

ISSN 1028-821X. Radiofiz. Electron. 2019. Vol. 24, No. 1: 12–23

DOI: <https://10.15407/rej2019.01.012>

УДК 621.375.018.756+621.371+537.86; 621.396

PACS: 84.40.Xb

**Гуо Цян<sup>1</sup>, Ло Иян<sup>2</sup>, В. И. Луценко<sup>3</sup>, Джин Юн<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> Харбинский инженерный университет, Министерство промышленности и информации КНР  
145, ул. Наньтун, район Нанган, Харбин, 150001, КНР  
E-mail: guoqiang@hrbeu.edu.cn

<sup>2</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ"  
17, ул. Чкалова, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: yiyangluo@163.com

<sup>3</sup> Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины  
12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: lutsenko@ire.kharkov.ua

<sup>4</sup> Институт электроники и информатики Циндаоского университета  
308, просп. Нинся, Циндао, провинция Шаньдун, КНР  
E-mail: succcc@mail.ru

## **Неэквидистантные двумерные антенные решетки, синтезированные с использованием латинских квадратов и циклических разностных множеств**

**Предмет и цель работы.** В последнее время проявляется интерес к использованию неэквидистантных активных фазированных антенных решеток (АР) в радиолокаторах самолетов для улучшения аэродинамики термических режимов их работы. Неэквидистантные линейные АР уменьшают количество элементов антенны без заметной потери разрешения (точности) и в то же время поддерживают низкий уровень боковых лепестков. Почти все большие антенны радиотелескопов и дальних радиолокаторов представляют собой решетки с неэквидистантным расположением элементов и с незаполненной апертурой. Целью данной работы является разработка новых и нетрадиционных методов построения неэквидистантных АР с помощью латинских квадратов и циклических разностных множеств.

**Методы и методология работы.** Алгоритм вычисления координат АР с использованием значений элементов латинских квадратов в этом случае такой же, как при построении решетки на основе магических квадратов. Он основан на использовании значения элемента порождающей матрицы (сформированного квадрата) в качестве основы интерферометра, образованного соседними элементами. Изучены диаграммы направленности АР и оценены уровни боковых лепестков полученных неэквидистантных антенн.

**Результаты работы.** Показана возможность синтеза больших АР на основе композиции квадратов, использующих циклические разностные множества (ЦРМ) для образования элементов латинских квадратов. Предложены метод их построения и алгоритм синтеза. Изучены свойства АР такого типа, обеспечивающие при высокой степени разрешения достаточно малое боковое излучение. Исследованы особенности и основные характеристики таких антенн.

**Заключение.** Сделаны выводы о новизне предложенной концепции построения неэквидистантных АР на основе латинских квадратов, у которых в качестве элементов использованы ЦРМ, и о достоинствах этой концепции по сравнению с известными методами. Показана возможность синтеза больших АР на основе композиции квадратов, использующих ЦРМ для образования элементов латинских квадратов с малыми коэффициентами заполнения и избыточности и допустимыми значениями бокового излучения. По характеристикам они превосходят используемые до настоящего времени неэквидистантные двумерные решетки, построенные на основе только ЦРМ. Изучены характеристики полученных решеток. Показано, что использование латинского квадрата, использующего ЦРМ в качестве элементов в синтезированной матрице, позволяет значительно улучшить его характеристики, а также обеспечивает возможность более гибкого изменения параметров дизайна ( $v, k, \lambda$ ). Табл. 5. Библиогр.: 12 назв.

**Ключевые слова:** неэквидистантные антенные решетки, циклические разностные множества, латинский квадрат, составные квадраты, покрытые частоты.

Неэквидистантные линейные антенные решетки (АР) уменьшают количество элементов антенны без заметной потери разрешения (точности) и в то же время поддерживают низкий уровень боковых лепестков. Почти все большие антенны радиотелескопов и дальних радиолокаторов представляют собой решетки с неэквидистантным расположением элементов и с незаполненной апертурой. В последнее время усилился интерес к использованию неэквидистантных активных фазированных АР в радиолокаторах самолетов для оптимизации аэродинамики термических режимов их работы.

В работах [1–3] сделана попытка использовать существующие математические конструкции, например магические квадраты, для построения двумерных неэквидистантных решеток. В работе [4] авторам удалось создать метод использования латинских квадратов для построения двумерных неэквидистантных решеток. Это позволило расширить возможности построения двумерных решеток, для которых ранее Копилович использовал двумерные множества [5–7] на основе одномерных циклических разностных множеств (ЦРМ), предложенных Липером [8].

Данная работа – дальнейшее развитие этих идей. В ней рассматривается возможность использования структуры латинских квадратов и ЦРМ для построения двумерных неэквидистантных решеток и изучения их характеристики.

**1. Циклические разностные множества [9]** широко используются во многих областях исследований. Циклическое разностное множество  $A(v, k, \lambda)$  является подмножеством множества  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$  из целых чисел по модулю  $v$ , таких, что каждое из  $\{1, 2, \dots, v-1\}$  может быть представлено как разность  $(d_i - d_j)$  по модулю  $v - \lambda$  различными способами.

Другими словами,  $A(v, k, \lambda)$  – разностное множество,  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$  – подмножество из  $k$  вычетов по модулю  $v$ , такое что для любого остатка  $\alpha \neq 0 \pmod{v}$  выполняется конгруэнтность

$$d_i - d_j \equiv \alpha \pmod{v} \quad (1)$$

и имеются  $\lambda$  пар решений  $(d_p, d_j)$  в множестве  $D$ . Термины «разностное множество», «циклическое разностное множество» и « $v, k, \lambda$  – разностное множество» взаимозаменяемы. Два

последних используются, когда есть необходимость подчеркнуть либо контраст с общим групповым разностным множеством, либо конкретные параметры  $v, k, \lambda$ .

Как непосредственное следствие определения, приведенного выше,

$$k(k-1) = \lambda(v-1) \quad (2)$$

обязательно выполняется для параметров  $v, k, \lambda$ .

Для любого положительного целого числа  $v$  существуют некоторые очевидные разностные множества по модулю  $v$ , которые: а) являются нулевым множеством  $D = \{0\}$ ; б) все синглтоны  $D = \{i\}, 0 \leq i \leq v-1$ ; в)  $D = \{0, 1, \dots, v-1\}$ ; г)  $D = \{0, 1, \dots, i-1, i+1, \dots, v-1\}, 0 \leq i \leq v-1$ .

Такие разностные множества называются тривиальными и довольно часто либо игнорируются, либо рассматриваются только в качестве предельных случаев. Заметим, что параметрами для этих разностных множеств являются  $v, k, \lambda = v, 0, 0; v, 1, 0; v, v, v$  и  $v, v-1, v-2$  соответственно. Если ввести дополнительный параметр  $n = k - \lambda$ , то уравнение (2) показывает, что тривиальные разностные множества возникают тогда и только тогда, когда  $n = 0$  или 1. Следовательно, предположение  $n \geq 2$ , которое часто делается неявно, позволяет исключить все тривиальные разностные множества.

