УРАВНЕНИЯ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА В ОБЩИХ ОБЛАСТЯХ

© С. Г. Суворов

Донецк, Украина

Abstract. We consider the boundary value problem for the Sobolev type third order equation. It is prescribed the periodicity along time-operator characteristics. Regularity of the coefficients or domain are very weakened, but we demand from time-operator the existence of good invariant measure for its characteristic system. The notion of "characteristics" for a first-order operator with L_∞-coefficients is defined.

Введение. Рассматривается абстрактная операторная схема, примером которой является уравнение

$$a(y,u) - \sum_{k=1}^{r} \frac{d}{dy_k} a_k(y,u,\nabla_y u) - \sum_{i=1}^{p} \alpha_i(t) \frac{\partial}{\partial t_i} \left[\sum_{j=1}^{q} u_{x_j x_j} \right] = f, \tag{1}$$

в области $\Omega_t \times \Omega_x \times \Omega_y$, где все три области ограничены и имеют нулевую меру границы (p-, q-, r-мерную соответственно). Других условий регулярности границ нет. Функции $\alpha_i(t)$ могут удовлетворять двум разным комплексам условий, в одном из которых допускается $\alpha_i \in L_\infty$ и отсутствие регулярности α_i заменяется другими условиями. Функции a , a_k определяют непрерывный ограниченный сильно монотонный оператор «по y».

Граничные условия по y — нулевые Дирихле, по t — периодические по характеристикам с соответствующим уточнением термина, по x — первоначально устанавливаются нулевые условия Дирихле, но они автоматически меняются при переходе к расширениям операторов.

Линейные и нелинейные уравнения с разными вариантами оператора третьего порядка при достаточной регулярности коэффициентов и области исследовались многими авторами. Примеры разных методов см. в [1], § 7, гл. 2; [2], гл. 4; [3], [4]; [13], гл. 7. В ситуации же столь сильной нерегулярности, как в данной работе, по-видимому, не было никаких результатов.

Отметим главные моменты работы.

I. Определение адекватного максимального монотонного расширения $\widetilde{A}_t$ для $A_t = \sum \alpha_i(t) \frac{\partial}{\partial t_i}$ (его область определения обозначим $\mathcal{D}(\widetilde{A}_t)$).

2000 *Mathematics subject classification.* Primary 35M20, secondary 34A36.

Key words and phrases. Discontinuous ordinary differential system .. Sobolev type equation .. third-order PDE.

Работа частично поддержана ГФФИ Украины, грант 01.07/00252

II. Максимальное монотонное расширение $A_t \otimes A_x$, где $A_x = -\Delta_x$. Здесь интересен факт расширения области $\mathcal{D}(\widetilde{A}_t)\overline{\otimes}\mathcal{D}(\widetilde{A}_x)$, которая не является областью определения максимального монотонного оператора.

III. Сохранение граничных свойств при добавлении $A_y(u) = a(y,u) - \sum \dfrac{d}{dy_k} a_k(y,u,\nabla_y u)$ и теорема существования и единственности для соответствующего расширения (1).

IV. Интерпретация областей определения в терминах граничных свойств как в регулярном случае, так и в предельно возможном нерегулярном. Здесь придется определять «траектории» системы $\dfrac{dt}{d\tau} = \alpha(t)$ в наших условиях на α. Автор использует новый метод, существенно отличающийся от [5], [6].

I. Оператор A_t. *Первый комплекс условий.* Считаем, что область $\overline{\Omega}_t \subset \mathbb{R}^p$ ограничена, в ней задана непрерывная мера Лебега μ_t (по Рохлину [7]), причем $\mu_t(\partial\Omega_t) = 0$. Далее, $\alpha_i \in L_\infty(\Omega_t)$, $\sum \alpha_i^2 \geqslant \mathrm{const} > 0$ в $\overline{\Omega}_t$ и выполнено условие инвариантности меры в следующем виде:

$$(\forall u \in C_0^\infty(\Omega_t)) \qquad \int\limits_{\Omega_t} (\alpha, \nabla u)\, d\mu_t = 0. \tag{2}$$

(Ясно, что для дифференциальной операции $A_t = \sum\limits_{i=1}^{p} \alpha_i(t)\dfrac{\partial}{\partial t_i}$ верна формула интегрирования по частям $(\forall u, h \in C_0^\infty(\Omega_t))$ $\langle A_t u, h\rangle = -\langle u, A_t h\rangle$. Здесь $\langle v, w\rangle = \int_{\Omega_t} vw\, d\mu_t$. В дальнейшем аналогичное обозначение будет использоваться и в других областях — из контекста всегда будет ясен его смысл.)

