

doi: <https://doi.org/10.15407/kfnt2019.04.003>

УДК 523.9-72

Б. А. Шахов, Ю. И. Федоров, Ю. Л. Колесник

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
ул. Академика Заболотного 27, Киев, Украина, 03143
shakhov@mao.kiev.ua
fedorov@mao.kiev.ua
kolesnyk@mao.kiev.ua

Кинетика распространения заряженных частиц в магнитном поле при различных направлениях их инжекции

На основе кинетического уравнения Фоккера — Планка рассмотрено распространение заряженных частиц высокой энергии в магнитном поле, представляющем собой суперпозицию однородного среднего магнитного поля и магнитных неоднородностей различных масштабов. Получено аналитическое выражение для функции распределения космических лучей, соответствующее мгновенной инжекции частиц в направлении, перпендикулярном к регулярному магнитному полю. При испускании частиц вдоль среднего магнитного поля использовано решение кинетического уравнения в малоугловом приближении. Показано, что пространственно-временное распределение частиц существенным образом зависит от направления их инжекции. На основе полученных решений кинетического уравнения проанализирована эволюция функции углового распределения солнечных космических лучей.
Ключевые слова: космические лучи, кинетическое уравнение, диффузия.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование распространения космических полей (КЛ) в магнитных полях гелиосферы представляет собой актуальную проблему современной астрофизики. Солнечные космические лучи (СКЛ) содержат информацию о процессах ускорения заряженных частиц во время солнечных вспышек, их распространения в турбулентных магнитных

полях межпланетной среды. СКЛ наряду с электромагнитными полями и потоками частиц солнечного ветра являются одним из факторов космической погоды [27, 31].

Основным механизмом, который контролирует распространение КЛ в межпланетной среде, является рассеяние заряженных частиц на неоднородностях магнитного поля [4, 18, 20]. Если рассеяние КЛ в межпланетной среде достаточно эффективно, так что транспортный пробег частиц мал по сравнению с гелиоцентрическим расстоянием, то для описания распространения КЛ можно использовать уравнение диффузии [4, 11, 13, 18, 19, 20].

Описание распространения СКЛ на основе телеграфного уравнения рассмотрено в работах [13, 15, 17, 23, 24]. При таком подходе учитываются черты как диффузионного, так и волнового распространения. В отличие от уравнения диффузии, соответствующего бесконечной скорости распространения возмущений, телеграфное уравнение характеризуется конечной скоростью распространения «сигнала», которая пропорциональна скорости частицы.

Ряд вспышек СКЛ, зарегистрированных на мировой сети нейтронных мониторов и на космических аппаратах, демонстрируют временные профили интенсивности КЛ, которые существенно отличаются от диффузионных [7, 8, 28, 31, 33]. К наиболее ярким представителям протонных событий «недиффузионного» типа можно отнести вспышки СКЛ 17 мая 1978 г. [31, 33], 16 февраля 1982 г. [6, 8], 22 октября 1989 г. [7, 27, 29, 32], 24 мая 1990 г. [9], 20 января 2005 г. [26, 28]. Данные вспышки СКЛ характеризуются быстрым увеличением интенсивности КЛ на орбите Земли и быстрым уменьшением интенсивности после достижения максимума, высокой анизотропией потока частиц, жестким энергетическим спектром [26—28, 31, 33]. Значение транспортного пробега КЛ во время этих событий сравнимо с одной астрономической единицей или превышает ее [6—8, 26]. Анизотропные протонные события, в которых частицы приходят в точку наблюдения в виде узкого направленного потока, а интенсивность КЛ показывает импульсный всплеск в начале события, наблюдались также и на космических аппаратах [6, 7, 9, 27, 29]. Спутниковые наблюдения позволяют получать информацию о низкоэнергичной части спектра КЛ. Таким образом, анизотропные вспышки СКЛ наблюдаются в широком диапазоне энергий частиц.

Диффузионное описание распространения КЛ в периоды анизотропных протонных событий становится некорректным и необходимо использовать кинетические уравнения [1, 4, 10]. Распространение КЛ в межпланетной среде на основе кинетического уравнения Больцмана рассмотрено в работах [14, 22, 34]. В данном случае рассеяние КЛ на неоднородностях магнитного поля имеет место на произвольные (в том числе и на значительные) углы. Кинетическое уравнение Фоккера — Планка соответствует многократному рассеянию частиц на малые углы, а интеграл столкновений этого уравнения описывает диффузию

КЛ в импульсном пространстве. Описание переноса КЛ в межпланетном пространстве на основе кинетического уравнения Фоккера — Планка проведено в работах [1, 3, 10, 12, 16, 21, 25, 30].

Кинетическое уравнение, описывающее распространение КЛ в межпланетных магнитных полях, имеет следующий вид [1, 4, 10, 12]:

$$\frac{df}{dt} + v \frac{df}{dz} = \tilde{D} \frac{d^2 f}{dz^2} + Q(z, \theta, t), \quad (1)$$

где $f(z, \theta, t)$ — функция распределения КЛ, v — скорость частицы, z — координата вдоль однородного регулярного магнитного поля, $\theta = \cos(\alpha)$ — питч-угол). Предполагаем, что функция распределения КЛ зависит от единственной пространственной координаты z . Последнее слагаемое в левой части кинетического уравнения (1) описывает процесс рассеяния частиц на неоднородностях магнитного поля. Диффузия частиц по питч-углам характеризуется коэффициентом \tilde{D} . В правую часть кинетического уравнения входит источник частиц Q .