Некоторые нетривиальные разностные множества, показанные в табл. 1 [10], будут использоваться ниже.

**2. Латинские квадраты и их свойства.** В комбинаторике [11] и в экспериментальном дизайне латинский квадрат представляет собой массив  $n \times n$ , заполненный  $n$  различными символами, каждый из которых встречается один раз в каждой строке и один раз в каждом столбце. Примером латинского квадрата  $3 \times 3$

Таблица 1. Циклические разностные множества

| Название | $v$ | $k$ | $\lambda$ | $n$ | $D = \{d_1, \dots, d_k\}$        |
|----------|-----|-----|-----------|-----|----------------------------------|
| C3       | 7   | 3   | 1         | 2   | 1, 2, 4                          |
| C4       | 13  | 4   | 1         | 3   | 0, 1, 3, 9                       |
| C5       | 21  | 5   | 1         | 4   | 3, 6, 7, 12, 14                  |
| C6       | 31  | 6   | 1         | 5   | 1, 5, 11, 24, 25, 27             |
| C9s      | 19  | 9   | 4         | 5   | 1, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 16, 17     |
| C9m      | 37  | 9   | 2         | 7   | 1, 7, 9, 10, 12, 16, 26, 33, 34  |
| C9b      | 73  | 9   | 1         | 8   | 0, 1, 12, 20, 26, 30, 33, 35, 57 |

является массив:

$$\begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \\ B & C & A \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Он может быть представлен как  $\{(1,1,A), (1,2,B), (1,3,C), (2,1,C), (2,2,A), (2,3,B), (3,1,B), (3,2,C), (3,3,A)\}$ , где первый и второй элементы являются позицией в матрице, а третий – значением [12].

Рассмотрим некоторые способы формирования латинских квадратов.

Если множество натуральных чисел  $\{1, 2, \dots, n\}$  или множество  $\{0, 1, \dots, n-1\}$  взято как множество  $M$ , то для латинского квадрата 3-го порядка получим следующую формулу ( $A = 1, B = 2, C = 3$ ):

$$L3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Пусть множество  $M$  представляет собой совокупность магического квадрата натуральных чисел 3-го порядка  $M3$ , а именно:

$$\begin{aligned} M3 &= \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \quad A = M3 = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}, \\ B = 2 \times M3 &= \begin{bmatrix} 16 & 2 & 12 \\ 6 & 10 & 14 \\ 8 & 18 & 4 \end{bmatrix}, \\ C = 3 \times M3 &= \begin{bmatrix} 24 & 3 & 18 \\ 9 & 15 & 21 \\ 12 & 27 & 6 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда получим квадрат 9-го порядка следующего вида:

$$M3 = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 & 16 & 2 & 12 & 24 & 3 & 18 \\ 3 & 5 & 7 & 6 & 10 & 14 & 9 & 15 & 21 \\ 4 & 9 & 2 & 8 & 18 & 4 & 12 & 27 & 6 \\ 24 & 3 & 18 & 8 & 1 & 6 & 16 & 2 & 12 \\ 9 & 15 & 21 & 3 & 5 & 7 & 6 & 10 & 14 \\ 12 & 27 & 6 & 4 & 9 & 2 & 8 & 18 & 4 \\ 16 & 2 & 12 & 24 & 3 & 18 & 8 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 14 & 9 & 15 & 21 & 3 & 5 & 7 \\ 8 & 18 & 4 & 12 & 27 & 6 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Если множество  $M$  построено на основе ЦРМ, то для  $M = A(v, k, \lambda) = C3 = A(7,3,1) = \{d_1, d_2, d_3\} = \{1,2,4\}$  получим латинский квадрат 3-го порядка ( $A = d_1 = 1, B = d_2 = 2, C = d_3 = 4$ ):

$$LC3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Точно так же мы можем взять  $C4 = A(13,4,1) = \{0,1,3,9\}$  в качестве элементов латинского квадрата 4-го порядка,  $C5 = A(21,5,1) = \{3,6,7,12,14\}$  в качестве элементов латинского квадрата 5-го порядка и  $C6 = A(31,6,11) = \{1,5,11,24,25,27\}$  как элементы латинского квадрата 6-го порядка, по формулам  $LC4, LC5, LC6$  в табл. 2, 3. Аналогичным образом принимаем  $C9s = A(19,9,4) = \{1,4,5,6,7,9,11,16,17\}$ ,  $C9m = A(37,9,2) = \{1,7,9,10,12,16,26,33,34\}$ ,  $C9b = A(73,9,1) = \{0,1,12,20,26,30,33,35,57\}$  в качестве элементов латинского квадрата 9-го порядка по формулам  $LC9s, LC9m, LC9b$  в табл. 4, 5.

Подходы, рассмотренные выше, предоставляют широкие возможности для построения латинских квадратов различных типов и разработки на их основе неэквидистантных антенных массивов. Как будет показано ниже, некоторые из рассмотренных конструкций латинских квадратов с вложенными ЦРМ обеспечивают лучшие характеристики АР по сравнению с магическими квадратами и полученными методом Копиловича [6], использующими ЦРМ для построения двумерной АР. В то же время, если в магическом квадрате  $n$ -го порядка каждое из чисел  $n^2$  используется только один раз, то в латинских квадратах  $n$ -го порядка каждое из  $n$  чисел встречается только один раз в строке или столбце, а в целом каждое из  $n$  чисел используется  $n$  раз. Это означает, что в латинском квадрате числа, из которых он составлен, используются  $n$  раз. Поскольку каждый элемент латинского квадрата в дальнейшем будет рассматриваться как расстояние между элементами интерферометра, то в АР, построенной на основе латинского квадрата, коэффициент избыточности  $n$  был первоначально введен для всех покрываемых частот от 1 до  $n$ . Но если взять ЦРМ в качестве

