



УДК 66.021.2:663.913.7

© 2007

Член-корреспондент НАН України **Б. И. Басок, Б. В. Давыденко, А. Н. Ободович, И. А. Пироженко**

### **Численное моделирование процесса перемешивания взаиморастворимых жидкостей в роторно-пульсационном аппарате**

*Rotor-pulse apparatus are successfully used for the creation of homogeneous mixtures from high-viscosity components. The fields of concentration of components are defined as a result of the numerical simulation of the liquid flow and the process of mass transfer in the working space of an apparatus. The time dependence of the average concentrations in the input and output sections of the working space is investigated. The estimation of the efficiency of a rotor-pulse apparatus as a mixing device is made on the basis of the proposed criterion.*

Роторно-пульсационные аппараты (РПА) как устройства для создания однородных смесей различных жидкостей широко применяются в пищевой, фармацевтической и других отраслях промышленности [1]. Примером успешного использования РПА как смесителя может быть технология гидролиза сахарозы для получения глюкозы и фруктозы. Как показали результаты исследований, представленные в [2], включение в технологическую схему гидролиза сахарозы аппарата роторного типа приводит к значительному ускорению данного процесса. Одна из причин указанного явления связана с созданием условий для интенсивного перемешивания в роторном аппарате компонентов, принимающих участие в рассматриваемом физико-химическом процессе.

Компонентами в данном случае являются сахарный сироп и концентрированный водный раствор кислоты. По отношению к массе сахарного сиропа количество кислоты составляет от одного до нескольких процентов.

В связи с тем, что компонентами, как правило, являются высоковязкие среды, создание однородной смеси с целью обеспечения условий для интенсивного протекания реакции гидролиза оказывается задачей достаточно сложной. При использовании для этой цели традиционных перемешивающих устройств, время, затрачиваемое на процесс гидролиза, составляет около двух часов. Обычно в качестве такого устройства применяется аппарат с пропеллерной мешалкой [3].

В отличие от упомянутых устройств РПА обеспечивают достаточно быстрое и качественное перемешивание компонентов. Этому способствуют высокочастотные пульсации

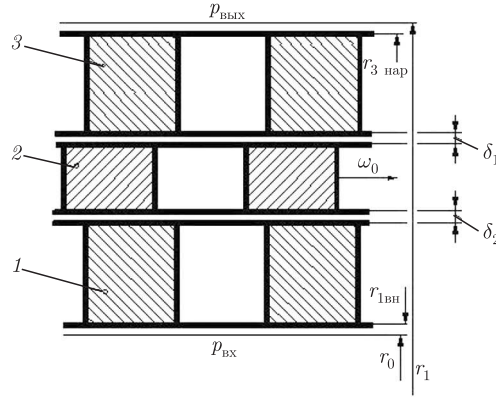


Рис. 1. Расчетная область роторно-пульсационного аппарата

скорости, ускорения и давления в потоке жидкости, протекающей через рабочие органы аппарата. Рабочими органами РПА являются коаксиальные цилиндрические тела, разделенные зазорами и имеющие радиальные прорезы. Часть цилиндрических тел находится в покое, а другая часть вращается с высокой угловой скоростью. Неподвижные и вращающиеся цилиндрические тела (статоры и роторы) располагаются последовательно. Движение жидкости через рабочие органы обеспечивается как за счет перепада давления между входным и выходным сечениями рабочего пространства аппарата, так и за счет центробежной силы, вызванной вращением роторов (рис. 1).

Для выяснения вопроса о количественных характеристиках работы РПА как перемешивающего устройства рассмотрим модельную задачу массопереноса одного из компонентов смеси в потоке другого компонента при их совместном движении через рабочее пространство данного аппарата. Рассматривается случай аппарата, рабочая зона которого включает два статора и один ротор, расположенный между статорами. Течение вязких жидкостей предполагается двумерным, ламинарным и рассматривается в горизонтальном сечении аппарата, перпендикулярном общей оси цилиндрических рабочих элементов.