Наконец, предполагается, что в $\overline{\Omega}_t$ есть L_∞-решение w уравнения $A_t u = 1$, понимаемое в обобщенном смысле: $-\langle w, A_t h\rangle = \langle 1, h\rangle$ $(\forall h \in C_0^\infty(\Omega_t))$.

Замечание 1. Функция w, это слабый аналог «координаты вдоль траектории» характеристической системы для A_t. Полноценные координаты, одна из которых идет вдоль траекторий, можно ввести, если A_t допускает включение в подходящую систему операторов $A_1 = A_t, A_2, \ldots, A_p$, причем существуют функции z_i (координаты) со свойствами $A_i z_j = \delta_{ij}$ (см. [8] для $\alpha_i \in C^1$ и односвязной Ω_t).

Второй комплекс условий не требует существования указанного w, но предполагает, что $d\mu_t = \nu dt$, $\alpha_i \in C^2$, $\nu \in C^1$ в более широкой области $\Omega_t^0 \supset \overline{\Omega}_t$, в которой сохраняется инвариантность меры (в данном случае — это известное условие Лиувилля $\mathrm{div}_t(\nu\alpha) = 0$). Плотность $\nu > 0$ в Ω_t^0.

Рассмотрим четыре примера. Во всех примерах $p = 2$ и задано кольцо $Q = \{1 < \rho \equiv \sqrt{t_1^2 + t_2^2} < 2\}$; угол в полярной системе обозначим θ.

Пример 1 — это обычное жесткое вращение Q, т.е. $A_t = -t_2\dfrac{\partial}{\partial t_1} + t_1\dfrac{\partial}{\partial t_2}$. Первый комплекс условий не подходит в связи с отсутствием глобального решения w. Второй — подходит со стандартной лебеговой мерой ($\nu \equiv 1$).

Пример 2. Обратим движение в левом полукольце, т.е. в обоих полукольцах движение идет снизу вверх: $A_t = -t_2\dfrac{\partial}{\partial t_1} + t_1\dfrac{\partial}{\partial t_2}$ при $t_1 > 0$ и равно $t_2\dfrac{\partial}{\partial t_1} - t_1\dfrac{\partial}{\partial t_2}$ при $t_1 < 0$.

Здесь не выполнено условие инвариантности ($\tilde{u}$ означает функцию u , приведенную к полярной системе):

$$\iint\limits_Q (\alpha, \nabla u)\, dt_1 dt_2 = 2\int\limits_1^2 \rho\tilde{u}(\rho, \frac{\pi}{2})\, d\rho - 2\int\limits_1^2 \rho\tilde{u}(\rho, -\frac{\pi}{2})\, d\rho.$$

Однако его можно восстановить, добавив сингулярную (непрерывную) меру на линиях разрыва поля α , т.е. на линиях $\{t_1 = 0\}$. Добавить ее надо так, чтобы сохранить вид формулы (2), для чего определим меру μ_t по формуле

$$\int\limits_Q v\, d\mu_t = \iint\limits_Q v\, dt_1 dt_2 + \int\limits_{l_+ \cup\, l_-} v\, dt_2,$$

где l_+ и l_- — верхняя и нижняя линии разрыва α . (Как обычно, мера определяется на непрерывных функциях с последующим лебеговым продолжением.)

В связи с тем, что теперь l_+ и l_- имеют ненулевую меру, на них требуется доопределить поле α . Его окончательный вид будет следующим:

$$\alpha(t_1, t_2) = \begin{cases} (-t_2, t_1), & \text{при } t_1 > 0 \\ (t_2, -t_1), & \text{при } t_1 < 0 \\ (0, t_2^2), & \text{при } t_1 = 0\ . \end{cases}$$

При таком доопределении (2) справедливо.