Таблица 2. Характеристика AP на основе латинских квадратов и метода Копиловича

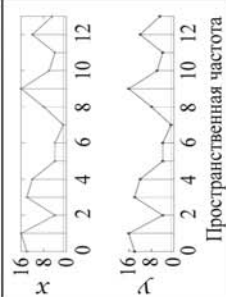
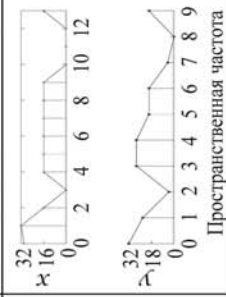
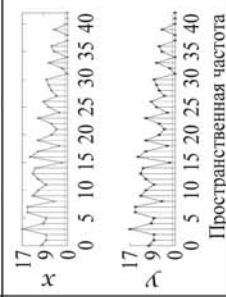
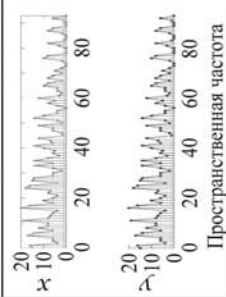
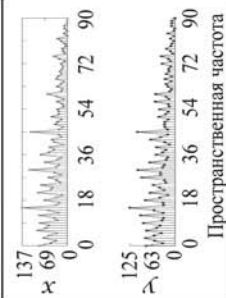
| Характеристика                           | Тип матрицы  |   |   |  |  |
|--|--|---|---|--|--|
|  | LC4  | K20   | LC5   | LC6  | LM3  |
| Параметры дизайна<br>( $v, k, \lambda$ ) | $A(13, 4, 1)$  |   | $A(21, 5, 1)$   | $A(31, 6, 1)$  |  |
| Квадрат<br>(или координаты)<br>для AP    | $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 9 \\ 9 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 9 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 9 & 0 \end{bmatrix}$ | $\begin{matrix} (0,0) & (0,3) & (0,4) & (0,7) \\ (4,0) & (4,3) & (4,4) & (4,9) \\ (5,0) & (5,3) & (5,4) & (5,9) \\ (6,0) & (6,3) & (6,4) & (6,9) \\ (13,0) & (13,3) & (13,4) & (13,9) \end{matrix}$ | $\begin{bmatrix} 7 & 12 & 14 & 3 & 6 \\ 6 & 7 & 12 & 14 & 3 \\ 3 & 6 & 7 & 12 & 14 \\ 14 & 3 & 6 & 7 & 12 \\ 12 & 14 & 3 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 27 & 1 & 5 & 11 & 24 & 25 \\ 25 & 27 & 1 & 5 & 11 & 24 \\ 24 & 25 & 27 & 1 & 5 & 11 \\ 11 & 24 & 25 & 27 & 1 & 5 \\ 5 & 11 & 24 & 25 & 27 & 1 \\ 1 & 5 & 11 & 24 & 25 & 27 \end{bmatrix}$ | $\begin{matrix} 8 & 1 & 6 & 16 & 2 & 12 & 24 & 3 & 18 \\ 3 & 5 & 7 & 6 & 10 & 14 & 9 & 15 & 21 \\ 4 & 9 & 2 & 8 & 18 & 4 & 12 & 27 & 6 \\ 24 & 3 & 18 & 8 & 1 & 6 & 16 & 2 & 12 \\ 9 & 15 & 21 & 3 & 5 & 7 & 6 & 10 & 14 \\ 12 & 27 & 6 & 4 & 9 & 2 & 8 & 18 & 4 \\ 16 & 2 & 12 & 24 & 3 & 18 & 8 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 14 & 9 & 15 & 21 & 3 & 5 & 7 \\ 8 & 18 & 4 & 12 & 27 & 6 & 4 & 9 & 2 \end{matrix}$ |
| Пространственные частоты                 |               |    |   |   |   |
| $\Delta w_{0,707}(\text{rad})$           | 0,3425   | 0,4497  | 0,1222  | 0,0524   | 0,0609   |
| $m$                                      | 0,2940   | 0,2396  | 0,1982  | 0,1673   | 0,1093   |
| $N_0$                                    | 16   | 20  | 25  | 36   | 81   |
| $M$                                      | 13×13  | 13×9  | 42×42   | 93×93  | 90×90  |
| $S$                                      | 169  | 117   | 1764  | 8649   | 8100   |
| $\alpha$                                 | 0,0947   | 0,1709  | 0,0142  | 0,0042   | 0,0100   |
| $\beta$                                  | 1,2308   | 1,8490  | 0,5952  | 0,3871   | 0,9000   |

Таблица 3. Диаграммы направленности АР на основе латинских квадратов и метода Коплловича