Задача о течении вязких жидкостей, сопровождаемом массообменом, описывается системой дифференциальных уравнений, имеющей в полярных координатах вид:

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial \theta} = 0; \quad (1)$$

уравнения сохранения импульса

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v^2)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho r v \omega)}{\partial \theta} - \rho \omega^2 r = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{2\mu}{r} \left( \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \frac{v}{r} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \mu \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(\rho r^2 \omega v)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho \omega^2)}{\partial \theta} + \frac{\rho v \omega}{r} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \mu \left( \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \frac{v}{r} \right) \right] + \\ + \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \mu \left( r^2 \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

уравнение массопереноса

$$\frac{\partial(\rho C_1)}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv\rho C_1)}{\partial r} + \frac{\partial(\omega\rho C_1)}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\rho D \frac{\partial C_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \rho D \frac{\partial C_1}{\partial \theta} \right), \quad (4)$$

где  $\tau$  — время;  $r$  — радиус;  $\theta$  — полярный угол;  $v$  — радиальная скорость;  $\omega$  — угловая скорость;  $p$  — давление;  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости;  $\rho$  — плотность смеси;  $C_1$  — локальная концентрация одного из компонентов раствора в смеси;  $D$  — коэффициент взаимной диффузии компонентов. Величина  $C_1$  задается, как отношение массы одного из компонентов  $m_1$  к массе смеси  $m_1 + m_2$ , сосредоточенной в элементарном объеме. Очевидно, что концентрация второго компонента  $C_2 = 1 - C_1$ , а плотность смеси может быть получена из выражения

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 C_1 + \rho_1 (1 - C_1)},$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — плотности отдельно взятых компонентов раствора. Таким образом,  $\rho = \rho(C_1)$ . От локальных значений концентрации  $C_1$  зависят также коэффициенты  $\mu = \mu(C_1)$  и  $D = D(C_1)$ . Их зависимости от температуры в данной задаче не учитываются.

Расчетная область включает в себя участки рабочего пространства, занятые статорами 1, 3, ротором 2, зазорами между ними  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ , а также небольшие участки пространства, прилегающие к внутренней поверхности внутреннего статора и к внешней поверхности внешнего статора (см. рис. 1). Поскольку рабочие элементы представляют собой тонкие цилиндрические тела с периодически повторяющимися прорезями, есть смысл рассматривать только один периодически повторяющийся сегмент с углом раскрытия  $\Delta\theta$ , включающий одну прорезь и две половины прилегающих к ней стенок, отделяющих данную прорезь от соседних.

Граничными условиями для динамической задачи (1)–(3) будут: перепад давления  $\Delta p = p_{\text{вх}} - p_{\text{вых}}$  между входным и выходным сечениями расчетной области, которые характеризуются минимальной ( $r_0$ ) и максимальной ( $r_1$ ) радиальными координатами (в этих сечениях тангенциальная составляющая скорости принимается равной нулю); угловая скорость  $\omega_0$  вращения ротора; условия периодичности по углу  $\Delta\theta$  для всех неизвестных величин, входящих в исходную систему уравнений.

Расчетная схема и результаты численного решения системы уравнений (1)–(3) представлены в [4]. Для решения уравнения массопереноса (4) сформулируем граничные условия для концентрации первого компонента  $C_1$ . Будем при этом предполагать, что в получаемой смеси массовая доля второго компонента значительно преобладает над массовой долей первого. Исходя из этого, примем в качестве условия на входе в рабочую зону следующие выражения:

$$\begin{aligned} \text{для } r = r_0 \quad & \text{при } 0 < \theta < \theta^*: C_1 = 0 \quad (C_2 = 1); \\ & \text{при } \theta^* < \theta < \theta^* + \delta\theta^*: C_1 = 1 \quad (C_2 = 0); \\ & \text{при } \theta^* + \delta\theta^* < \theta < \Delta\theta: C_1 = 0 \quad (C_2 = 1), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\theta^*$  — в определенной степени произвольное значение угловой координаты ( $0 < \theta^* < \Delta\theta$ ), относящееся к расчетной области, а  $\delta\theta^* \ll \Delta\theta$  — участок входного сечения в рабочую зону, на котором, как предполагается, в основной поток преобладающего второго компонента вводится первый компонент раствора.

Как видно из условия (5), постановка данной задачи предполагает, что концентрация первого компонента скачкообразно изменяется от 0 до 1 на достаточно малом участке входного сечения рабочей зоны. Строго говоря, условие (5) лишь приближенно моделирует реальную картину процесса, протекающего в РПА. В действительности, загрузка различных компонентов в аппарат производится через специальную загрузочную емкость или через штуцеры, расположенные на его корпусе. Естественно, что двухкомпонентный поток на подходе к рабочей зоне аппарата оказывается до некоторой степени уже перемешанным. Условие же в форме (5) будет в этом смысле более “жестким”, чем реальное. Его использование позволит лучше оценить вклад собственно активных элементов аппарата в процесс перемешивания, поскольку оно является наименее “благоприятным” для начала процесса перемешивания в рабочей зоне.

