Компьютерная Математика

УДК 004.896

Ф.Н. ГОРИН, Ю.В. ПИСАРЕНКО

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ЗАДАЧ УРОВНЯ ВОДОЗАПАСА И ПАВОДКА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЛЬЕФОВ МЕСТНОСТИ

Предложен подход к моделированию задач уровня водозапаса и паводка для разных рельефов местности, реализация которого обеспечивает оценку убытка на прилегающих территориях, что необходимо для организации мероприятий предупреждения катастрофы или нейтрализации ее последствий.

Введение. Интенсивные осадки, отличительная особенность которых является сильная пространственно-временная изменчивость, ежегодно порождают значительную угрозу для жизни людей и экономики. Две существенные проблемы, как правило, определяются: 1) неадекватностью имеющихся систем и данных наблюдений; 2) отсутствием хорошо разработанной и общепризнанной системы индикаторов опасных осадков.

Учитывая это разработаны рекомендации по внедрению достаточно универсальной минимальной совокупности индикаторов для характеристики экстремальных осадков. Для расчета подобных индикаторов должны быть использованы данные как обычных прямых измерений, так и спутникового дистанционного зондирования.

Ввиду фрагментарности данных наблюдений в их основу следует положить информацию о суточных (но не часовых) количествах осадков. В качестве дополнительных индикаторов могут служить число дней без осадков, с градом или снегом, среднесуточные осадки, максимальная продолжительность засушливых периодов и др. Обзор чрезвычайных ситуаций гидрологического характера делает особенно актуальным усовершенствование и технических средств дистанционного мониторинга фактического состояния окружающей среды, наблюдение поведения снежного покрова рельефа, определение величины риска наводнения в данной местности с моделированием процесса и оценкой ожидаемого ущерба.

Далее будет описана математическая модель и алгоритмы расчета стекания воды в реку вдоль рельефа для определения паводка. Расчет количества (объема) снегозапаса описан в [1].

Постановка задачи. Исследования облака-наковальни (ОН) проводят путем радиолокации, по которым можно строить предположения, касающиеся количества водозапаса ОН, чтобы определить ожидаемое количество осадков (дождя).

Необходимые входные данные для расчета стекания воды вдоль рельефа:

1) карта горного рельефа, заданная линиями равных высот (ЛРВ), изображенными с некоторым шагом;

2) положение вершины горного рельефа V;

3) положение шести точек A, B, C, D, E, F (через каждые 60°) на ЛРВ, обозначающей самую большую высоту;

4) предполагаемое количество осадков (дождя либо снеготаяния) W [кг/м^2·сек] – масса воды, попадающая на единицу площади за единицу времени;

5) длительность дождя (снеготаяния) $t \in [0, N\tau]$;

6) шаг по времени $\Delta t = \tau$.

Алгоритм расчета стекания воды в реку вдоль рельефа. Соединяем отрезками вершины рельефа V с шестью заданными точками на ЛРВ, обозначающей самую большую высоту горного рельефа (рис. 1).

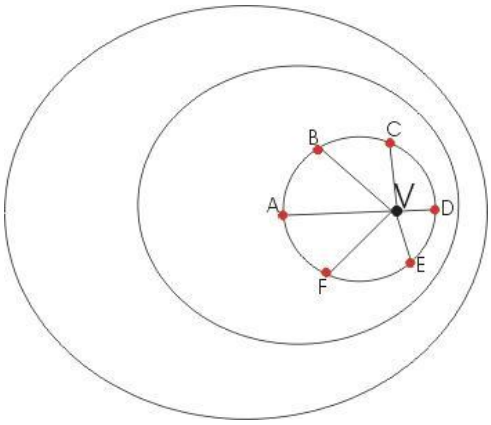


РИС. 1. Горный рельеф, представленный линиями равных высот на 1-м шаге алгоритма

Шаг 1. С каждой из шести точек A, B, C, D, E, F строим окружности малого радиуса с центром в каждой из них постепенно увеличивая радиус, до тех пор, пока текущая окружность не коснется в какой-то точке K следующей ЛРВ, обозначающей меньшую высоту.