Транспортный пробег КЛ может быть вычислен исходя из коэффициента диффузии частиц \tilde{D} по формуле [5, 18, 19, 20]

$$\lambda = \frac{3v}{8} \sqrt{\frac{1 - \theta^2}{\tilde{D}}}. \quad (2)$$

Введем следующие безразмерные переменные:

$$y = \frac{z}{\lambda}, \quad \tau = \frac{vt}{\lambda}. \quad (3)$$

В безразмерных переменных кинетическое уравнение (1) приобретает вид

$$\frac{df}{d\tau} + \frac{df}{dy} = D \frac{d^2 f}{dy^2} + Q(y, \theta, \tau), \quad (4)$$

где безразмерный коэффициент диффузии по углам D определяется соотношением

$$D = \frac{\tilde{D}}{v}. \quad (5)$$

ИНЖЕКЦИЯ ЧАСТИЦ В НАПРАВЛЕНИИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОМ К СРЕДНЕМУ МАГНИТНОМУ ПОЛЮ

В случае изотропного рассеяния частиц на неоднородностях магнитного поля коэффициент диффузии КЛ D имеет вид

$$D = \frac{1}{2}(1 - \theta^2). \quad (6)$$

Рассмотрим мгновенную инжекцию частиц в точке $z = 0$ в направлении, перпендикулярном к среднему магнитному полю ($\theta = \pi/2$). Источник КЛ в данном случае имеет вид

$$Q(z, \theta, t) = \delta(z) \delta(\theta - \pi/2) \delta(t). \quad (7)$$

Запишем соответствующее кинетическое уравнение:

$$\frac{df}{dt} + \frac{f}{y} \frac{dy}{dt} - \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dy^2} = (1 - \beta^2) \frac{f}{y} - \frac{1}{y} N(y) \delta(\theta - \pi/2) \delta(t). \quad (8)$$

Исходя из кинетического уравнения, можно получить бесконечную систему дифференциальных уравнений для гармоник функции распределения КЛ [12, 15, 34]. Представим функцию распределения КЛ $f(y, \theta, t)$ в следующем виде:

$$f(y, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n-1}{2} f_n(y, t) P_n(\cos \theta), \quad (9)$$

где

$$f_n(y, t) = \frac{d}{dy} P_n(\cos \theta) f(y, \theta, t), \quad (10)$$

а $P_n(\cos \theta)$ — полином Лежандра.

Умножив дважды кинетическое уравнение (8) на 1 и $\cos \theta$ и проинтегрировав полученные соотношения по θ , получим следующую систему уравнений:

$$\frac{df_0}{dt} + \frac{f_1}{y} \frac{dy}{dt} = (1 - \beta^2) f_0 - \frac{1}{y} N(y) \delta(t), \quad (11)$$

$$\frac{df_1}{dt} + f_1 \frac{1}{3} \frac{f_0}{y} - \frac{2}{3} \frac{f_2}{y} = 0, \quad (12)$$

где

$$N(y) = \frac{d}{dy} N(y) \delta(\theta - \pi/2). \quad (13)$$

Пренебрежем в уравнении (12) второй гармоникой f_2 по сравнению с величиной f_0 . Если функция распределения КЛ достаточно медленно изменяется со временем, так что $\frac{df_1}{dt} \approx f_1$, то из (12) получим соотношение

$$f_1 = \frac{1}{3} \frac{f_0}{y}, \quad (14)$$

согласно которому величина f_1 пропорциональна градиенту концентрации частиц $N(y)$.

Подставив соотношение (14) в уравнение непрерывности (11), получим уравнение диффузии для величины f_0 :

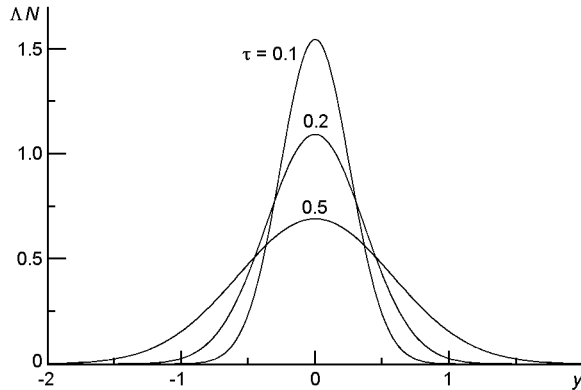


Рис. 1. Пространственное распределение частиц (диффузионное приближение). Значения безразмерного времени приведены у соответствующих кривых

$$\frac{f_0}{3} \frac{1}{y^2} \frac{f_0}{y^2} (y, \tau). \quad (15)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$N(y, \tau) = f_0(y, \tau) \frac{\sqrt{3}}{2 \sqrt{\tau}} \exp \left(-\frac{3y^2}{4\tau} \right). \quad (16)$$

На рис. 1 представлено пространственное распределение концентрации частиц (16) в различные моменты времени. По оси абсцисс приведена координата y , а по оси ординат — безразмерная величина N , пропорциональная концентрации частиц. Значения безразмерного времени приведены у соответствующих кривых. Согласно решению уравнения диффузии (16) в любой момент времени частицы распределены в неограниченной области пространства. Видно, что диффузионное приближение некорректно описывает пространственное распределение частиц при малых значениях безразмерного времени. Например, при инъекции частиц в начале координат, в момент времени $\tau = 0.1$ частицы должны были бы находиться в пространственной области $-0.1 < y < 0.1$. Согласно решению уравнения диффузии (16) большая часть популяции частиц в момент времени $\tau = 0.1$ находится вне этой области (рис. 1).

Ограничимся рассмотрением движения частиц со значениями питч-углов, близкими к $\pi/2$. В данном случае в кинетическом уравнении (8) можно пренебречь малой величиной τ^2 по сравнению с единицей. Кинетическое уравнение (8) приобретает вид

$$\frac{df}{dy} = \frac{f}{y} \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dy^2} = \frac{1}{y} (y) () (). \quad (17)$$

Заметим, что данное уравнение справедливо лишь для начального периода времени после инъекции частиц в направлении, перпендику-

лярном к магнитному полю, когда преобладающее число частиц характеризуются малыми значениями β .