На выходе из рабочей зоны условия формулируются в виде

$$\text{для } r = r_1 \text{ при } 0 < \theta < \Delta\theta: \quad \frac{\partial C_1}{\partial r} = 0. \quad (6)$$

В качестве примера рассматривается аппарат со следующими геометрическими размерами [5]: внутренний статор:  $r_{1\text{вн}} = 55,0$  мм;  $r_{1\text{нар}} = 58,9$  мм; ротор:  $r_{2\text{вн}} = 59,1$  мм;  $r_{2\text{нар}} = 62,9$  мм; внешний статор:  $r_{3\text{вн}} = 63,1$  мм;  $r_{3\text{нар}} = 67,0$  мм. При этом  $r_0 = 54,0$  мм, а  $r_1 = 68,0$  мм. Каждый цилиндрический элемент имеет 60 прорезей. Угловой размер прорези соответствует угловому размеру стенки, разделяющей соседние прорези. Скорость вращения ротора — 48 оборотов в секунду. Перепад давления  $\Delta p = 50$  кПа.

Решение модельной задачи о перемешивании двух высоковязких жидкостей выполняется при условии, что их плотности одинаковые:  $\rho_1 = \rho_2 = 1135$  кг/м<sup>3</sup>, а коэффициенты переноса — постоянные:  $\mu = 5$  Па · с;  $D = 0,63 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Численное решение задачи (1)–(4) с указанными граничными условиями выполнено на разностной сетке с количеством шагов  $n = 48$  по угловой координате, и  $m = 155$  — по радиальной. Радиальные шаги разностной сетки сгущались около поверхностей рабочих элементов, а шаги по угловой координате были постоянными:  $d\theta = \Delta\theta/n$ . Шаг по времени  $d\tau$  выбирался так, чтобы за интервал  $d\tau$  ротор поворачивался на угол  $d\theta$ , т. е.  $d\tau = d\theta/\omega_0$ .

Аппараты роторного типа относятся к устройствам периодического действия. Геометрическая периодичность конструкций рабочих элементов аппарата, о которой говорилось выше, предопределяет периодичность изменения во времени динамических характеристик течения жидкости через рабочую зону. Другими словами, при установившемся режиме работы аппарата картина течения жидкости повторяется после очередного поворота ротора на периодический угол  $\Delta\theta$ . Указанным периодом времени будет интервал  $\Delta\tau = \Delta\theta/\omega_0$ . Учитывая вышесказанное, будем в дальнейшем рассматривать результаты расчета характеристик работы аппарата на указанном интервале времени  $0 < \tau < \Delta\tau$ .

Результаты расчетов полей скорости и концентрации, выполненных для случая  $\theta^* = \Delta\theta/2$ ;  $\delta\theta^* = d\theta$ , представлены на рис. 2. Рассмотрены два характерных момента времени: момент совпадения каналов ротора и статоров ( $\tau = 0$ ;  $\Delta\tau$ ) и момент их полного взаимного перекрытия ( $\tau = \Delta\tau/2$ ). Векторы скорости на рис. 2 представлены так, что на участке прорези ротора они рассматриваются в подвижной системе координат, связанной с вращающимся ротором, а на остальной части пространства, включающей прорези двух статоров и зазоры между рабочими элементами, — в неподвижной системе. Как видно из рис. 2, интенсивное перемешивание компонентов раствора начинается во второй половине участка прорези внутреннего статора, в которой располагается циркуляционная зона по-