Здесь выполнен первый комплекс условий с функцией

$$w = \begin{cases} \arctan \frac{t_2}{t_1} & \text{при } t_1 > 0 \\ -\arctan \frac{t_2}{t_1}, & \text{при } t_1 < 0 \\ -\frac{1}{t_2}, & \text{при } t_1 = 0\ . \end{cases}$$

Пример 3. Используем то же исходное поле, что и в примере 2 и разрежем кольцо по линиям $l_\pm$. Полученную область обозначим Ω_t . Так как носители функций из $C_0^\infty(\Omega_t)$ теперь не пересекаются с $l_\pm$, то (2) выполнено со стандартной лебеговой мерой. Здесь справедлив первый комплекс условий с функцией w_0 , состоящей из первых двух строчек w из предыдущего примера. Второй комплекс не выполнен, так как, хотя $\alpha_i \in C^2(\Omega_t)$, их нельзя продолжить в том же классе на $\Omega_t^0 \supset \overline{\Omega}_t$.

Пример 4. Раздвинем полукольца из предыдущего примера, жестко сдвинув и поле α . Становится справедливым второй комплекс, разумеется, вместе с первым.

Определяя A_t как оператор $A_t : C_0^\infty(\Omega_t) \subset L_{2,t} \equiv L_2(\Omega_t, \mu_t) \to L_{2,t}$, обозначим через A_t^0 его замыкание, а через A_t^M — максимальный оператор [9]. Из прочих расширений нас будут интересовать лишь максимальные монотонные (см. [1], [10], [11]; из нескольких синонимов выберем термин «монотонность» для единообразия с разделом III, где такой термин наиболее уместен.)

Замечание 2. Инвариантность меры позволяет сопоставить исходному оператору A_t форму $M(u,h) = \frac{1}{2}[\langle A_t u, h\rangle - \langle u, A_t h\rangle]$ и проводить расширения одновременно для A_t и M. Именно это позволяет справиться с нерегулярностями, т.к. в расширениях M уже заключены соответствующие граничные условия.

Введем «периодическое» расширение $\widetilde{A}_t$, которое характеризуется теоремой, анонсированной в [12] для гладких α, но переносимой и на первый комплекс условий.

ТЕОРЕМА 1. *Пространство* $\mathcal{E}_t = \mathcal{D}(A_t^0) + \operatorname{Ker} A_t^M$ *является областью определения* $\mathcal{D}(\widetilde{A}_t)$ *некоторого максимального монотонного (консервативного) расширения* $\widetilde{A}_t$.

Консервативность $\widetilde{A}_t$ очевидна, но доказательство максимальности требует предварительного детального изучения спектральных свойств A_t^M. Это можно сделать непосредственно при первом комплексе условий, либо, изучая характеристическую систему методами теории гладких динамических систем, при втором.

II. Операторы A_x, $\widetilde{A}_t \overline{\otimes} \widetilde{A}_x$. Область $\Omega_x \subset \mathbb{R}^q$ ограниченная, с обычной мерой Лебега μ_x, т.е. $d\mu_x = dx$; $\mu_x(\partial\Omega_x) = 0$. Исходная операция $A_x = -\Delta_x$.

В качестве расширения $\widetilde{A}_x$ примем сужение оператора $\mathcal{A}_x : \overset{\circ}{W}{}_2^1 \to W_2^{-1}$ (т.е. оператора $\langle \mathcal{A}_x, h\rangle = \int_{\Omega_x} \nabla u \nabla h\, dx; \quad u,h \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega_x)$) — на следующую область: $\mathcal{D}(\widetilde{A}_x) \equiv \mathcal{E}_x = \{u(x) \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega_x) : \quad \mathcal{A}_x u \in L_{2.x} \equiv L_2(\Omega_x, dx)\}$. (В определении нормы в $\overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega_x)$ необходимо учитывать и младший член u^2 ввиду отсутствия неравенства Пуанкаре в плохих областях.)