Сделаем следующую замену переменных:

$$y, \quad z, \quad \tau. \quad (18)$$

Запишем кинетическое уравнение (17) в новых переменных:

$$\frac{f}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{\partial f}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right). \quad (19)$$

Предполагаем, что частицы характеризуются малыми значениями косинуса питч-угла (движение частиц происходит преимущественно в направлении, перпендикулярном к среднему магнитному полю). Расширим область изменения переменной z от минус до плюс бесконечности. Выполним преобразование Фурье по переменным y и z . Образ Фурье функции распределения КЛ определен соотношением

$$f(k, s, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(y, z, \tau) \exp(iky - isz) dy dz. \quad (20)$$

Выполнив преобразование Фурье уравнения (19), получим уравнение

$$\frac{f(k, s, \tau)}{2} (k^2 - s^2 - 2ks) f(k, s, \tau) = \frac{\partial f}{\partial \tau}. \quad (21)$$

Отметим, что согласно уравнению (21) начальное значение образа Фурье функции распределения КЛ равно величине $1/2$:

$$f(k, s, 0) = \frac{1}{2}. \quad (22)$$

Решение уравнения (21) имеет вид

$$f(k, s, \tau) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{k^2 - s^2}{6} \tau - \frac{ks}{2} \tau - \frac{s^2}{2} \tau \right). \quad (23)$$

Выполнив обратное преобразование Фурье

$$f(y, z, \tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk f(k, s, \tau) \exp(iky - isz), \quad (24)$$

получим следующее соотношение:

$$f(y, z, \tau) = \frac{\exp \left(-\frac{s^2}{2} \tau \right)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \exp \left(\frac{k^2 - s^2}{6} \tau - \frac{ks}{2} \tau \right) \cos ky - ish \frac{ks}{2} \tau \sin kz, \quad (25)$$

где $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$ — соответственно гиперболический косинус и синус аргумента x .

Выполнив интегрирование [2], получим

$$f(x, y, t) = \frac{1}{2^{3/2}} \sqrt{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{3}{2} \frac{y^2}{3} - \frac{7}{8} \frac{s^2}{8} - i \frac{3}{2} \frac{s}{2}\right). \quad (26)$$

Выполним обратное преобразование Фурье:

$$f(x, y, t) = \frac{1}{2} \int ds f(x, y, s) \exp(is). \quad (27)$$

В результате получим следующее выражение для функции распределения КЛ:

$$f(x, y, t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \exp\left(-\frac{6}{3} \frac{y^2}{3} - \frac{6}{2} \frac{t^2}{2} - \frac{2}{2}\right). \quad (28)$$

Полученное соотношение для функции распределения КЛ описывает пространственно-временное распределение частиц, движущихся в данном направлении. Данное соотношение применимо при малых значениях безразмерного времени, когда преобладающее число частиц движутся в направлениях, близких к ортогональному относительно среднего магнитного поля (малые значения величины β).

Концентрация частиц определена соотношением

$$N(y, t) = \int dx f(x, y, t). \quad (30)$$

Проинтегрировав соотношение (29) для функции распределения КЛ, получаем следующее выражение для концентрации частиц:

$$N(y, t) = \frac{\sqrt{3}}{2^{3/2} \sqrt{2}} \exp\left(-\frac{3}{2} \frac{y^2}{3}\right). \quad (31)$$

Полученное соотношение существенным образом отличается от формулы, описывающей концентрацию КЛ в диффузионном приближении (16). Показатель экспоненты в формуле (31) обратно пропорционален кубу безразмерного времени t . Таким образом, пространственное распределение частиц при малых значениях t имеет резкий максимум в точке $y = 0$ (в отличие от решения уравнения диффузии (16)). При больших значениях безразмерного времени концентрация частиц (31) изменяется со временем пропорционально $t^{-3/2}$.

На рис. 2 представлено пространственное распределение концентрации частиц (31) в различные моменты времени. Значения безразмерного времени t приведены у соответствующих кривых. В отличие от диффузионного режима распространения частиц (рис. 1), в данном случае пространственное распределение КЛ имеет острый максимум в точке инъекции ($y = 0$). Наличие столь острого максимума в точке

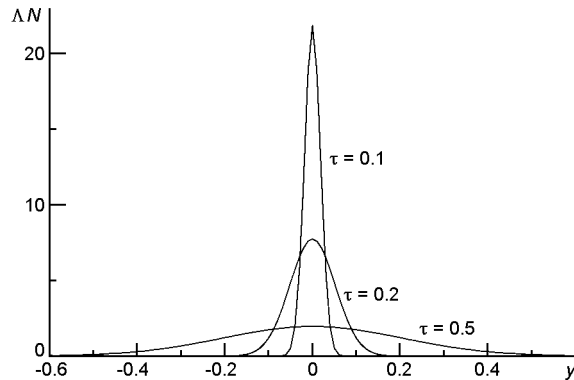


Рис. 2. Зависимость концентрации частиц (31) от безразмерной координаты y в различные моменты времени. Инжекция частиц происходит в направлении, перпендикулярном к среднему магнитному полю

$y = 0$ в начальный период времени обусловлено тем обстоятельством, что инжекция частиц имела место в направлении, перпендикулярном к среднему магнитному полю. При малых значениях τ преобладающее число частиц характеризуется малыми значениями продольных скоростей v_{\parallel} , и частицы локализованы вблизи начала координат. Со временем частицы покидают область инжекции, пространственное распределение КЛ расширяется и становится плавным (рис. 2).

Зависимость концентрации частиц от времени в различных точках пространства представлена на рис. 3. Штриховые кривые соответствуют решению уравнения диффузии (16), а сплошные — концентрации КЛ (31). Значения безразмерной координаты приведены у соответствующих кривых. Видно, что при выбранных значениях координаты y диффузионное приближение некорректно описывает временные профили интенсивности КЛ (рис. 3). Увеличение концентрации КЛ в данной точке пространства происходит сразу же после инжекции частиц в начале координат, а максимальное значение интенсивности КЛ имеет место значительно раньше, чем первые частицы достигли бы этой точки (штриховые кривые на рис. 3). При кинетическом описании распространения КЛ максимум интенсивности частиц в данной точке пространства имеет место значительно позднее (рис. 3).