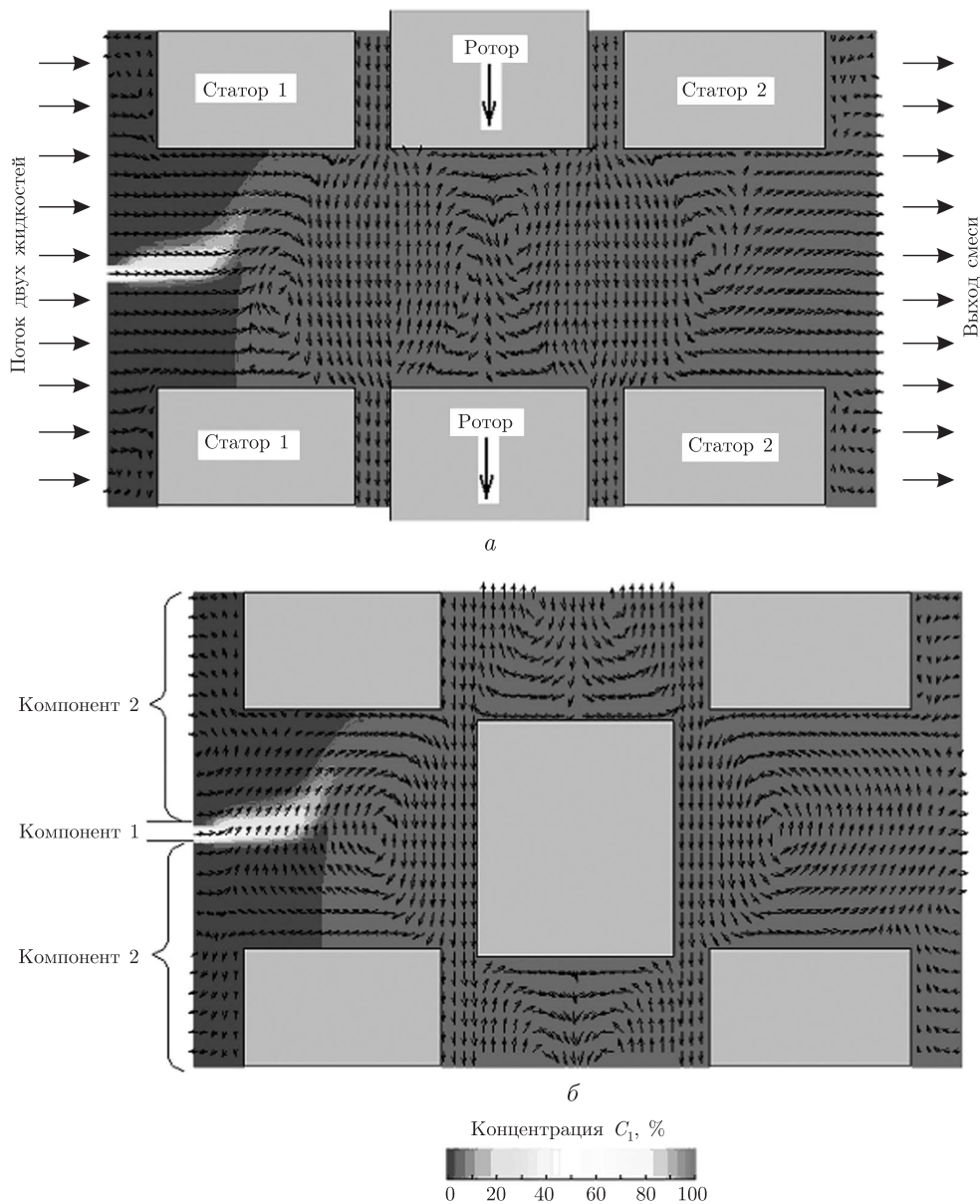


Рис. 2. Поля скорости и концентрации в рабочем пространстве РПА при двух положениях ротора: *a* — полное открытие прорезей ( $\tau = 0$ ); *b* — полное взаимное перекрытие ( $\tau = \Delta\tau/2$ )

тока, способствующая процессу перемешивания. Далее по тракту рабочего пространства аппарата концентрация  $C_1$  изменяется слабо и находится в пределах  $C_1 = 0,0541 \dots 0,0545$ .

Изменение радиальной составляющей скорости  $v$  во входном сечении расчетной зоны ( $r = r_0$ ) на интервале  $0 < \theta < \Delta\theta$  для указанных выше характерных моментов времени представлены на рис. 3, откуда видно, что форма профиля скорости претерпевает за указанный период времени существенные изменения. Это связано с изменением площади проходного сечения для потока жидкости вследствие периодического взаимного перекрытия прорезей в роторе и в статорах. Кроме того, профили радиальной скорости  $v(\tau, r_0, \theta)$  неравномерны по углу  $\theta$ . При  $\theta = \Delta\theta/2$  указанная функция имеет максимум, а в окрестностях

