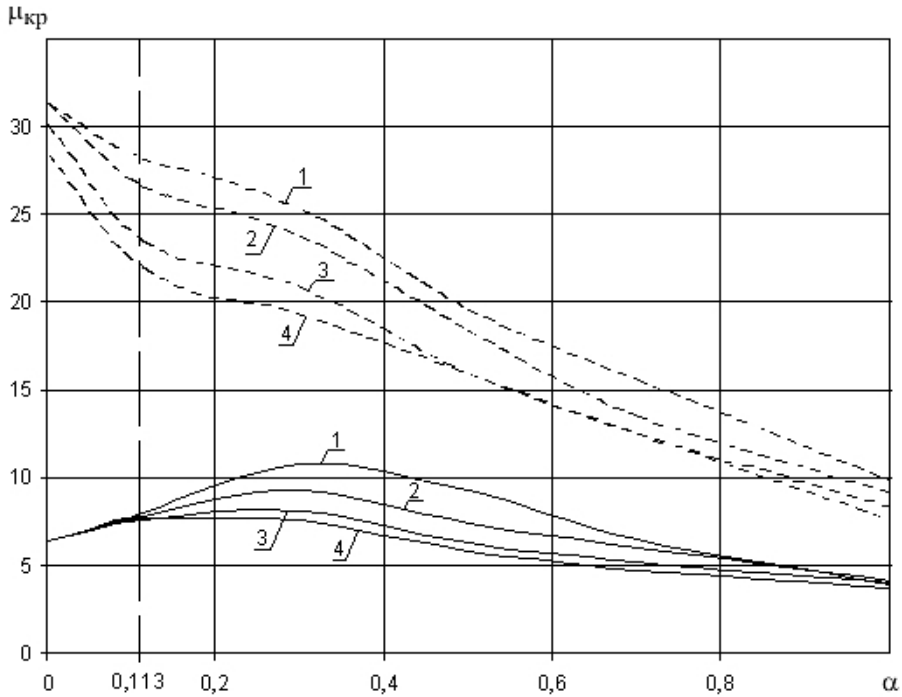


Рис. 2. Залежність параметра критичного сполучення навантажень  $\mu_{кр}$  від коефіцієнта  $\alpha$ . (Тут і на рис. 4: 1 –  $\Delta = 0,5t$ ; 2 –  $\Delta = t$ ; 3 –  $\Delta = 1,5t$ ; 4 –  $\Delta = 2t$ . Суцільні лінії –  $\sigma = 210$  МПа, штрихові – втрата стійкості.)

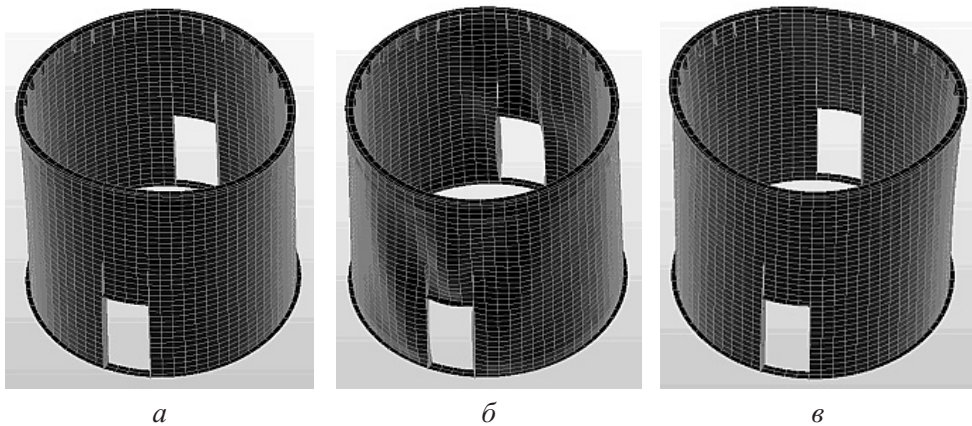


Рис. 3. Форма деформування оболонки-опори з амплітудою недосконалості  $\Delta = 2t$ : а –  $\alpha = 0,113$ ; б –  $\alpha = 0,5$ ; в –  $\alpha = 1$ .

**Висновок.** Нелінійний аналіз поведінки циліндричної оболонки-опори з урахуванням недосконалостей форми показав, що її загальна стійкість при різних комбінаціях вітру та ваги цистерни з рідиною забезпечена, оскільки область експлуатаційного навантаження  $\left[ \frac{G_{кр}^H}{G_e}; \frac{V_{кр}^H}{V_e} \right] = [1; 1]$  знаходиться в межах областей стійкості оболонки.