Рассмотрим зависимость функции распределения КЛ (29) от косинуса питч-угла частицы в точке $y = 0$. Функция (29) имеет максимум при значении μ , равном нулю. Величина максимального значения функции распределения (29) уменьшается со временем, а угловое распределение частиц расширяется. На рис. 4 приведена зависимость от функции распределения частиц (29) в точке $y = 0$. Функция $f(0, \mu, \tau)$ нормирована на максимальное значение $f(0, 0, \tau)$. Значения безразмерного времени приведены у соответствующих кривых.

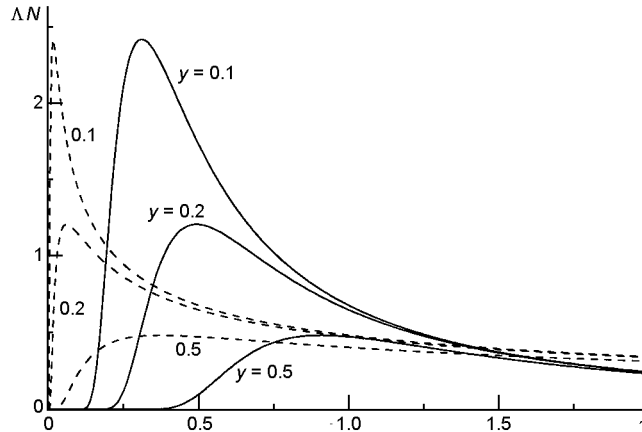


Рис. 3. Зависимость концентрации частиц от времени τ . Штриховые кривые соответствуют решению уравнения диффузии, сплошные — решению кинетического уравнения (31). Начальное значение питч-угла частиц $= \pi/2$

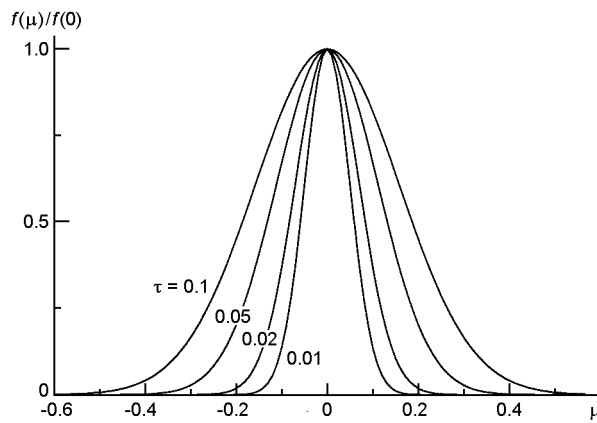


Рис. 4. Зависимость от косинуса питч-угла частицы функции распределения частиц (29) в точке $y = 0$. У кривых приведено значение безразмерного времени

ИНЖЕКЦИЯ ЧАСТИЦ ВДОЛЬ СРЕДНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Запишем кинетическое уравнение (8) в переменных y, μ ,

$$\frac{df}{dy} \cos \mu + \frac{f}{y} \frac{1}{2 \sin \mu} \frac{d\mu}{dy} - \sin \mu \frac{df}{d\mu} - \frac{1}{\sin \mu} (y) () (). \quad (32)$$

В правой части кинетического уравнения (32) приведен мгновенный, точечный источник частиц, испускающий частицы в направлении среднего магнитного поля ($\mu = 0$). Рассмотрим перенос частиц в малоугловом приближении ($\mu \ll 1$). В уравнении (32) заменим $\sin \mu$ на μ , а $\cos \mu$ — на единицу. Получим следующее уравнение, которое корректно описывает распространение КЛ на протяжении времени, когда

преобладающее число частиц движется вдоль среднего магнитного поля:

$$\frac{f}{y} - \frac{f}{2} \frac{1}{y} - \frac{f}{2} \frac{1}{y} (y) () (). \quad (33)$$

Исследование распространения КЛ на основе кинетического уравнения в малоугловом приближении было выполнено в работах [1, 10, 30].

Решение кинетического уравнения (33) имеет следующий вид:

$$f(y, \theta) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{\theta^2}{2} \right) (y). \quad (34)$$

Согласно формуле (34) в момент времени t все частицы находятся в точке y , угловое распределение частиц имеет гауссову форму, а среднее значение квадрата питч-угла увеличивается пропорционально времени, прошедшему после инжекции. Отметим, что данное решение кинетического уравнения корректно описывает распределение частиц с малыми значениями θ . Вычислим концентрацию частиц согласно соотношению

$$N(y, t) = \int_0^\infty f(y, \theta, t) d\theta. \quad (35)$$

Проинтегрировав выражение для функции распределения КЛ (34), получим следующее соотношение для концентрации частиц:

$$N(y, t) = \frac{1}{2} (y). \quad (36)$$

Согласно формуле (36) полное число частиц, инжектированных в начальный момент времени, сохраняется, а в момент времени t частицы находятся в точке $y = y_0$.

Рассмотрим следующее приближение по малому углу θ . Следуя работе [30], запишем кинетическое уравнение (32) с точностью до величины θ^2 :

$$\frac{f}{y} - \frac{f}{2} \frac{1}{y} - \frac{f}{2} \frac{1}{y} (y) () (). \quad (37)$$

Введем новую переменную

$$\theta = \frac{\theta_0}{2}. \quad (38)$$

Кинетическое уравнение (37) приобретает вид

$$\frac{f}{y} - (1 - 2\theta^2) \frac{f}{2} \frac{1}{y} - \frac{f}{2} \frac{1}{y} (y) () (). \quad (39)$$

Приведем решение кинетического уравнения (39), полученное в работе [30]:

$$f(y, \tau) = \frac{1}{8} \int_0^{\infty} dk [g(k) - \bar{g}(k)], \quad (40)$$

где

$$g(k) = \frac{(1-i)\sqrt{k}}{\operatorname{sh} \frac{1-i}{2} \sqrt{k}} \exp \frac{ik}{2} \left(\tau - y \right) (1-i) \sqrt{k} \operatorname{cth} \frac{1-i}{2} \sqrt{k}, \quad (41)$$

$\operatorname{cth}(x)$ — гиперболический котангенс, $\bar{g}(k)$ — комплексно сопряженная величина.