Рассматривая в каждом из $\mathcal{E}_t$, $\mathcal{E}_x$ соответствующую гильбертову норму графика, рассматривая тройки $(\mathcal{E}_t, L_{2,t}, \mathcal{E}_t^*)$, $(\mathcal{E}_x, L_{2,x}, \mathcal{E}_x^*)$ как оснащенные пространства, определим $\widetilde{A}_t \overline{\otimes} \widetilde{A}_x : \mathcal{E}_t \overline{\otimes} \mathcal{E}_x \subset L_{2,t} \overline{\otimes} L_{2,x} \to \ L_{2,t} \overline{\otimes} L_{2,x}$, (см. [18]). Полученный оператор будет монотонным за счет симметричности $\widetilde{A}_x$ и консервативности $\widetilde{A}_t$. Он является максимальным монотонным в классе тензорных произведений, но не является максимальным монотонным в классе всех — не обязательно тензорных — его расширений $C : \mathcal{D}(C) \subset L_{2,t} \overline{\otimes} L_{2,x} \to L_{2,t} \overline{\otimes} L_{2,x}$.

ТЕОРЕМА 2. *Максимальным монотонным (консервативным) расширением указанного оператора является оператор* $\mathcal{A}_{t,x}$ *— расширение* $\widetilde{A}_t \overline{\otimes} \widetilde{A}_x$ *на область* $\mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x}) = \mathcal{E}_t \overline{\otimes} \mathcal{E}_x + \operatorname{Ker} \widetilde{A}_t \overline{\otimes} L_{2,x} = \mathcal{D}(A_t^0) \overline{\otimes} \mathcal{D}(\widetilde{A}_x) + \operatorname{Ker} \widetilde{A}_t \overline{\otimes} L_{2,x}$.

(Здесь в суммах вторые $\overline{\otimes}$ пополнены в L_2-норме и $\mathcal{A}_{t,x}$ продолжен на эти слагаемые нулем.)

Возникшая добавка в пространствах, как мы увидим, приводит к изменению первоначально заданных условий Дирихле для $\widetilde{A}_x$.

III. Исходная задача. На область $\Omega_y \subset \mathbb{R}^r$ наложены условия, аналогичные случаю Ω_x с мерой $\mu_y : d\mu_y = dy$. Вводим пространство E — пополнение $C_0^\infty(\Omega_t \times \Omega_x \times \Omega_y)$ в норме

$$||u||_E = \left[\iiint \left(|u|^m + \sum_{k=1}^{r} |u_{y_k}|^m\right) d\mu_t dx dy\right]^{1/m}, \quad 2 \leqslant m < \infty$$

и оператор $A_y : E \longrightarrow E^*$ по формуле

$$\langle A_y v, h\rangle = \iiint \Big[a(y,u)h + \sum a_k(y,u,\nabla_y u)h_{y_k}\Big]\, d\mu_t dx dy.$$

Предполагается, что оператор A_y непрерывный, ограниченный на ограниченных множествах, коэрцитивный и строго монотонный [13].

Если ввести пространство $\mathcal{L} = L_{2,t}\overline{\otimes}L_{2,x}\overline{\otimes}L_{2,y}$ и оператор $\mathcal{A}_{t,x,y} = \mathcal{A}_{t,x}\overline{\otimes}I_y$ (здесь $L_{2,y} = L_2(\Omega_y)$, I_y — тождественный оператор в $L_{2,y}$) с областью $\mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x,y}) = \mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x})\overline{\otimes}L_{2,y}$, то полученный оператор будет максимальным монотонным. И все граничные свойства функций $u(t,x)$, гарантируемые фактом принадлежности к $\mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x})$, переносятся на $\mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x,y})$ в смысле п.в. на сечениях $\{y = y_0 \in \Omega_y\}$.