Шаг 2. Соединяем линией точку F и K.

Точка K на i + 1-ой ЛРВ находится из системы двух уравнений окружностей. На шаге 1 это уравнение окружности, описывающее следующую ЛРВ, а уравнение окружности с центром в точке F показано на рис. 2.

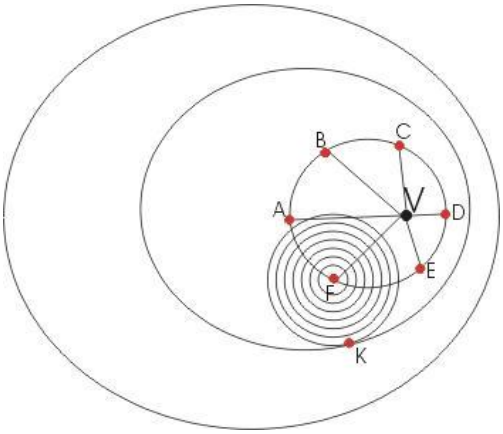


РИС. 2. Горный рельеф, представленный линиями равных высот на 2-м шаге алгоритма

Шаг 3. Строим окружности малого радиуса с центром в новой точке *K*, постепенно увеличивая радиус, до тех пор, пока текущая окружность не коснется в какой-то точке следующей ЛРВ, обозначающей меньшую высоту. Соединяем линией точку *K* и новую точку. В результате соединения всех найденных точек формируется так называемая «паучья сеть», представляющая собой пересечение ЛРВ с полученными ортогональными траекториями (либо геодезические линии) – это кратчайший путь для достижения жидкостью соседнего нижнего уровня (линии равных высот).

Площади секторов для первых 6 секторов внутри первой окружности, описывающей изолинию с самой большой высотой и для секторов во всех остальных окружностях. Если пользователя интересует информация о предполагаемом экономическом ущербе то необходимо выбором от задания рельефа местности перейти к форме задания рельефа интересующего района. По этой форме создается карта горного ландшафта в виде ЛРВ. Каждая из них может иметь форму окружности либо эллипса, параметры которых можно изменять. Следует отметить, что точки найденные в качестве начальных условий необходимы для расчета геодезических линий стекания воды, с учетом значения коэффициента впитываемости для каждого сектора горного рельефа.

Как правило стекшая жидкость попадает в реку. Данные о прибрежных зонах вводятся на каждом шаге по времени определяющем объем воды для каждого участка рельефа местности. Если объем воды (например, за один день) будет таким, что повлечет за собой сильный паводок, произойдет затопление прибрежных районов, которые используются для оценки материального ущерба от наводнения.

Следует отметить, что разработанный программный модуль по определению объема снегозапаса в интересующем участке рельефа использует базы знаний данных о его форме до выпадения снега (по летним снимкам) и данные о рельефе местности на момент накопления снегозапаса (по результатам оперативной аэрофотосъемки) имеет единственную форму рельефа со снегом, интересующую его область заснеженности.

При потоке воды в открытом русле (в том числе в частично заполненном закрытом русле) любое местное изменение условий потока (расширение, преграда, перелом уклона дна русла и т. п.) неизбежно приведет к деформации его живого сечения на некоторой (иногда довольно значительной) длине. При этом все точки свободной поверхности будут по-прежнему находиться под влиянием внешнего давления газовой среды, так что деформация живого сечения потока будет обязательно связана с изменением координат его свободной поверхности.

В дальнейшем изложении будем иметь в виду, что встречающиеся в инженерной практике открытые русла можно разделить на две категории: призматические и непризматические.

К призматическим руслам относятся русла, в которых основные геометрические параметры потока остаются постоянными по всей длине.

Площадь живого сечения потока призматического русла зависит от глубины наполнения русла: $\omega = f(h)$.

В общем случае непризматического русла площадь живого сечения потока является функцией двух переменных: $\omega = f(h, s)$, где h – глубина наполнения русла; s – характерный поперечный размер для данной формы русла (например, для прямоугольного русла – его ширина).