Исходя из выражения для функции распределения КЛ, можно вычислить концентрацию частиц (35). Проинтегрировав соотношение для функции распределения КЛ (40), (41) по переменной k (38), получим следующую формулу для концентрации частиц:

$$N(y, \tau) = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} dk \frac{\exp \frac{ik}{2} \left(\tau - y \right)}{\operatorname{ch} \frac{1-i}{2} \sqrt{k}} \frac{\exp \frac{ik}{2} \left(\tau - y \right)}{\operatorname{ch} \frac{1-i}{2} \sqrt{k}}. \quad (42)$$

Перепишем соотношение (42) в виде

$$N(y, \tau) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dk \frac{\operatorname{ch} \frac{\sqrt{k}}{2} \cos \frac{\sqrt{k}}{2} \cos \frac{k}{2} \left(\tau - y \right) \operatorname{sh} \frac{\sqrt{k}}{2} \sin \frac{\sqrt{k}}{2} \sin \frac{k}{2} \left(\tau - y \right)}{\operatorname{ch}^2 \frac{\sqrt{k}}{2} \cos^2 \frac{\sqrt{k}}{2} \operatorname{sh}^2 \frac{\sqrt{k}}{2} \sin^2 \frac{\sqrt{k}}{2}}. \quad (43)$$

При больших значениях безразмерного времени τ подынтегральное выражение в формуле (43) существенно упрощается, и удастся проинтегрировать данное соотношение по k [2]:

$$N(y, \tau) = \frac{1}{4 \sqrt{\tau}} \frac{1}{(\tau - y)^{3/2}} \exp \frac{\tau}{4(\tau - y)} \left(\tau - y \right), \quad (44)$$

где $\Theta(x)$ — единичная функция Хевисайда.

В пространственной области $y \ll \tau$ концентрация КЛ (44) приобретает вид

$$N(y, \tau) = \frac{1}{4 \sqrt{\tau}} \exp \frac{\tau}{4}. \quad (45)$$

Согласно формуле (45) концентрация КЛ при больших значениях уменьшается со временем по экспоненциальному закону.

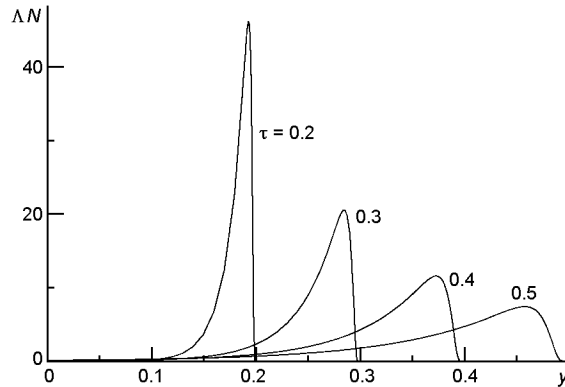


Рис. 5. Пространственное распределение концентрации частиц (43), соответствующее их мгновенной инжекции в направлении среднего магнитного поля

На рис. 5 представлена пространственное распределение концентрации частиц (43), соответствующее их мгновенной инжекции в направлении среднего магнитного поля. Отметим наличие острого максимума в пространственном распределении КЛ вблизи границы области, занятой частицами. Со временем величина максимальной концентрации КЛ уменьшается, а максимум пространственного распределения смещается в сторону увеличения координаты (рис. 5). Заметим, что при инжекции КЛ вдоль среднего магнитного поля максимальное значение интенсивности КЛ в данный момент времени значительно превышает значение интенсивности, соответствующее испусканию частиц в направлении, перпендикулярном к регулярному магнитному полю (рис. 2, рис. 5).

Зависимость концентрации КЛ (42) от времени представлена на рис. 6. Значения безразмерной координаты приведены у соответствующих кривых. Отметим наличие острого максимума в начале увеличения концентрации частиц (рис. 6). Чем больше расстояние до источника КЛ, тем меньше оказывается максимальное значение концентрации частиц, и тем более плавным — временной профиль их интенсивности (рис. 6). При инжекции частиц в направлении среднего магнитного поля максимум интенсивности в данной точке пространства происходит раньше и имеет большую величину. Например, амплитудное значение концентрации частиц в точке $y = 0.5$ при инжекции КЛ вдоль среднего магнитного поля превышает на порядок величины соответствующую величину при начальном питч-угле частицы $\theta/2$ (см. рис. 3 и рис. 6).

На рис. 7 приведено пространственно-временное распределение частиц при их мгновенной инжекции в направлении среднего магнитного поля. Источник частиц расположен в начале координат. Видно, что с течением времени пространственное распределение частиц становится плавным, а максимальное значение концентрации КЛ уменьшается (рис. 7).

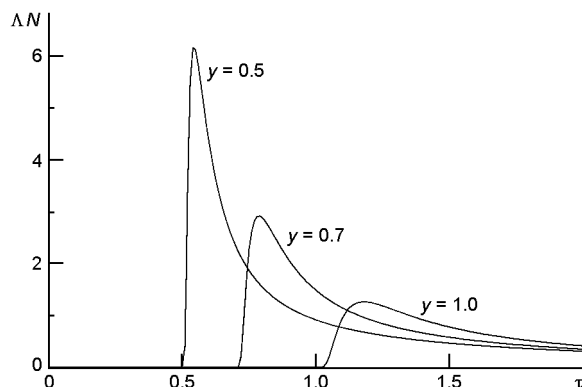


Рис. 6. Зависимость концентрации КЛ от времени в различных точках пространства. Значения безразмерной координаты приведены у соответствующих кривых. Инжекция частиц вдоль среднего магнитного поля