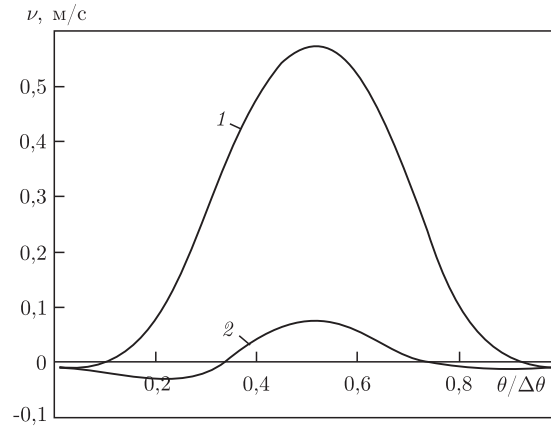


Рис. 3. Изменение радиальной скорости  $v$  вдоль входного сечения ( $r = r_0$ ) рабочего пространства РПА при двух положениях ротора:

1 — полное открытие прорезей; 2 — полное взаимное перекрытие

точек  $\theta = 0$  и  $\theta = \Delta\theta$  она отрицательна. В данном случае область входного сечения, на котором радиальная скорость  $v$  максимальна, совпадает с участком подачи в раствор первого (меньшего по количеству) компонента. Этим объясняется тот факт, что концентрация данного компонента в растворе  $C_1(\tau, r_1, \theta)$  на выходе из рабочей зоны аппарата ( $r = r_1$ ) оказывается больше величины  $\delta\theta^*/\Delta\theta = 1/n = 0,0208$ , характеризующей ту часть площади входного сечения рабочей зоны, на которой производится ввод этого компонента в раствор.

Для оценки качественных показателей работы роторного аппарата как перемешивающего устройства определим вначале величину среднемассовой концентрации компонента в смеси по формуле

$$\bar{C}_1(\tau, r) = \frac{\int_0^{\Delta\theta} v(\tau, r, \theta) C_1(\tau, r, \theta) r \rho d\theta}{\int_0^{\Delta\theta} v(\tau, r, \theta) r \rho d\theta}, \quad (7)$$

выражающей отношение массового расхода первого компонента к массовому расходу всей смеси. Поскольку по условию рассматриваемой задачи плотность смеси  $\rho$  — величина постоянная, значение массового расхода смеси  $\Delta G = \int_0^{\Delta\theta} v(\tau, r, \theta) r \rho d\theta$ , стоящее в знаменателе выражения (7), оказывается не зависящим от радиуса  $r$ , что следует из закона сохранения массы (1). Вместе с тем, как видно из рис. 3, в течение периода  $\Delta\tau$  значение расхода  $\Delta G$  изменяется во времени. Числитель же выражения (7) изменяется как вдоль радиуса, так и во времени. Связано это с тем, что масса первого компонента вводится в рабочую зону изменяющимися во времени порциями. Поскольку для продвижения указанной массы по всему тракту рабочей зоны требуется определенное время, расходы первого компонента во входном и выходном сечениях рабочей зоны оказываются в отличие от суммарного массового расхода  $\Delta G$  во времени не совпадающими. Поэтому величина  $\bar{C}_1(\tau, r)$  зависит как от времени, так и от радиальной координаты. Характер ее изменения за период  $\Delta\tau$  во входном и выходном сечениях рабочей зоны представлены на рис. 4, откуда видно, что средняя

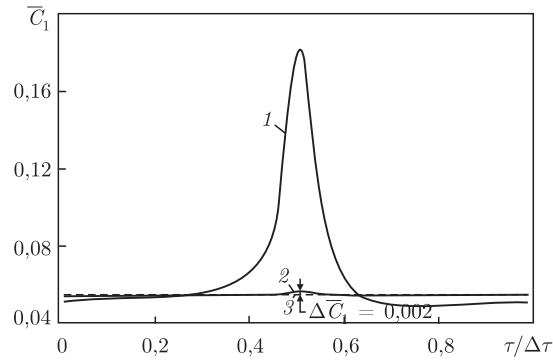


Рис. 4. Изменение во времени средней концентрации  $\bar{C}_1$  в рабочем пространстве РПА:  
 1 — во входном сечении; 2 — в выходном сечении; 3 —  $\bar{\bar{C}}_1$

по сечению концентрация  $\bar{C}_1(\tau, r)$  существенно изменяется во времени во входном сечении (кривая 1) и слабо изменяется во времени в выходном сечении (кривая 2).