Рассмотрим общий случай плавно изменяющегося течения жидкости в открытом непризматическом русле (рис. 3) [2]. Введем следующие обозначения: $i = \sin\theta -$ продольный уклон дна русла; p_o – внешнее давление, обычно равное p_{am}; $a = il$ – расстояние по вертикали от дна до плоскости сравнения в данном живом сечении.

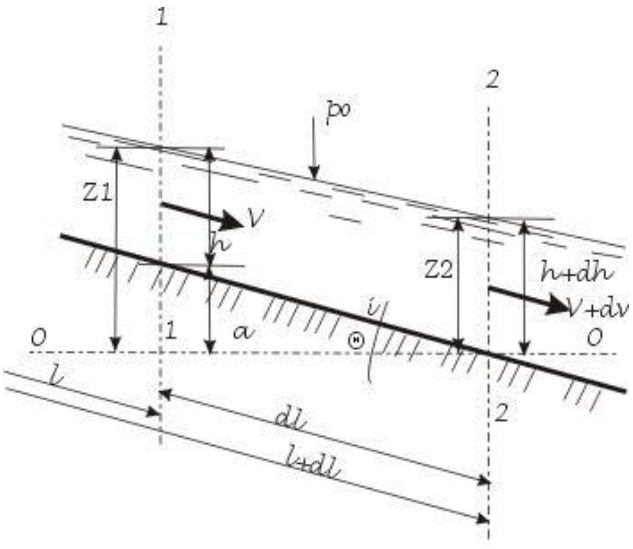


РИС. 3. Продольный срез русла реки

Принято называть руслом с положительным (прямым) уклоном дна такое русло, у которого абсолютные отметки дна уменьшаются по направлению движения жидкости (т. е. вдоль оси l), Q – расход потока; ω – площадь живого сечения потока; h – наибольшая глубина потока в данном живом сечении, различная для разных сечений; α – коэффициент кинетической энергии (Кориолиса); $v = Q/\omega$ – средняя скорость в данном сечении; J – гидравлический уклон, обычно принимаемый для открытых русл равным продольному уклону свободной поверхности потока.

Выделим в потоке два сечения 1 – 1 и 2 – 2 на бесконечно малом расстоянии dl друг от друга (см. рис. 1).

Составим для выделенных сечений уравнение Бернулли относительно плоскости 0 – 0, проведенной через нижнюю точку живого сечения 2 – 2:

$$h + idl + \frac{p_o}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + dh + \frac{p_o}{\rho g} + \frac{\alpha (v + dv)^2}{2g} + dh_{тр}. \qquad (1)$$

Окончательно получаем, что общее дифференциальное уравнение плавно изменяющегося движения жидкости в открытом русле имеет вид:

$$\frac{dh}{dl} = \frac{i - \dfrac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} + \dfrac{\alpha Q^2}{g\omega^3}\dfrac{\partial \omega}{\partial s}\dfrac{ds}{dl}}{1 - \dfrac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}}. \qquad (2)$$

В частном случае призматического русла уравнение (2) несколько упрощается, так как производная ds/dl равна в этом случае нулю:

$$\frac{dh}{dl} = i - \frac{Q^2}{\omega^2 C\ R} \Big/ \left(1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}\right). \qquad (3)$$

После преобразований вычитаемого в знаменателе правой части уравнений (2) и (3) получаем параметр кинетичности потока $П_к$:

$$П_к = \frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = \frac{\alpha v^2 / g}{\omega / B} = \frac{2\alpha v^2 / 2g}{h_{ср}}, \qquad (4)$$

где $h_{ср} = \omega/B$ – средняя глубина сечения.

Таким образом, (3) представляет собой удвоенное соотношение удельной кинетической энергии к удельной потенциальной энергии при средней глубине потока в данном живом сечении.

Для прямоугольного русла $h_{ср} = h$ и при $\alpha = 1$ параметр кинетичности представляет собой число Фруда $Fr = v^2/gh$, где за характерный линейный размер живого сечения l принята глубина h [2].

Алгоритм расчета величины паводка реки. Вычисление значения паводка в условиях стекания в заданную реку воды, выпавшей в виде дождя на горный рельеф, образовавшейся из-за снеготаяния в верховьях горы.