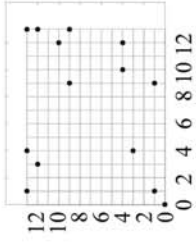
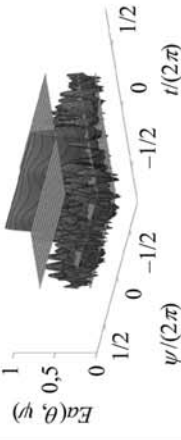
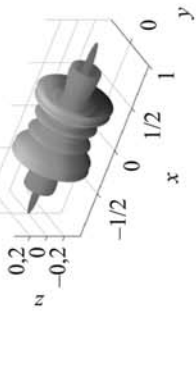
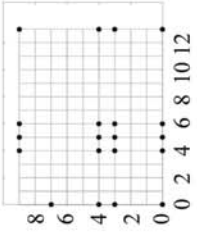
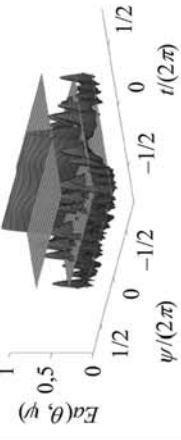
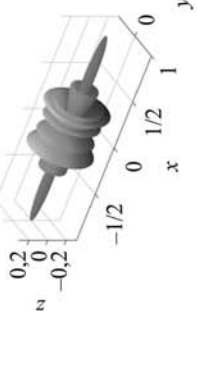
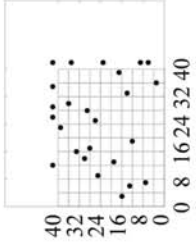
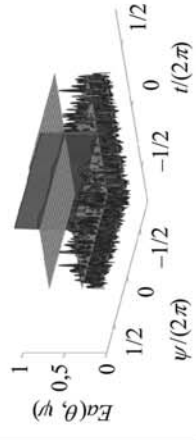
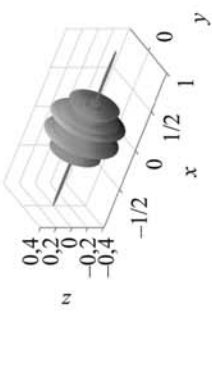
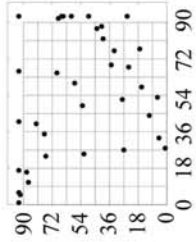
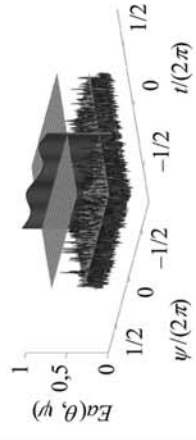
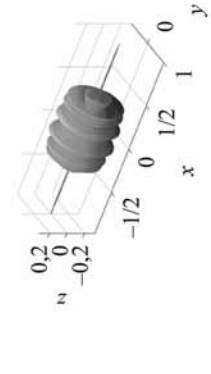
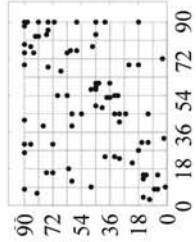
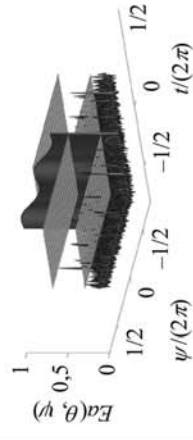
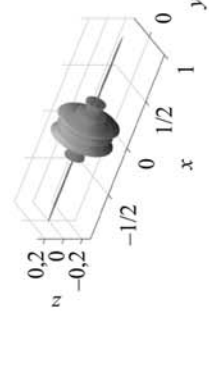
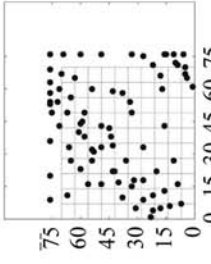
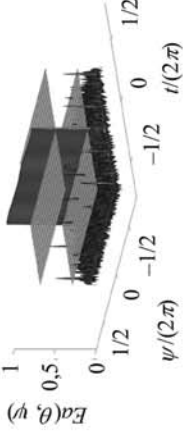
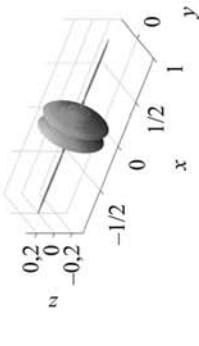
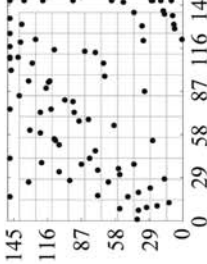
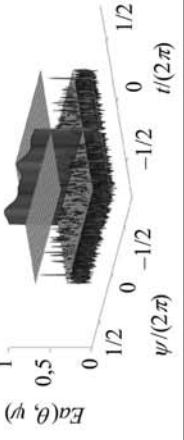
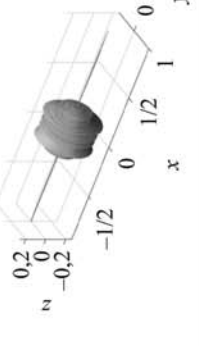
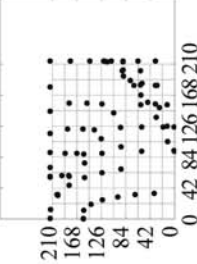
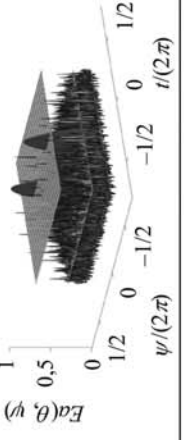
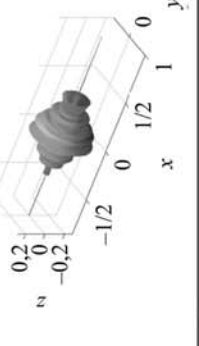
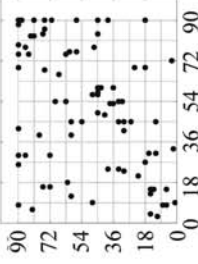
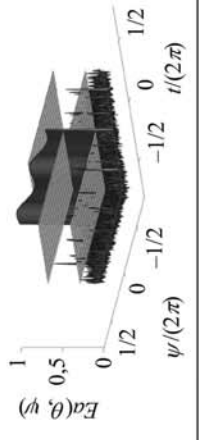
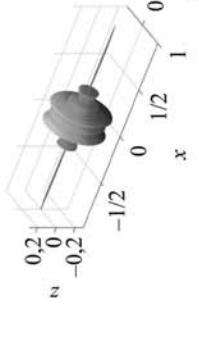
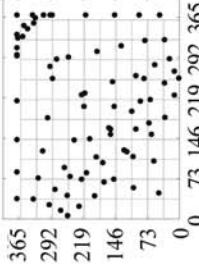
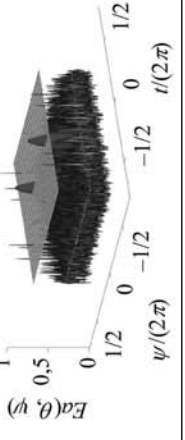
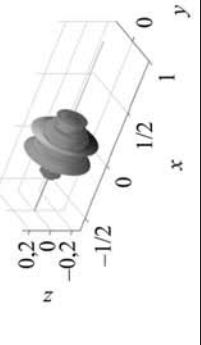
| Тип матрицы | Распределение АР  | ДН в декартовой системе  | ДН в полярной системе   |
|-------------|---|--|---|
| LC4         |    |    |    |
| K20         |    |    |    |
| LC5         |    |    |    |
| LC6         |   |   |   |
| LMS         |  |  |  |

Таблица 4. Характеристики АР на основе латинских и магических квадратов

| Характеристика                             | Тип матрицы   |  |   |  |         |  |
|--|---|--|---|--|---------|--|
|  | LC9s  | LC9m   | LC9b  | LM3  | M9      |  |
| Параметры дизайна<br>( $\nu, k, \lambda$ ) | $A(19, 9, 4)$   | $A(37, 9, 2)$  | $A(73, 9, 1)$   |  |         |  |
| Квадрат<br>(или координаты)<br>для АР      | <pre> 7 9 11 16 17 1 4 5 6 6 7 9 11 16 17 1 4 5 5 6 7 9 11 16 17 1 4 4 5 6 7 9 11 16 17 1 1 4 5 6 7 9 11 16 17 17 1 4 5 6 7 9 11 16 16 17 1 4 5 6 7 9 11 11 16 17 1 4 5 6 7 9 9 11 16 17 1 4 5 6 7                     </pre> | <pre> 12 16 26 33 34 1 7 9 10 10 12 16 26 33 34 1 7 9 9 10 12 16 26 33 34 1 7 7 9 10 12 16 26 33 34 1 1 7 9 10 12 16 26 33 34 34 1 7 9 10 12 16 26 33 33 34 1 7 9 10 12 16 26 26 33 34 1 7 9 10 12 16 16 26 33 34 1 7 9 10 12                     </pre> | <pre> 35 57 0 1 12 20 26 30 33 33 35 57 0 1 12 20 26 30 30 33 35 57 0 1 12 20 26 26 30 33 35 57 0 1 12 20 20 26 30 33 35 57 0 1 12 12 20 26 30 33 35 57 0 1 1 12 20 26 30 33 35 57 0 0 1 12 20 26 30 33 35 57 57 0 1 12 20 26 30 33 35                     </pre> | <pre> 8 1 6 16 2 12 24 3 18 3 5 7 6 10 14 9 15 21 4 9 2 8 18 4 12 27 6 24 3 18 8 1 6 16 2 12 9 15 21 3 5 7 6 10 14 12 27 6 4 9 2 8 18 4 16 2 12 24 3 18 8 1 6 6 10 14 9 15 21 3 5 7 36 38 49 60 71 73 3 14 25 37 48 59 70 81 2 13 24 35                     </pre> |         |  |
| Пространственные частоты                   |   |  |   |  |         |  |
| $\Delta w_{0,707}(\text{rad})$             | 0,0636  | 0,0301   | 0,0175  | 0,0609   | 0,0175  |  |
| $m$  | 0,1108  | 0,1118   | 0,1181  | 0,1093   | 0,1105  |  |
| $N_0$                                      | 81  | 81   | 81  | 81   | 81      |  |
| $M$  | 76×76   | 148×148  | 214×214   | 90×90  | 369×369 |  |
| $S$  | 5776  | 21904  | 45796   | 8100   | 136161  |  |
| $\alpha$                                   | 0,0140  | 0,0037   | 0,0018  | 0,0100   | 0,0059  |  |
| $\beta$                                    | 1,0658  | 0,5473   | 0,3785  | 0,9000   | 0,2195  |  |