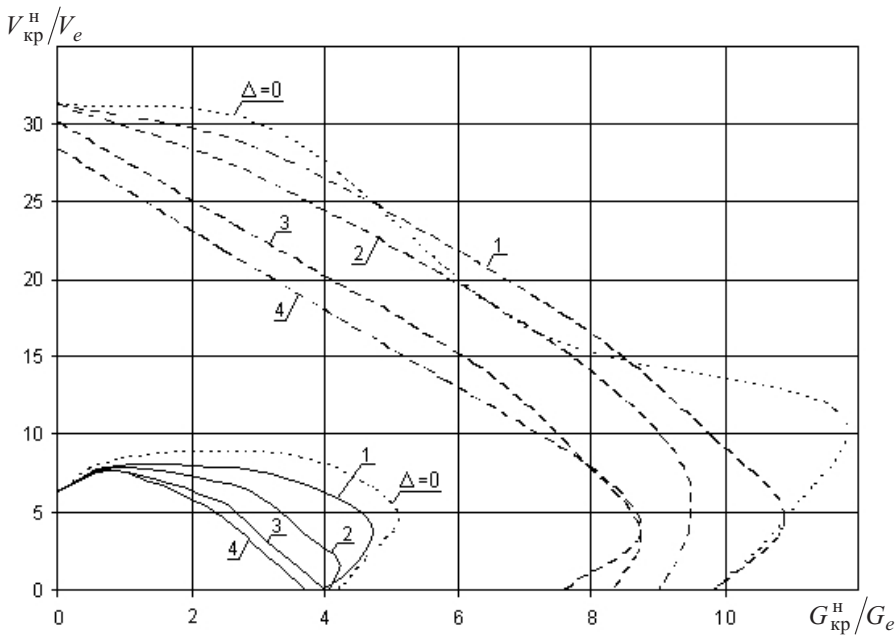


Рис. 4. Области стійкості недосконалої оболонки-опори з різною амплітудою.

## Резюме

Разработана численная методика исследования устойчивости цилиндрической оболочки-опоры с учетом несовершенств в виде формы ее деформирования при действии эксплуатационной нагрузки. Решена задача нелинейной устойчивости несовершенной цилиндрической оболочки-опоры при комбинированном нагружении. Оценено влияние амплитуды несовершенства формы на критическое сочетание нагрузок и область устойчивости оболочки-опоры.

1. Койтер В. Т. Устойчивость и закритическое поведение упругих систем // Механика. – 1960. – № 5. – С. 99 – 110.
2. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
3. Тимошенко С. П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Наука, 1971. – 807 с.
4. Баженов В. А., Гуляев В. И., Гоцуляк Е. А. Устойчивость нелинейных механических систем. – Львов, Вища шк., 1982. – 255 с.
5. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
6. Григоренко Я. М., Гуляев В. И. Нелинейные задачи теории оболочек и методы их решения (обзор) // Прикл. механика. – 1991. – 27, № 10. – С. 3 – 23.
7. Гавриленко Г. Д. Численный и аналитический подходы к исследованию несущей способности несовершенных оболочек // Там же. – 2003. – 39, № 9. – С. 44 – 63.

8. Баженов В. А., Кривенко О. П., Соловей М. О. Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – Київ: ЗАТ “Віпол”, 2010. – 316 с.
9. Гоцуляк Е. А., Заблоцкий С. В. К исследованию устойчивости оболочек с несовершенствами // Прикл. механика. – 1990. – 26, № 4. – С. 49 – 55.
10. Гоцуляк Є. О., Лук'янченко О. О., Костіна О. В., Шах В. В. Стійкість стінок циліндричних оболонок при комбінованому навантаженні з урахуванням недосконалостей форми // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2006. – Вип. 79. – С. 63 – 72.
11. Гоцуляк Е. А., Лук'янченко О. А., Шах В. В. Об устойчивости цилиндрических оболочек переменной толщины с начальными несовершенствами // Прикл. механика. – 2009. – 45, № 4. – С. 103 – 108.
12. Лук'янченко О. О., Костіна О. В., Гаран І. Г. Моделювання початкових недосконалостей циліндричної оболонки змінної товщини при дослідженні її стійкості при дії комбінованого навантаження // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2009. – Вип. 84. – С. 97 – 103.
13. Гоцуляк Є. О., Лук'янченко О. О., Костіна О. В., Шах В. В. Побудова поверхні критичних сполучень осьового та бічного стиснення циліндричних оболонок змінної товщини з нерегулярними недосконалостями // Там же. – 2010. – Вип. 85. – С. 23 – 32.
14. Шимкович Д. Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. – М.: ДМК “Пресс”, 2001. – 448 с.
15. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Норми проектування. – Київ, 2006.

Поступила 09. 03. 2011