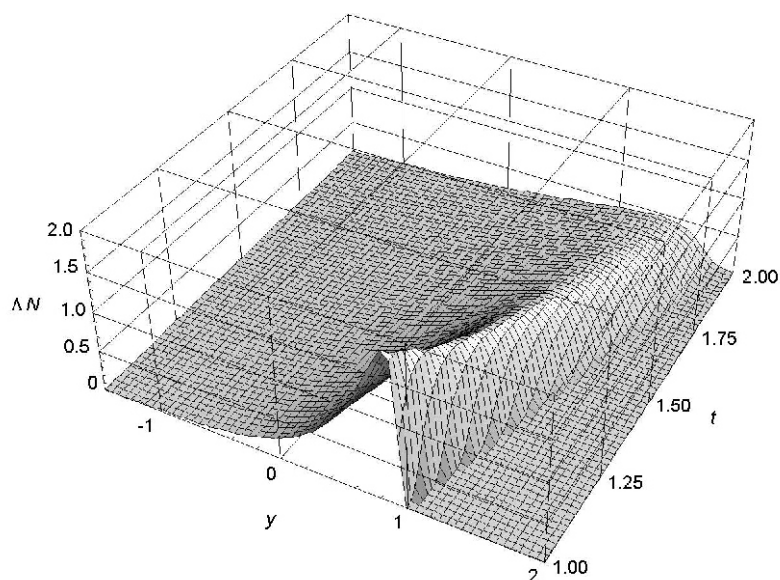


Рис. 7. Пространственно-временное распределение частиц при их мгновенной инжекции в направлении среднего магнитного поля

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе кинетического уравнения рассмотрено распространение КЛ в межпланетной среде. Показано, что при малых значениях безразмерного времени диффузионное приближение некорректно описывает процесс распространения частиц. Оказывается, что пространственно-временное распределение частиц существенным образом зависит от направления их инжекции. При инжекции КЛ в направлении, перпендикулярном к среднему магнитному полю, пространственное распределение частиц характеризуется максимумом в области их инжекции. Если испускание частиц происходит вдоль среднего поля, то мак-

симум пространственного распределения частиц имеет место вблизи границы области их распространения. Показано, что со временем пространственное распределение частиц становится более плавным, а их угловое распределение — более изотропным. При инжекции частиц в направлении среднего магнитного поля максимум интенсивности КЛ в данной точке пространства происходит раньше и имеет большую величину, чем в случае испускания частиц с большими значениями θ . При больших значениях безразмерного времени и нулевом начальном значении pitch-угла концентрация КЛ уменьшается со временем по экспоненциальному закону, а при инжекции КЛ в направлении, перпендикулярном к магнитному полю, концентрация КЛ изменяется по степенному закону ($N \propto t^{-3/2}$).

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа финансировалась в рамках планового финансирования учреждений Национальной академии наук Украины.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. Гальперин Б. А., Топтыгин И. Н., Фрадкин А. А. Рассеяние частиц магнитными неоднородностями в сильном магнитном поле. *Журн. эксперим. теор. физ.* 1971. 60, № 3. С. 972.
2. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. *Интегралы и ряды*. М., Наука, 1981. 800 с.
3. Топтыгин И. Н. О временной зависимости интенсивности космических лучей на анизотропной стадии солнечных вспышек. *Геомагнетизм и аэронавигация*. 1972. 12. С. 989.
4. Топтыгин И. Н. *Космические лучи в межпланетных магнитных полях*. М. Наука, 1983. 304 с.
5. Beeck J., Wibberenz G. Pitch angle distributions of solar energetic particles and the local scattering properties of the interplanetary medium. *Astrophys. J.* 1986. 311. P. 437.
6. Bieber J. W., Evenson P. A., Pomerantz M. A. Focusing anisotropy of solar cosmic rays. *J. Geophys. Res.* 1986. 91, № A8. P. 8713.
7. Cramp J. L., Duldig M. L., Fluckiger E. O., Humble J. E., Shea M. A., Smart D. F. The October 22, 1989 solar cosmic ray enhancement: An analysis of the anisotropy and spectral characteristics. *J. Geophys. Res.* 1997. 102, № A11. P. 24237—24248.
8. Debrunner H., Fluckiger E., Gradel H., Lockwood J. A., McGuire R. E. Observations related to the acceleration, injection, and interplanetary propagation of energetic particles during the solar cosmic ray event on February 16, 1984. *J. Geophys. Res.* 1988. 93, № A7. P. 7206—7216.
9. Debrunner H., Lockwood J. A., Ryan J. M. The solar flare event on 1990 May 24: Evidence for two separate particle acceleration. *Astrophys. J.* 1992. 387. P. L51—L54.
10. Dorman L. I., Katz M. E. Cosmic ray kinetics in space. *Space Sci. Rev.* 1977. 70. P. 529—575.
11. Earl J. A. Diffusion of charged particles in a random magnetic field. *Astrophys. J.* 1973. 180. P. 227.