Таблица 5. ДН АР на основе латинских и магических квадратов

| Тип матрицы | Распределение АР  | ДН в декартовой системе  | ДН в полярной системе   |
|-------------|---|--|---|
| <i>LC9s</i> |    |    |    |
| <i>LC9m</i> |    |    |    |
| <i>LC9b</i> |    |    |    |
| <i>LM3</i>  |   |   |   |
| <i>M9</i>   |  |  |  |

множества  $M$  для латинского квадрата и использовать этот новый квадрат для построения АР, в результате мы получим АР, которая гарантирует почти полную площадь покрытия, со значительно меньшей избыточностью.

**3. Правило вычисления координат элементов неэквилистантной решетки на основе латинских квадратов и основные результаты.** Мы будем рассматривать элементы  $S_{l,j}$  латинского квадрата как расстояния между смежными элементами АР (элементы интерферометра) [1–3]. Это означает, что координаты элементов, составляющих АР, можно записать в терминах значений элемента  $S_{l,j}$  квадрата в столбцах  $l$  и  $j$ :

$$x_{l,j} = \sum_{j=1}^j S_{l,j} = x_{l,j-1} + S_{l,j},$$

$$y_{l,j} = \sum_{j=1}^j S_{l,j} = y_{l-1,j} + S_{l,j},$$
(8)

где  $x_{l,j}$  – абсцисса;  $y_{l,j}$  – ордината.

Полученные комплексные целые  $Z_{l,j} = X_{l,j} + iY_{l,j}$  гауссовы числа определяют координаты элементов АР. Координаты  $Z_{l,j}$  элемента смещены от предыдущих элементов вдоль оси абсцисс и оси ординат на величину  $S_{l,j}$ . При этом матрица  $\|Z\|$  получается на основе порождающей матрицы  $\|S\|$ , элементы которой являются элементами латинского квадрата. Она определяет координаты элементов двумерной неэквилистантной АР.

Пространственные покрывающие частоты  $x_m, y_p$  по осям  $x, y$  определяются разностью координат элементов массива:

$$x_m = x_{i,j} - x_{l,k},$$

$$y_p = y_{i,j} - y_{l,k}.$$
(9)

При разработке АР обычно создается массив, обеспечивающий необходимые пространственные частоты, которые имеют минимальное количество элементов и допустимые значения уровней боковых лепестков. Одна из важных задач – найти нерезервированную конфигурацию с заданным количеством элементов, которая обеспечивает полное покрытие центральной области максимального размера в плоскости пространственных частот ( $u, v$ -плоскость).

**4. Характеристики АР на основе латинских квадратов и метода Копиловича** показаны в табл. 2, 3. При этом  $LC4, LC5, LC6, LM3$  обозначают различные типы генерирующих матриц для АР, упомянутые выше, а  $K20$  – двумерная АР, содержащая 20 точек, созданная Л. Копиловичем с помощью ЦРМ.

Определим наиболее часто употребляемые параметры АР [7], которые представлены в табл. 2, 3:

- эффективная ширина главного лепестка ( $\Delta w_{0,707}$ ) на уровне половинной мощности;
- средний уровень боковых лепестков

$$m = \sqrt{\frac{\sum_{\Delta\psi=-\pi}^{\pi} \left( \sum_{\Delta t=-\pi}^{\frac{\Delta w}{2}} \sum_{n=1}^N |F(\Delta t, \Delta\psi)| + \sum_{\Delta t=\frac{\Delta w}{2}}^{\pi} \sum_{n=1}^N |F(\Delta t, \Delta\psi)| \right)^2}{N_{\max}}},$$
(10)

где суммирование производится вне главного лепестка диаграммы направленности (ДН) вдоль  $N_{\max}$  пикселей;

- коэффициент заполнения АР

$$\alpha = \frac{N_0}{v},$$
(11)

где  $N_0$  – количество элементов решетки;  $v$  – количество узлов эквидистантной решетки, в которой они могут быть расположены;

- коэффициент избыточности

$$\beta = \frac{N_0}{\sqrt{S}},$$
(12)

где  $S$  – площадь соответствующей эквидистантной решетки. Для прямоугольных, полностью заполненных эквидистантных решеток  $S$  и  $N_0 = n^2$ . Размер стороны массива обозначен символом  $M$ .

Из анализа табл. 2 можно сделать следующие выводы:

- 1) Сравнение характеристик  $LC4, LC5$  и  $K20$  показывает, что АР, основанные на латинском квадрате, использующем ЦРМ как элементы, имеют лучшие характеристики, чем АР, содержащие 20 элементов, созданные Л. Копиловичем с помощью ЦРМ. Ширина главного лепестка ДН АР, средний уровень боковых лепестков ДН АР, а также коэффициенты заполнения и избыточности  $LC4$  и  $LC5$  лучше.



2) Сравнение характеристик  $LC5$ ,  $LC6$ ,  $LM3$  показывает, что АР, основанные на латинском квадрате, использующем ЦРМ в качестве элементов, имеют лучшие характеристики, чем АР на основе латинского квадрата, использующего магический квадрат в качестве элементов по ширине главного лепестка ДН АР, а также в коэффициентах заполнения и избыточности. Хотя средний уровень боковых лепестков ДН АР на основе латинского квадрата, использующего магический квадрат в качестве элементов, лучше из-за более широкого диапазона, полностью покрытых пространственных частот с большим количеством дубликатов, т. е. большей избыточности.