Шаг 1. Для каждого сектора задается коэффициент впитываемости (β_i) (например, коэффициент впитываемости песка = 1, камня = 0), определяющий какая часть воды впитается в толщу, а какая часть стечет на нижний сектор.

Шаг 2. Вычисляется площадь (S_i) каждого полученного сектора.

Шаг 3. Определяется для каждого сектора количество воды, оказывающееся на нем за один шаг по времени:

$$m_i = W \check{\text{т}}\check{\text{т}}\check{\text{е}} S_i + (1 - \beta_{i-1})\check{\text{е}} W\tilde{\text{е}}\tau \cdot S_{i-1}. \quad (5)$$

За один шаг по времени на *i*-ом секторе будет объем воды, попавшей на этот сектор в результате выпадения дождя (снеготаяния) плюс объем воды, стекшей с верхнего сектора. Если увеличение объема воды (например, за один день) будет таким, что повлечет за собой сильный паводок, то произойдет затопление прибрежных районов. На рис. 4, а показана река и источник *S* (снегозапас или дождевая туча), питающий эту реку. Точка *O* – граница источника воды, точка *A* – начало населенного пункта. На рис. 4, б показано сечение русла реки в точке контроля *A*, удаленной на расстояние X_A от нижней части зоны источника *S*. На рисунке ось *oy* совпадает с уровнем ледостава (минимальный уровень реки); *b* – ширина реки при минимальном уровне воды.

Форму сечения левого берега (на рис. 4, б) можно смоделировать отрезком прямой в виде следующего выражения:

$$h_л(y) = K_л \check{\text{е}} y - K_л \check{\text{е}} b, \quad (6)$$

а правый берег – аналогичной формулой:

$$h_п(y) = -K_п \check{\text{е}} y, \quad (7)$$

где $K_п$ и $K_л$ – соответствующие тангенсы углов наклона α и β берегов реки.

Если скорость течения V_A известна для точки *A* (пусть она ù const во времени), то можно вычислить значение паводка реки при известном увеличении объема воды за интервал времени, поступающей в реку, из следующего интегрального уравнения:

$$\frac{1}{V_A \cdot \rho_{воды}} \cdot \frac{dM\left(t - \frac{x_A}{V_A}\right)}{dt} = bz + \int_{y_п(z)}^{0} [z - h_п(y)]dy + \int_{b}^{y_л(z)} [z - h_л(y)]dy. \quad (8)$$

В уравнении (8) $y_п(z)$ – это решение уравнения

$$h_п(y) = z. \quad (9)$$

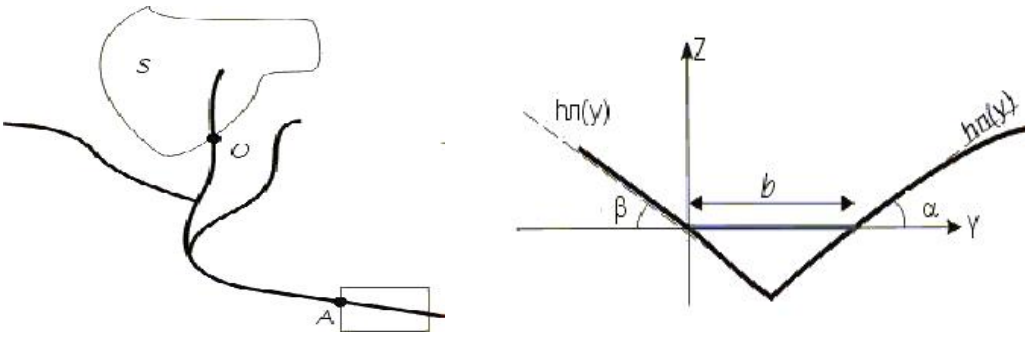
При подстановке (9) в (7) получаем решение для $y_п(z)$.

$$K_п \check{\text{е}} y = z \Rightarrow y_п(z) = -z/K_п. \quad (10)$$

$$h_л(y) = z. \quad (11)$$

При подстановке (11) в (6) получаем решение для $y_л(z)$:

$$K_л \check{\text{е}} y - K_л \check{\text{е}} b = z \Rightarrow y_л(z) = b + z/K_л. \quad (12)$$



а б

РИС. 4. Схема положения источника водных масс для наводнения и сечение русла:
а – схема реки и источника *S* (снегозапас или дождевая туча);
б – схема сечения русла реки в контрольной точке *A*

Таким образом, пользуясь формулами (8) – (12), можно вычислить уровень паводка *z* реки для известного увеличения объема воды за заданное время и скорости течения в точке *A* (рис. 4, а). Если *z* будет таким, то по карте рельефа легко определить затопленные территории и вычислить величину экономического ущерба от наводнения.