Сузим $\mathcal{A}_{t,x,y}$ на $\mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x,y}) \cap E$, одновременно ослабляя норму его области значений до нормы E^*, и получим оператор $\mathcal{A}_{E} : \mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x,y}) \cap E \to E^*$ — монотонный с плотной областью определения. Расширим его до максимального монотонного $\widetilde{\mathcal{A}}_{E} : \mathcal{D}(\widetilde{\mathcal{A}}_{E}) \subset E \to E^*$. Далее применяется теорема 2.3, [13], гл. III :

ТЕОРЕМА 3. *Решение задачи*

$$\widetilde{\mathcal{A}}_{E} u + A_y u = f, \quad f \in E^*, \quad u \in \mathcal{D}(\widetilde{\mathcal{A}}_{E}) \tag{3}$$

существует и единственно для всех f.

Используя гладкие пробные функции и форму M из замечания 2, можно из (3) получить (1) в виде стандартного интегрального тождества. Но вопрос с граничными условиями здесь усложняется: сужение пространства с $\mathcal{L}$ до E проводилось одновременно с расширением допустимых значений оператора с $\mathcal{L}$ до E^*.

Введем обозначения: $\mathcal{D}_{M,0}$ — область максимального оператора для $\{\mathcal{A}_{t,x,y} \,|\, \mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x,y}) \cap C_0^\infty(\Omega_t \times \Omega_x \times \Omega_y)\}$ в $\mathcal{L}$; $\mathcal{D}_M$ — область максимального оператора для $\{\mathcal{A}_E \,|\, \mathcal{D}(\mathcal{A}_E) \cap C_0^\infty(\Omega_t \times \Omega_x \times \Omega_y)\}$ при действии из E в E^*.

ТЕОРЕМА 4. $\mathcal{D}_{M,0} \cap \mathcal{D}(\widetilde{\mathcal{A}}_{E}) = \mathcal{D}_M \cap \mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x,y})$.

Смысл этой теоремы в том, что функция $u \in \mathcal{D}(\widetilde{\mathcal{A}}_{E})$, достаточно регулярная, чтобы $\mathcal{A}_{E} u \in \mathcal{L}$, войдет в $\mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x,y})$. Значит, граничные свойства, гарантируемые этим фактом, у нее будут. Это, в частности, означает, что данные граничные свойства есть у всех решений (3) в очень слабом смысле — предельном в E-норме. Об усилении этого утверждения — в разделе IV.2.

IV. Интерпретации граничных условий.

IV.1. Начнем с гладких α_i, $\partial\Omega_t$, $\partial\Omega_x$, забывая временно об y-координате.

ТЕОРЕМА 5. *В случае гладкости для* $u \in \mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x})$ *выполнено следующее условие:* $(\widetilde{\mathcal{A}}_t \overline{\otimes} I_x)u|_{(t,x)\in\Omega_t\times\partial\Omega_x} = 0$.

Таким образом, исходные нулевые x-условия Дирихле изменены t-оператором на нулевые условия для производной по $\alpha(t)$-полю. Это условие, видимо, имеет ту же природу, что и граничное условие в [14] для $\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}$.

IV.2. К вопросу об усилении теоремы 4. Считаем, что области Ω_t, Ω_x общего вида, $\overline{\Omega}_t$ погружена в более широкую Ω_t^0, на которую продолжена мера μ_t. Коэффициенты $\alpha_i(t)$ гладкие и гладко продолжены на Ω_t^0 с сохранением инвариантности меры. Поток $\varphi(t,\tau)$ вдоль поля α обладает следующим свойством: если $t^0 \in \Omega_t$, $\varphi(t^0,\tau_0) \in \partial\Omega_t$, то при всех достаточно малых $\varepsilon > 0$ $\varphi(t^0,\tau_0+\varepsilon) \notin \overline{\Omega}_t$. Наконец, число m из раздела III равно 2.

Теорема 6. *Множество* $\mathcal{D}_M \cap \mathcal{D}(\mathcal{A}_{t,x,y})$ *плотно в* $\mathcal{D}(\widetilde{\mathcal{A}}_B)$ *в норме графика оператора* $\widetilde{\mathcal{A}}_B$.

В этой ситуации граничные свойства функций при переходе от $\mathcal{A}_{t,x,y}$ к $\widetilde{\mathcal{A}}_B$ сохраняются в достаточно сильном смысле.