3) Сравнение характеристик  $LC4$ ,  $LC5$ ,  $LC6$  показывает, что для латинского квадрата, принимающего ЦРМ в качестве элементов, учитывая параметры дизайна ( $v$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ), параметр  $v$  будет играть главную роль в размере решетки, т. е. определяет ширину основного лепестка ДН АР. Чем больше  $v$ , тем меньшую ширину главного лепестка АР мы получим. Учитывая определение  $k$  и  $\lambda$  в блочном дизайне (комбинаторной математике) [9],  $k$  означает количество точек в блоке (подмножестве), а  $\lambda$  – количество блоков (подмножеств), содержащих любые две конкретные точки (т. е. пары). Эти два параметра будут влиять на избыточность АР. Рассмотрев уравнение (2), можно определить соотношения ( $v$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ) для ЦРМ. Эти три параметра будут влиять на средний уровень боковых лепестков ДН АР. Кроме того, мы можем, в соответствии с требованиями задачи, проектировать эти параметры дизайна.

**5. Характеристики АР на основе латинских и магических квадратов.** Из табл. 1 следует, что для одного и того же количества точек в подмножестве  $k$  существуют различные проектные параметры  $v$ ,  $\lambda$  для ЦРМ. Следовательно, когда число элементов решетки является постоянным, можно построить латинский квадрат на основе порождающей матрицы, использующей ЦРМ других  $v$  и  $\lambda$  в качестве элементов для создания решеток различных конструкций. В частности, при  $k = 9$  мы имеем три разных ЦРМ, а именно  $C9s = A(19,9,4) = \{1,4,5,6,7,9,11,16,17\}$ ,  $C9m = A(37,9,2) = \{1,7,9,10,12,16,26,33,34\}$ ,  $C9b = A(73,9,1) = \{0,1,12,20,26,30,33,35,57\}$ , в качестве элементов латинского квадрата 9-го порядка

как порождающие матрицы, для дальнейшего создания АР.

Полученные с использованием предлагаемого подхода результаты показаны в табл. 4, 5. При этом  $LC9s$ ,  $LC9m$ ,  $LC9b$ ,  $LM3$  обозначают различные типы порождающих матриц и АР на основе латинских квадратов, рассмотренных выше, а  $M9$  обозначает порождающую матрицу и АР на основе магического квадрата 9-го порядка [2], а именно:

$$M9 = \begin{bmatrix} 47 & 58 & 69 & 80 & 1 & 12 & 23 & 34 & 45 \\ 57 & 68 & 79 & 9 & 11 & 22 & 33 & 44 & 46 \\ 67 & 78 & 8 & 10 & 21 & 32 & 43 & 54 & 56 \\ 77 & 7 & 18 & 20 & 31 & 42 & 53 & 55 & 66 \\ 6 & 17 & 19 & 30 & 41 & 52 & 63 & 65 & 76 \\ 16 & 27 & 29 & 40 & 51 & 62 & 64 & 75 & 5 \\ 26 & 28 & 39 & 50 & 61 & 72 & 74 & 4 & 15 \\ 36 & 38 & 49 & 60 & 71 & 73 & 3 & 14 & 25 \\ 37 & 48 & 59 & 70 & 81 & 2 & 13 & 24 & 35 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Определения параметров в табл. 3 те же, что в табл. 2.

Из табл. 3 можно сделать следующие выводы:

1) Сравнение характеристик  $LC9s$ ,  $LC9m$  и  $LC9b$  показывает, что в АР, основанных на латинском квадрате, принимающем ЦРМ как элементы, с параметрами дизайна ( $v$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ), параметр  $v$  будет играть главную роль в размере решетки, т. е. может определять ширину основного лепестка ДН АР при наличии определенного количества антенных элементов  $k^2$ . Чем больше  $v$ , тем меньше ширина главного лепестка АР и тем меньшие коэффициенты избыточности и заполнения мы получим. Однако уменьшение избыточности АР приводит к увеличению среднего уровня боковых лепестков ДН АР и увеличению неравномерности распределения покрываемых пространственных частот АР, которые могут больше не удовлетворять условиям полного покрытия.

2) Сравнение характеристик  $LC9s$ ,  $LC9m$ ,  $LC9b$  и  $LM3$  показывает, что АР, основанные на латинском квадрате, принимающем ЦРМ как элементы, имеют лучшие характеристики, более разнообразны и гибки, чем АР на основе латинского квадрата, использующего магический квадрат в качестве элемента в ширине главного лепестка ДН АР, при наличии опре-

деленного количества антенных элементов  $k^2$ . В зависимости от потребностей, можно использовать АР с более узкими главными лепестками ДН, больших размеров и с меньшими коэффициентами избыточности (заполнения)  $LC9b$ , или АР с более низким уровнем бокового лепестка ДН ( $LC9s$ ), или АР, обладающие промежуточными характеристиками ( $LC9m$ ).

3) Сравнение характеристик  $LC9a$ ,  $LM3$ ,  $M9$  показывает, что лучше использовать АР на основе магического квадрата 9-го порядка как порождающего квадрата, чтобы получить АР большего размера при наличии определенного количества антенных элементов  $k^2$ . Следует отметить, что полученные распределения пространственных частот не одинаковы для абсцисс и ординат и не обеспечивают полное покрытие. Сравнение их ДН показывает, что ДН АР на основе магического квадрата 9-го порядка как порождающего квадрата сильно зависит от азимута  $\psi$ . Этот угол отсчитывается от оси  $X$  на плоскости решетки. Это не способствует ее использованию в качестве фазированной АР. Но ДН АР, основанная на латинском квадрате, принимающем ЦРМ как элементы, является хорошим решением этой проблемы.

**Выводы.** Рассмотрена возможность построения неэквилистантных АР на основе латинских квадратов, в которых ЦРМ используются в качестве элементов. Алгоритм вычисления координат АР с использованием значений элементов латинских квадратов в этом случае такой же, как при построении решетки на основе магических квадратов [1–3]. Он основан на использовании значения элемента порождающей матрицы (сформированного квадрата) в качестве основы интерферометра, образованного соседними элементами. Показано, что полученные АР обеспечивают почти пол-

ное покрытие пространственных частот в области расположения элементов и достаточно малый коэффициент избыточности. Были изучены диаграммы направленности АР и оценены уровни боковых лепестков полученных неэквилистантных антенн.

Установлено, что АР, полученные на основе латинских квадратов, использующие ЦРМ в качестве элементов, имеют лучшие характеристики по сравнению с АР, созданными Л. Копиловичем, и АР на основе латинского квадрата, использующего магический квадрат в качестве элементов. Полученные результаты открывают новые возможности создания неэквилистантных антенных решеток с малыми коэффициентами заполнения и избыточности и допустимыми значениями бокового излучения. По характеристикам они лучше, чем неэквилистантные двумерные решетки, используемые до настоящего времени, построенные только на основе циклических разностных множеств.