Оценивая работу РПА как перемешивающего устройства, целесообразно исключить влияние времени  $\tau$  на его динамические и массообменные характеристики. Для этого уместно кроме величины  $\bar{C}_1(\tau, r)$  рассмотреть также значение концентрации, осредненной как по сечению, так и за период времени  $\Delta\tau$

$$\bar{\bar{C}}_1 = \frac{\int_0^{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\theta} v(\tau, r, \theta) C_1(\tau, r, \theta) r \rho d\theta d\tau}{\int_0^{\Delta\tau} \int_0^{\Delta\theta} v(\tau, r, \theta) r \rho d\theta d\tau}.$$

Следует отметить, что величина  $\bar{\bar{C}}_1$  оказывается не зависящей от радиуса  $r$ . Связано это с тем, что при установившемся периодическом режиме работы аппарата вся масса первого компонента, вошедшая с радиальным потоком жидкости в рабочую зону, из этой зоны за период времени  $\Delta\tau$  удаляется (если бы этого не происходило, процесс не был бы периодическим). Поэтому осредненные по сечению и во времени расходы первого компонента будут одинаковыми как во входном, так и в выходном сечениях рабочей зоны. Как показали результаты вычислений, в рассматриваемом случае  $\bar{\bar{C}}_1 = 0,054$ .

Степени неоднородности  $\sigma_{C_1}(r)$  смеси двух жидкостей во входом и выходном сечениях рабочей зоны РПА можно оценить по осредненному за период  $\Delta\tau$  среднеквадратичному отклонению локальных концентраций  $C_1(\tau, r, \theta)$  в рассматриваемых сечениях от средней концентрации  $\bar{\bar{C}}_1$ . Эта величина будет зависеть как от качества работы перемешивающего устройства, так и от соотношения масс взаимнорастворяемых компонентов. Поэтому, оценивая работоспособность РПА как смесителя, целесообразно данную величину разделить на среднюю концентрацию  $\bar{\bar{C}}_1$ . В итоге получим выражение

$$\sigma_{C_1}(r) = \frac{\int_0^{\Delta\tau} \left\{ \frac{1}{\Delta\theta} \int_0^{\Delta\theta} [C_1(\tau, r, \theta) - \bar{\bar{C}}_1]^2 d\theta \right\}^{0,5} d\tau}{\bar{\bar{C}}_1 \Delta\tau}.$$

Рассчитанная по приведенной формуле степень неоднородности смеси на входе в рабочую зону ( $r = r_0$ ) составляет  $\sigma_{C_1}(r_0) \approx 2,71$ , а на выходе из нее —  $\sigma_{C_1}(r_1) \approx 0,032$ .

Как следует из результатов решения динамической задачи (1)–(3), в рабочей зоне аппарата среднemasсовая скорость движения жидкости в радиальном направлении составляет приблизительно 0,128 м/с. При этом длина рабочей зоны вдоль радиуса равна  $\Delta r = r_1 - r_0 = 0,014$  м. Следовательно, обрабатываемая в аппарате смесь находится под воздействием рабочих органов примерно 0,11 с. За это время степень неоднородности раствора в рабочей зоне уменьшается в 84,7 раза. Данный показатель работы роторного аппарата можно считать достаточно высоким. Следует также отметить, что указанное снижение степени неоднородности смеси достигается за единичный проход жидкости через рабочую зону. Если по техническим условиям требуемая степень неоднородности смеси окажется не достигнутой за один проход, смесь можно неоднократно пропустить через рабочие органы аппарата до достижения им необходимых количественных показателей.

1. *Долинский А. А., Павленко А. М., Басок Б. И.* Теплофизические процессы в эмульсиях: получение, использование, утилизация. – Киев: Наук. думка, 2005. – 264 с.
2. *Ободович А. Н., Хибина М. А., Боряк Л. А. и др.* Интенсификация производства глюкозо-фруктозных сиропов за счет механохимической деструкции // Промышл. теплотехника. – 2006. – **28**, № 3. – С. 44–49.
3. *Мальцев П. М.* Технология бродильных производств. – Москва: Пищевая промышленность, 1980. – 560 с.
4. *Басок Б. И., Давыденко Б. В., Кравченко Ю. С., Пироженко И. А.* Исследование микроструктуры потока жидкости в роторно-пульсационном аппарате // Доп. НАН України. – 2003. – № 11. – С. 71–76.
5. *Басок Б. И., Гартвиц А. П., Коба А. Р., Горячев О. А.* Оборудование для получения и обработки высоковязких дисперсных сред // Промышл. теплотехника. – 1996. – **18**, № 1. – С. 50–56.

*Институт технической теплофизики  
НАН Украины, Киев*

*Поступило в редакцию 05.03.2007*