IV.3. В этом подразделе будем говорить только о t-координате, сначала очень коротко о случае гладких $\alpha(t)$ и общей Ω_t.

Все функции из $\operatorname{Ker} A_t^M$ постоянны вдоль характеристик, а функции из $\mathcal{D}(A_t^0)$ равны нулю в точках строгого входа (выхода) характеристик в область. Т.е. в некотором смысле значения функций из $\mathcal{E}_t$ совпадают в точках пересечения характеристик с $\partial\Omega_t$, что и понимается как *условие периодичности*. Уточнения для этого случая см. в [12].

Подробнее рассмотрим случай общих $\alpha \in L_\infty$, гладких $\partial\Omega_t$ и ограниченных решений (3), точнее, рассматриваем $u(t) \in \mathcal{E}_t \cap L_\infty(\Omega_t)$, а перенос интерпретации на решения (3) осуществляется по $\otimes$-построению соответствующих пространств. Требуется ответить на вопросы: A) что такое «характеристика», т.е. решение системы $\dfrac{dt}{d\tau} = \alpha(t)$ при $\alpha \in L_\infty$? B) будут ли функции из $\operatorname{Ker} A_t^M$ постоянны вдоль таких характеристик? C) будут ли нулевыми входные–выходные граничные значения у функций из $\mathcal{D}(A_t^0)$?

IV.3.A. Требуется определение траекторий, удовлетворительное с точки зрения вопроса B). Если взять функцию $u \in \operatorname{Ker} A_t^M$ и разбиение Ω_t на множества уровня $\{u = \mathrm{const}\}$, то получится некоторое измеримое разбиение. При надлежащем выборе u и при априорном существовании потока $\varphi(t,\tau)$ вдоль поля α оно совпадет с разбиением потока на эргодические компоненты [15]. Это удовлетворительно с точки зрения метрической теории динамических систем, но неудовлетворительно с нашей: мешают привязка к конкретной функции u и отсутствие аппарата для исследования наиболее интересных множеств нулевой меры, например, существенных разрывов $\alpha(t)$. Мы используем понятие, гораздо более детализированное.

Рассмотрим $F_0 \equiv \{u \in L_\infty(\Omega_t) : A_t^M u = 0\}$ как замкнутую подалгебру алгебры $F \equiv L_\infty(\Omega_t)$. Максимальные идеалы алгебры F можно рассматривать, как «тонкие точки», гораздо более детализированные, чем обычные точки Ω_t (подробности см. в [16]). Именно в пространстве максимальных идеалов будут определены траектории.

Обозначения: χ, χ_γ — характеры алгебры F, а m, m_γ, $m(\chi)$ — отвечающие им максимальные идеалы; X, X_γ — характеры F_0, а M, M_γ — соответствующие максимальные идеалы в F_0.

Определение. (i) Траектория системы $\dfrac{dt}{d\tau} = \alpha(t)$, проходящая через максимальный идеал $m(\chi_\gamma)$, это максимальный идеал M_γ алгебры F_0, на котором χ_γ

обращается в ноль.

(ii) Множество точек траектории M_γ — это множество m_{M_γ} всех максимальных идеалов алгебры F, содержащих M_γ.

Если рассматривать гладкое поле α и алгебру $C(\Omega_t)$ вместо F, то *локально* определение привело бы к обычному понятию траектории.

IV.3.B. Глобально в Ω_t это определение может приводить (даже в гладкой ситуации) к более крупным объектам, чем отдельные траектории. Локально же траектории в смысле определения (i), в отличие от обычных, имеют более тонкую структуру в направлениях, трансверсальных полю. Не останавливаясь подробно на этих вопросах, приведем только требуемый нам результат о постоянстве функций из $\operatorname{Ker} A_t^M$ вдоль характеристик в новом смысле.

Теорема 7. *Для всех* $u \in F_0$, *любой траектории* M_γ *и всех точек* $m(\chi_\beta)$ *этой траектории значения* $\chi_\beta(u)$ *не зависят от* β.