Показана возможность синтеза больших АР на основе композиции квадратов, использующих ЦРМ для образования элементов латинских квадратов. Изучены характеристики полученных решеток. Показано, что применение латинского квадрата, использующего ЦРМ в качестве элементов в синтезированной матрице, позволяет значительно улучшить его характеристики, а также обеспечивает возможность более гибкого изменения параметров дизайна ( $v$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ).

Разработанные подходы к синтезу неэквилистантных АР могут использоваться при проектировании антенн низкочастотных радиотелескопов, радиолокаторов с фазированной АР, а также систем мониторинга сейсмической и грозовой активности литосферного либо атмосферного происхождения.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Луценко В. И., Луценко И. В., Попов И. В., Соболяк А. В., Ло Иян. Использование свойств магических квадратов для апертурного синтеза. 8-я Междунар. конф. «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации»: материалы конф. (Суздаль, Россия, 20–23 сент. 2015), Суздаль, Россия: Российское НТОРЭС им. А. С. Попова, 2015. С. 215–219.
2. Lutsenko V. I., Popov I. V., Lutsenko I. V., Luo Yiyang, Mazurenko A. V. Nonequidistant Two-Dimensional Antenna Arrays are Based on Magic Squares. 2016 9<sup>th</sup> Int. Kharkiv Symp. Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW): Proc. Kharkov, Ukraine, 21–24 June 2016. IEEE Catalog Number CFP16780-CDR ISBN 978-1-5090-2266-3.
3. Kravchenko V. F., Lutsenko V. I., Lutsenko I. V., Luo Yi-yang, Mazurenko A. V., Popov I. V. Non-equidistant two-dimensional antenna arrays based on “magic” squares. *Journal of Measurement Science and Instrumentation*. 2017. Vol. 8, N 3. P. 244–253.

4. Кравченко В. Ф., Луценко В. И., Ло Иян, Попов И. В. Неэквидистантные двумерные антенные решетки на основе латинских квадратов. *Физические основы приборостроения*. 2018. Т. 7, № 1(27). Р. 4–23.
5. Kopilovich L. E., Sodin L. G. Linear Non-Equidistant Antenna Arrays. *Multielement System Design in Astronomy and Radio Science*. Astrophysics and Space Science Library. 2001. Vol. 268, Ch. 6. P. 77–96. SPRINGER-SCIENCE+BUSINESS MEDIA, B.V. DOI: 10.1007/978-94-015-9751-7.
6. Копилович Л. Е. Безыбыточные конфигурации антенн на двумерной апертуре интерферометра, дающие полное покрытие центральных областей в плоскости пространственных частот. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2012. Т. 17, № 2. С. 176–181.
7. Kopilovich L. E., Sodin L. G. *Multielement System Design In Astronomy And Radio Science*. Springer Netherlands, 2001. 268 p.
8. Thinned aperiodic antenna arrays with improved peak side lobe level control: Pat. USA 4,071,848 / Leeper D. C., 31/01 1978.
9. Colbourn C. J., Dinitz J. H. *Handbook of Combinatorial Designs*. 2<sup>nd</sup> ed. Boca Raton: Chapman & Hall/ CRC, 2007. ISBN 1-58488-506-8.
10. Baumert L. D. *Cyclic Difference Sets*. Lecture Notes in Mathematics. Vol. 182. Springer-Verlag, 1971. 172 p.
11. Björner A., Stanley R. P. *A Combinatorial Miscellany*. Geneva: L'Enseignement Mathématique, 2010. 164 p.
12. Dénes J., Keedwell A. D. *Latin squares and their applications*. New York–London: Academic Press, 1974. 547 p. ISBN 0-12-209350-X. MR 0351850.

Стаття надійшла 12.03.2018

## REFERENCES

1. Lutsenko, V. I., Lutsenko, I. V., Popov, I. V., Sobolyak, A. V., Luo Yi-yang, 2015. Using the properties of magic squares for aperture synthesis. In: *8<sup>th</sup> Int. Conf. Acousto-optical and radar measurement and information processing methods*. Suzdal, Russia, 20–23 Sept. 2015. Suzdal, Russia: Russian National Technical Society A. S. Popov, pp. 215–219 (in Russian).
2. Lutsenko, V. I., Popov, I. V., Lutsenko, I. V., Luo Yiyang, Mazurenko, A. V., 2016. Nonequidistant Two-Dimensional Antenna Arrays are Based on Magic Squares. In: *2016 9<sup>th</sup> Int. Kharkiv Symp. Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW)*: Proc. Kharkov, Ukraine, 21–24 June 2016. IEEE Catalog Number CFP16780-CDR ISBN 978-1-5090-2266-3.
3. Kravchenko, V. F., Lutsenko, V. I., Lutsenko, I. V., Luo Yi-yang, Mazurenko, A. V., Popov, I. V., 2017. Non-equidistant two-dimensional antenna arrays based on “magic” squares. *Journal of Measurement Science and Instrumentation*, **8**(3), pp. 244–253.
4. Kravchenko, V. F., Lutsenko, V. I., Luo Yi-yang, Popov, I. V., 2018. Nonequidistant two-dimensional antenna arrays based on Latin squares. *Physical basis of instrument making*, **7**(1(27)), pp. 4–23 (in Russian).
5. Kopilovich, L. E., Sodin, L. G., 2001. Linear Non-Equidistant Antenna Arrays. In: *Multielement System Design in Astronomy and Radio Science*. Astrophysics and Space Science Library, **268**, pp. 77–96. SPRINGER-SCIENCE+BUSINESS MEDIA, B.V. Ch. 6. DOI: 10.1007/978-94-015-9751-7.
6. Kopilovich, L. E., 2012. Non-redundant antenna configurations on a two-dimensional aperture of the interferometer, giving a complete coverage of the central regions in the plane of spatial frequencies. *Radiophysics and radio astronomy*, **17**(2), pp. 1176–1182 (in Russian).
7. Kopilovich, L. E., Sodin, L. G., 2001. *Multielement System Design In Astronomy And Radio Science*. Springer Netherlands.
8. Leeper D. C. Thinned aperiodic antenna arrays with improved peak side lobe level control, 1978. USA. Pat. 4,071,848.
9. Colbourn, C. J., Dinitz, J. H., 2007. *Handbook of Combinatorial Designs*. 2<sup>nd</sup> ed. Boca Raton: Chapman & Hall/ CRC. ISBN 1-58488-506-8.
10. Baumert, L. D., 1971. *Cyclic Difference Sets*. Lecture Notes in Mathematics, **182**. Springer-Verlag.
11. Björner, A., Stanley, R. P., 2010. *A Combinatorial Miscellany*. Geneva: L'Enseignement Mathématique.
12. Dénes, J., Keedwell, A. D., 1974. *Latin squares and their applications*. New York–London: Academic Press. ISBN 0-12-209350-X. MR 0351850.