12. Earl J. A. New description of charged particle propagation in random magnetic field. *Astrophys. J.* 1994. 425. P. 331.
13. Effenberger F., Litvinenko Y. The diffusion approximation versus the telegraph equation for modeling solar energetic particle transport with adiabatic focusing. 1. Isotropic pitch angle scattering. *Astrophys. J.* 2014. 783. P. 15.
14. Fedorov Yu. I., Shakhov B. A., Stehlik M. Non-diffusive transport of cosmic rays in homogeneous regular magnetic fields. *Astron. Astrophys.* 1995. 302, № 2. P. 623—634.
15. Fedorov Yu. I., Shakhov B. A. Description of non-diffusive cosmic ray propagation in a homogeneous regular magnetic field. *Astron. Astrophys.* 2003. 402. P. 805.
16. Fedorov Yu. I. Intensity of cosmic rays at the initial stage of a solar flare. *Kinematics Physics of Celest. Bodies.* 2018. 34. P. 1—12.
17. Gombosi T. J., Jokipii J. R., Kota J., et al. The telegraph equation in charged particle transport. *Astrophys. J.* 1993. 403. P. 377.
18. Hasselmann K., Wibberenz G. Scattering of charged particles by random electromagnetic fields. *Z. Geophys.* 1968. 34. P. 353.
19. Hasselmann K., Wibberenz G. A note of the parallel diffusion coefficient. *Astrophys. J.* 1970. 162. P. 1049.
20. Jokipii J. R. Cosmic ray propagation. 1. Charged particle in a random magnetic field. *Astrophys. J.* 1966. 146. P. 480.
21. Kagashvili E. Kh., Zank G. P., Lu J. Y., Droge W. Transport of energetic charged particles. 2. Small-angle scattering. *J. Plasma Phys.* 2004. 70, part. 5. P. 505—532.
22. Kota J. Coherent pulses in the diffusive transport of charged particles. *Astrophys. J.* 1994. 427, № 2. P. 1035—1080.
23. Litvinenko Yu. E., Noble P. L. Comparison of the telegraph and hyperdiffusion approximations in cosmic ray transport. *Phys. Plasmas.* 2016.23.062901 (8 p.).
24. Malkov M. A., Sagdeev R. Z. Cosmic ray transport with magnetic focusing and the “telegraph” model. *Astrophys. J.* 2015. 808. P. 157.
25. Malkov M. A. Exact solution of the Fokker-Planck equation for isotropic scattering. *Phys. Rev. D.* 2017. 95. P. 023007.
26. McCracken K. G., Moraal H., Stoker P. H. Investigation of the multi-component structure of the 20 January 2005 cosmic ray ground level enhancement. *J. Geophys. Res.* 2008. 113. P. A12101 (18 p.).
27. Miroshnichenko L. I., Vashenyuk E. V., Perez-Peraza J. A. Solar cosmic rays: 70 years of ground-based observations. *Geomagnetism and Aeronomy.* 2013. 53. P. 541—560.
28. Moraal H., McCracken K. G. The time structure of ground level enhancement in solar cycle 23. *Space Sci. Rev.* 2012. 171. P. 85—95.
29. Nemzek R. J., Belian A. D., Cayton T. E., Reaves G. D. The October 22, 1989 solar cosmic ray event measured at geosynchronous orbit. *J. Geophys. Res.* 1994. 99, № A3. P. 4221—4226.
30. Shakhov B. A., Stehlik M. The Fokker-Planck equation in the second order pitch angle approximation and its exact solution. *J. Quant. Spectr. Radiative Transfer.* 2003. 78. P. 31—39.
31. Shea M. A., Smart D. F. Possible evidence for a rigidity-dependent release of relativistic protons from the solar corona. *Space Sci. Rev.* 1982. 32. P. 251—271.
32. Shea M. A., Smart D. F. Dual acceleration and/or release of relativistic solar cosmic rays. *Proc. 25-th Intern. Cosmic Ray Conf., Durban, South Africa.* 1997. v. 1. P. 129—132.

33. Vashenyuk E. V., Balabin Yu. V., Perez-Peraza J., Gallegos-Cruz A., Miroshnichenko L. I. Some features of the sources of relativistic particles at the Sun in the solar cycles 21-23. *Adv. Space Res.* 2006. 38. P. 411—417.
34. Webb G. M., Pantazopoulou M., Zank G. P. Multiple scattering and the BGK Boltzmann equation. *J. Phys. A Math. Gen.* 2000. 33. P. 3137—3160.

REFERENCES

1. Galperin B. A., Toptygin I. N., Fradkin A. A. (1971) Rasseyaniye chastits magnitnymi neodnorodnostyami v sil'nom magnitnom pole. *Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki.* 60, № 3. P. 972. (in Russian)
2. Prudnikov A. P., Brychkov Yu. A., Marichev O. I. (1981) *Integraly i ryady.* M., Nauka. 800 p. (in Russian)
3. Toptygin I. N. (1972) O vremennoy zavisimosti intensivnosti kosmicheskikh luchey na anizotropnoy stadii solnechnykh vspyshek. *Geomagnetizm i Aeronomiia.* 1972. 12. P. 989. (in Russian)
4. Toptygin I. N. (1983) *Kosmicheskkiye luchy v mezhplanetnykh magnitnykh polyakh.* M. Nauka, 304 p. (in Russian)
5. Beeck J., Wibberenz G. (1986) Pitch angle distributions of solar energetic particles and the local scattering properties of the interplanetary medium. *Astrophys. J.* 311. P. 437.
6. Bieber J. W., Evenson P. A., Pomerantz M. A. (1986) Focusing anisotropy of solar cosmic rays. *J. Geophys. Res.* 91, № A8. P. 8713.
7. Cramp J. L., Duldig M. L., Fluckiger E. O., Humble J. E., Shea M. A., Smart D. F. (1997) The October 22, 1989 solar cosmic ray enhancement: An analysis of the anisotropy and spectral characteristics. *J. Geophys. Res.* 102, № A11. P. 24237—24248.
8. Debrunner H., Fluckiger E., Gradel H., Lockwood J. A., McGuire R. E. (1988) Observations related to the acceleration, injection, and interplanetary propagation of energetic particles during the solar cosmic ray event on February 16, 1984. *J. Geophys. Res.* 93, № A7. P. 7206—7216.
9. Debrunner H., Lockwood J. A., Ryan J. M. (1992) The solar flare event on 1990 May 24: Evidence for two separate particle acceleration. *Astrophys. J.* 387. P. L51—L54.
10. Dorman L. I., Katz M. E. (1977) Cosmic ray kinetics in space. *Space Sci. Rev.* 70. P. 529—575.
11. Earl J. A. (1973) Diffusion of charged particles in a random magnetic field. *Astrophys. J.* 180. P. 227.
12. Earl J. A. (1994) New description of charged particle propagation in random magnetic field. *Astrophys. J.* 425. P. 331.
13. Effenberger F., Litvinenko Y. (2014) The diffusion approximation versus the telegraph equation for modeling solar energetic particle transport with adiabatic focusing. 1. Isotropic pitch angle scattering. *Astrophys. J.* 783. P. 15.
14. Fedorov Yu. I., Shakhov B. A., Stehlik M. (1995) Non-diffusive transport of cosmic rays in homogeneous regular magnetic fields. *Astron. Astrophys.* 302, № 2. P. 623—634.
15. Fedorov Yu. I., Shakhov B. A. (2003) Description of non-diffusive cosmic ray propagation in a homogeneous regular magnetic field. *Astron. Astrophys.* 402. P. 805.
16. Fedorov Yu. I. (2018) Intensity of cosmic rays at the initial stage of a solar flare. *Kinematics Physics of Celest. Bodies.* 34. P. 1—12.
17. Gombosi T. J., Jokipii J. R., Kota J., et al. (1993) The telegraph equation in charged particle transport. *Astrophys. J.* 403. P. 377.