IV.3.C. Вопросы об определении граничных точек входа (выхода) поля α в область, о занулении в каком-то смысле функций из $\mathcal{D}(A_t^0)$ в этих точках — намного сложнее предыдущих. Отметим здесь только один факт в предположении, что $d\mu_t = dt$.

Если окрестность точки $Q \in \partial\Omega_t$ состоит из лебеговых точек для поля $\alpha(t)$ (при подходящем его продолжении за $\overline{\Omega}_t$), если средние граничные значения α в этой окрестности не касательны к $\partial\Omega_t$, то функции из $\mathcal{D}(A_t^0)$ зануляются на $\partial\Omega_t$ вблизи Q п.в. в смысле $\operatorname{mes}_{\partial\Omega_t}$. При этом и средние для α и граничные значения функций из $\mathcal{D}(A_t^0)$ определяются по какому-то плотностному базису [17].

Перенося граничные нули в пространство максимальных идеалов алгебры F и объединяя это с IV.3.B, мы получаем интерпретацию слов «периодичность по характеристикам», близкую к гладкому случаю.

Список литературы

1. Лионс Ж.-Л., *Некоторые методы решения нелинейных краевых задач*, М.: Мир, 1972, 588 с.
2. Ларькин Н. А., Новиков В. А., Яненко Н. Н., *Нелинейные уравнения переменного типа*, Новосибирск: Наука, 1983, 270 с.
3. Демиденко Г. В., Успенский С. В., *Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной*, Новосибирск: Науч. кн., 1998, 436 с.
4. Кожанов А. И., *Регулярные решения некоторых вырождающихся уравнений соболевского типа*, Докл. РАН **362** (1998), № 4, 447–449.
5. Филиппов А. Ф., *Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью*, М.: Наука, 1985, 224 с.
6. Филиппов В. В., *Топологическое строение пространств решений обыкновенных дифференциальных уравнений*, Успехи мат. наук **48** (1993), № 1, 103–154.
7. Рохлин В. А., *Лекции по энтропийной теории преобразований с инвариантной мерой*, Успехи мат. наук **22** (1967), № 5, 3–56.
8. Bozhinov N. S., *Operational calculus for the general linear partial differential operators of the first order*, C. r. Bulg. Acad. Sci. **29** (1976), no. 9, 1261–1264.
9. Хёрмандер Л., *К теории общих дифференциальных операторов в частных производных*, М.: ИЛ, 1959, 132 с.
10. Секефальви-Надь Б., Фояш Ч., *Гармонический анализ операторов в гильбертовом пространстве*, М.: Мир, 1970, 432 с.

11. Горбачук В. И., Горбачук М. Л., *Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений*, Киев: Наук. думка, 1984, 284 с.
12. Suvorov S. G., *Nonlinear ultraparabolic equations in general domains*, Nonlin. Bound. Value Prob. **7** (1997), 180–188.
13. Гаевский Х., Грёгер К., Захариас К., *Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения*, М.: Мир, 1978, 336 с.
14. Зеленяк Т. И., *О некоторых свойствах решений уравнений малых колебаний вращающейся жидкости*, в сб. «Функциональные и численные методы мат. физ.», Киев: Наук. думка, 1988, 76–80.
15. Корнфельд И. П., Синай Я. Г., Вершик А. М., *Общая эргодическая теория преобразований с инвариантной мерой*, в сб. «ИНТ Совр. пробл. матем. Фундам. направл., Т. 2», М.: ВИНИТИ, 1985, 5–111.
16. Гамелин Т., *Равномерные алгебры*, М.: Мир, 1973, 334 с.
17. Гусман М., *Дифференцирование интегралов в* $\mathbb{R}^n$, М.: Мир, 1978, 200 с.
18. Лянце В. Э., Сторож О. Г., *Методы теории неограниченных операторов*, Киев: Наук. думка, 1983, 210 с.

Институт прикладной математики и механики НАНУ,
ул. Р. Люксембург, 74, 83114, Донецк, Украина
Тел. 0038 0622 51 01 39
E-mail address: suvorov@iamm.ac.donetsk.ua