Received 12.03.2018

Guo Qiang<sup>1</sup>, Luo Yi-yang<sup>2</sup>, V. I. Lutsenko<sup>3</sup>, Zheng Yu<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Harbin Engineering University, Ministry of Industry and Information of the PRC  
145 Nantong St., Nangang District, Harbin, 150001, P.R.China

<sup>2</sup> National Aerospace University H.E. Zhukovsky “Kharkiv Aviation Institute”  
17 Chkalov st., Kharkov, 61070, Ukraine

<sup>3</sup> O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of NAS of Ukraine  
12 Acad. Proskury st., Kharkov, 61085, Ukraine

<sup>4</sup> Institute of Electronics and Computer Science, Qingdao University  
308 Ningxia Rd., Qingdao, Shangdong, P.R.China

## NONEQUIDISTANT TWO-DIMENSIONAL ANTENNA ARRAYS SYNTHESIZED USING LATIN SQUARES AND CYCLIC DIFFERENCE SETS

**Subject and purpose.** Recently, there has been an interest in the use of non-equidistant active phased antenna arrays (AA) in airborne radars to facilitate the aerodynamics of the thermal regimes of their operation. Non-equidistant linear AAs reduce the number of antenna elements without noticeable loss of resolution (accuracy) and at the same time maintain a low level of

side lobes. Almost all large antennas of radio telescopes and long-range radars are grids with non-equidistant arrangement of elements and with an unfilled aperture. The aim of this work is to develop new and non-traditional methods for constructing non-equidistant antenna arrays using Latin squares and cyclic difference sets.

**Methods and methodology.** The algorithm for calculating the coordinates of the antenna arrays using the values of the elements of Latin squares in this case is the same as in the construction of a lattice based on magic squares. It is based on the use of the value of the element of the generating matrix (the formed square) as the basis of the interferometer formed by the neighboring elements. The directivity patterns of the AAs were studied and the side lobe levels of the resulting non-equidistant antennas were estimated.

**Results.** The possibility of synthesizing large AAs based on the composition of squares using cyclic difference sets (CDS) for the formation of elements of Latin squares is shown. A method for their construction and a synthesis algorithm are proposed. The properties of this type of antenna arrays, which provide a sufficiently low side radiation at a high degree of rarefaction, are studied. The features and main characteristics of such antennas are investigated.

**Conclusions** are made about the novelty of the proposed concept of constructing non-equidistant antenna arrays on the basis of Latin squares accepting the CDS as elements and its advantages in comparison with known methods. The possibility of synthesizing large antenna arrays on the basis of the composition of squares using the CDS for forming elements of Latin squares with small filling and redundancy coefficients and permissible values of lateral radiation is shown. In terms of characteristics, they are better than non-equidistant two-dimensional lattices, used up to the present time, constructed only on the basis of cyclic difference sets. The characteristics of the obtained lattices are studied. It is shown that the use of the Latin square, using the CDS as elements in the synthesized matrix, significantly improves its characteristics, and also provides a more flexible variation of the design parameters ( $v, k, \lambda$ ).

**Key words:** non-equidistant lattice antennas, cyclic difference sets, Latin square, compound squares, covered frequencies.

Гуо Цян<sup>1</sup>, Ло Іан<sup>2</sup>, В. І. Луценко<sup>3</sup>, Джин Юн<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Харбінський інженерний університет, Міністерство промисловості та інформації КНР  
145, вул. Наньтун, район Нангал, Харбін, 150001, КНР

<sup>2</sup> Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського "ХАІ"  
17, вул. Чкалова, Харків, 61085, Україна

<sup>3</sup> Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України  
12, вул. Акад. Проскури, Харків, 61085, Україна

<sup>4</sup> Інститут електроніки та інформатики Ціндаоского університету  
308, просп. Нінся, Ціндао, провінція Шаньдун, КНР

#### НЕЕКВИДИСТАНТНІ ДВОВИМІРНІ АНТЕННІ РЕШІТКИ, СИНТЕЗОВАНІ З ВИКОРИСТАННЯМ ЛАТИНСЬКИХ КВАДРАТІВ І ЦИКЛІЧНИХ РІЗНИЦЕВИХ МНОЖИН

**Предмет і мета роботи.** Останнім часом зростає інтерес до використання нееквидистантних активних фазованих антенних решіток (АР) у радіолокаторах літаків для покращення аеродинаміки термічних режимів їх роботи. Нееквидистантні лінійні АР зменшують кількість елементів антени без помітної втрати розділення (точності), водночас підтримуючи низький рівень бічних пелюсток. Майже всі великі антени радіотелескопів та далеких радіолокаторів є решітками з нееквидистантним розташуванням елементів і з незаповненою апертурою. Метою цієї роботи є розроблення нових і нетрадиційних методів побудови нееквидистантних АР за допомогою латинських квадратів і циклічних різницевих множин.

**Методи і методологія роботи.** Алгоритм обчислення координат АР з використанням значень елементів латинських квадратів у цьому випадку такий самий, як при побудові решітки на основі магічних квадратів. Він заснований на використанні значення елемента породжувальної матриці (сформованого квадрата) в якості основи інтерферометра, утвореного сусідніми елементами. Вивчено діаграми направленості АР і оцінено рівні бічних пелюсток, утворених нееквидистантними антенами.

**Результати роботи.** Показано можливість синтезу великих АР на основі композиції квадратів, що використовують циклічні різницеві множини (ЦРМ) для утворення елементів латинських квадратів. Запропоновано метод їх побудови та алгоритм синтезу. Вивчено властивості АР такого типу, які забезпечують при високому ступені розділення досить мале бічне випромінювання. Досліджено особливості та основні характеристики таких антен.

**Висновок.** Зроблено висновки про новизну запропонованої концепції побудови нееквидистантних АР на основі латинських квадратів, елементами яких є ЦРМ, та про переваги цієї концепції в порівнянні з відомими методами. Показано можливість синтезу великих АР на основі композиції квадратів, що використовують ЦРМ для утворення елементів латинських квадратів з малими коефіцієнтами заповнення і надмірності та допустимими значеннями бічного випромінювання. За характеристиками вони краще, ніж використовувані до теперішнього часу нееквидистантні двовимірні решітки, побудовані на основі тільки ЦРМ. Вивчено характеристики отриманих решіток. Показано, що застосування латинського квадрата, в якому ЦРМ використано як елементи синтезованої матриці, дозволяє значно поліпшити його характеристики, а також забезпечує можливість більш гнучкої зміни параметрів дизайну ( $v, k, \lambda$ ).

**Ключові слова:** нееквидистантні антенні решітки, циклічні різницеві множини, латинський квадрат, складені квадрати, охоплені частоти.