18. Hasselmann K., Wibberenz G. (1968) Scattering of charged particles by random electromagnetic fields. *Z. Geophys.* 34. P. 353.
19. Hasselmann K., Wibberenz G. (1970) A note of the parallel diffusion coefficient. *Astrophys. J.* 162. P. 1049.
20. Jokipii J. R. (1966) Cosmic ray propagation. 1. Charged particle in a random magnetic field. *Astrophys. J.* 146. P. 480.
21. Kagashvili E. Kh., Zank G. P., Lu J. Y., Droge W. (2004) Transport of energetic charged particles. 2. Small-angle scattering. *J. Plasma Phys.* 70, part. 5. P. 505—532.
22. Kota J. (1994) Coherent pulses in the diffusive transport of charged particles. *Astrophys. J.* 427, № 2. P. 1035—1080.
23. Litvinenko Yu. E., Noble P. L. (2016) Comparison of the telegraph and hyperdiffusion approximations in cosmic ray transport. *Phys. Plasmas.* 23. 062901 (8 p.).
24. Malkov M. A., Sagdeev R. Z. (2015) Cosmic ray transport with magnetic focusing and the “telegraph” model. *Astrophys. J.* 808. P. 157.
25. Malkov M. A. (2017) Exact solution of the Fokker-Planck equation for isotropic scattering. *Phys. Rev. D.* 95. P. 023007.
26. McCracken K. G., Moraal H., Stoker P. H. (2008) Investigation of the multi-component structure of the 20 January 2005 cosmic ray ground level enhancement. *J. Geophys. Res.* 113. P. A12101 (18 p.).
27. Miroshnichenko L. I., Vashenyuk E. V., Perez-Peraza J. A. (2013) Solar cosmic rays: 70 years of ground-based observations. *Geomagnetism and Aeronomy.* 53. P. 541—560.
28. Moraal H., McCracken K. G. (2012) The time structure of ground level enhancement in solar cycle 23. *Space Sci. Rev.* 171. P. 85—95.
29. Nemzek R. J., Belian A. D., Cayton T. E., Reaves G. D. (1994) The October 22, 1989 solar cosmic ray event measured at geosynchronous orbit. *J. Geophys. Res.* 99, № A3. P. 4221—4226.
30. Shakhov B. A., Stehlik M. (2003) The Fokker-Planck equation in the second order pitch angle approximation and its exact solution. *J. Quant. Spectr. Radiative Transfer.* 78. P. 31—39.
31. Shea M. A., Smart D. F. (1982) Possible evidence for a rigidity-dependent release of relativistic protons from the solar corona. *Space Sci. Rev.* 32. P. 251—271.
32. Shea M. A., Smart D. F. (1997) Dual acceleration and/or release of relativistic solar cosmic rays. *Proc. 25-th Intern. Cosmic Ray Conf.*, Durban, South Africa. v. 1. P. 129—132.
33. Vashenyuk E. V., Balabin Yu. V., Perez-Peraza J., Gallegos-Cruz A., Miroshnichenko L. I. (2006) Some features of the sources of relativistic particles at the Sun in the solar cycles 21-23. *Adv. Space Res.* 38. P. 411—417.
34. Webb G. M., Pantazopolou M., Zank G. P. (2000) Multiple scattering and the BGK Boltzmann equation. *J. Phys. A Math. Gen.* 33. P. 3137—3160.

Б. О. Шахов, Ю. І. Федоров, Ю. Л. Колесник

Головна астрономічна обсерваторія Національної академії наук України,
Київ, Україна

КІНЕТИКА ПОШИРЕННЯ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК У МАГНІТНОМУ ПОЛІ ПРИ РІЗНИХ НАПРЯМКАХ ЇХНЬОЇ ІНЖЕКЦІЇ

На основі кінетичного рівняння Фоккера — Планка розглянуто поширення заряджених частинок високої енергії у магнітному полі, яке є суперпозицією однорідного се-

реднього магнітного поля і магнітних неоднорідностей різних масштабів. Отримано аналітичний вираз для функції розподілу космічних променів, який відповідає миттєвій інжекції частинок у напрямку, перпендикулярному до регулярного магнітного поля. У випадку емісії частинок вздовж середнього магнітного поля застосовано розв'язок кінетичного рівняння у малокутовому наближенні. Показано, що просторово-часовий розподіл частинок суттєвим чином залежить від напрямку їхньої інжекції. На основі отриманих розв'язків кінетичного рівняння проаналізовано еволюцію функції кутового розподілу сонячних космічних променів.

Ключові слова: космічні промені, кінетичне рівняння, дифузія.

B. A. Shakhov, Yu. I. Fedorov, Yu. L. Kolesnyk

Main Astronomical Observatory of the National Academy of Sciences of Ukraine,
Kyiv, Ukraine

KINETIC PROPAGATION OF CHARGED PARTICLES IN THE MAGNETIC FIELD UNDER VARIOUS DIRECTIONS OF THEIR INJECTION

The energetic charged particle propagation in magnetic field, which is a superposition of the mean homogeneous magnetic field and magnetic inhomogeneities of various scales, is considered on the basis of the Fokker-Planck kinetic equation. The analytical expression for the cosmic ray distribution function corresponding to instantaneous particle injection in the direction, which is perpendicular to the regular magnetic field, is obtained. Under particle emission along the mean magnetic field the kinetic equation solution in the small angle approximation is applied. It is shown that the spatial-temporal cosmic ray distribution depends substantially on the particle injection direction. The evolution of the angular distribution of solar cosmic rays is analyzed on the basis of derived kinetic equation solutions.

Key words: cosmic rays, kinetic equation, diffusion.

Статья поступила в редакцию 20.03.2019

После доработки 04.04.2018

Принята к публикации 18.04.2019