Расчет ущерба в зоне воздействия ЭП/ЧС на примере зоны наводнения. Алгоритм расчета экономического ущерба от наводнения состоит из процедуры.

Шаг 1. Задана карта участка местности, на которой нанесены участки землепользования (ЗП). Каждый *i*-ый участок ЗП имеет атрибуты: площадь [м^2], плотность инвестиций (застрахованность риска) [\$/м^2], характер ЗП, имеющий несколько категорий:

– класс построек (постройки дачного типа, здания с различным количеством этажей);

– класс с/х угодий (только засеянные поля, растения в процессе созревания и уборки урожая).

Шаг 2. Задана некоторая область затопления (ожидаемая) *S*.

Шаг 3. Пересечение карты местности и области затопления дает участок бедствия от наводнения. Подсчет ущерба на данном участке:

$$\sum = \iint\limits_{S} dxdy \cdot n(x,y), \tag{13}$$

где $n(x,y)$ – ценность единицы площади территории: $n(x,y) = n_{\max} \cdot K(j,r)$, ($n(x,y)$ имеет размерность [\$/м^2]); $K(j,r)$ – коэффициент устойчивости к наводнениям, зависящий от характера наводнения и степени землепользования на территории метеобедствия; $K(j,r)$ 0á$K(j,r)$á1, 0 – полное разрушение, 1 – без разрушений при наводнении.

Выводы. В работе предложен подход к моделированию задач уровня водозапаса и паводка для разных рельефов местности, реализация которого обеспечивает оценку убытка на прилегающих территориях, что необходимо для организации мероприятий предупреждения катастрофы или нейтрализации ее последствий.

Ф.М. Горін, Ю.В. Писаренко

ПРО ОДИН ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ РІВНЯ ВОДОЗАПАСУ ТА ПАВОДКА ДЛЯ РІЗНИХ РЕЛ'ЄФІВ МІСЦЕВОСТІ

Запропоновано підхід до моделювання задач рівня водозапасу та паводка для різних рел'єфів місцевості, реалізація якого забезпечує оцінку збитків на прилеглих територіях, що необхідно для організації заходів попередження катастрофи або нейтралізації її наслідків.

F.N. Gorin, J.V. Pisarenko

ON AN APPROACH TO THE PROBLEMS OF WATER CAPACITY AND FLOODING MODELING FOR DIFFERENT TERRAINS

An approach to the problems of water capacity and flooding modeling for different terrains is proposed, and its implementation provides the assessment of damage to surrounding areas. It can be useful in organizing the measures to prevent disaster or neutralize its effects.

1. *Писаренко В.Г., Сидоренко В.И., Писаренко Ю.В.* Компоненты информационно-аналитической системы прогнозирования наводнений в предгорьях из-за быстрого снеготаяния. *Искусственный интеллект*. 2012. № 4. С. 97 – 103.
2. *Бэтчелор Дж.* Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 760 с.
3. *Писаренко В.Г., Писаренко Ю.В.* Некоторые задачи проектирования геоинформационных систем прогнозирования метеобедствий. Киев: ООО «Аримойя», 2002. 105 с.
4. *Писаренко Ю.В.* Виртуальное проектирование интеллектуализированных роботов для разведки и нейтрализации опасных экологических происшествий: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 2006. 20 с.

Получено 25.10.2016

Об авторах:

Горин Феликс Николаевич,
кандидат технических наук, зав. лабораторией
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины,

Писаренко Юлия Валериевна,
кандидат технических наук, старший научный сотрудник
Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.