

Монтажные методы решения обратных задач как неотъемлемый элемент аддитивных технологий интерпретации гравитационных аномалий

П. И. Балк¹, А. С. Долгаль², 2019

¹Берлин, Германия

²Горный институт Уральского отделения РАН, Пермь, Россия

Поступила 13 мая 2019 г.

В останні роки теорія інтерпретації гравітаційних аномалій поповнилася принципово відмінними від відомих адитивними технологіями добування інформації про досліджуване геошльнісне середовище. Поняття «адитивність» передбачає підсумовування в результатах інтерпретації інформації, яку несе кожен зі знайдених допустимих розв'язків оберненої задачі. При цьому самі результати інтерпретації не беруть, як зазвичай, у термінах одного з таких розв'язків. У рудній оберненій задачі гравірозвідки ефективним робочим інструментом таких технологій стали монтажні алгоритми побудови допустимих варіантів інтерпретації. Ці алгоритми відзначаються універсальними можливостями щодо врахування апріорних даних і не мають високих вимог до формування початкового наближення моделі джерел поля, що принципово важливо з позиції їх застосування в адитивних технологіях. Водночас усі досі відомі модифікації монтажного методу були розраховані на постановки обернених задач, в яких є тіла з ефективними щільностями одного знака. За рахунок комплексування методу з процедурою поділу гравітаційних полів проблему різнознакових щільностей вдалося розв'язати.

Поділ спостереженого поля на дві компоненти, зумовлені впливом джерел з позитивною і негативною ефективною щільністю, здійснюють апроксимаційним методом. Для апроксимації дискретних значень сили тяжіння використовують набори елементарних джерел, що розташована під кожною точкою спостережень. Маси джерел визначають розв'язанням системи лінійних алгебричних рівнянь. Джерела послідовно занурюють на різні глибини, що відповідає різним варіантам виділення інтерпретованих компонент поля.

Оцінено сучасний стан і перспективи подальшого розвитку адитивних технологій інтерпретації гравітаційних аномалій на підставі методів, що реалізують концепцію монтажного підходу Страхова. Наведено модельні приклади, які ілюструють можливість запропонованих алгоритмів.

Ключові слова: гравірозвідка, обернена задача, джерело поля, ефективна щільність, монтажний метод, адитивні технології.

Введение. При всем обилии и многообразии методов количественного истолкования гравитационных аномалий их общей чертой до недавних пор было представление результатов интерпретации в терминах единичного оптимального решения обратной задачи. Можно выделить два основных класса таких методов — методы, основанные на идеях теории некоррект-

ных задач [Старостенко, 1978; Тихонов, Арсенин, 1979; Васин, Агеев, 1993; Тихонов, 1999; Ягола и др., 2013; Мартышко и др., 2016], и методы подбора (минимизации невязки при имеющихся априорных ограничениях на параметры возмущающих объектов [Шалаев, 1972; Гольдшмидт, 1984; Блох, 1998; Булах, 2010]). Существуют и другие оригинальные подходы к поиску

наилучшего варианта интерпретации [Кобрунов, 2008].

В последние годы получили развитие технологии интерпретации гравитационных аномалий, основанные на построении и совместном анализе некоторого представительного подмножества допустимых решений обратной задачи и способные дополнить информацию об источниках поля, которую удастся извлечь из оптимального решения, принципиально отличные от перечисленных выше. Такие технологии, разрабатываемые пока преимущественно авторами данной статьи [Балк, 1980; Балк, Долгаль, 2010, 2012, 2015, 2016; Долгаль, Шархимуллин, 2011], названы *аггитивными*. Аддитивные технологии интерпретации свидетельствуют о том, что в принципе каждое из приближенных решений обратной задачи, соответствующих всем априорным ограничениям и предпосылкам, вправе претендовать на статус неизвестного истинного решения (или его наилучшего приближения в выбранном модельном классе источников поля). Исходя из этого, суть таких технологий заключается в суммировании информации об источниках аномалии, которую несет каждое из допустимых решений обратной задачи. На практике речь может идти не о всем множестве допустимых решений, а лишь о каком-то его представительном подмножестве. Для аддитивных технологий не важно, войдут в это подмножество или нет допустимые решения, обладающие признаками оптимальности — свойство оптимальности, вообще, выводится за рамки концепции этих технологий. Отличительная особенность аддитивных технологий состоит в том, что результат интерпретации не выражается в терминах допустимых решений. Аддитивные технологии предусматривают *полную автоматизацию* процедуры построения достаточно широкого (репрезентативного) подмножества допустимых решений (включая выбор их начальных приближений) и при этом налагают дополнительные требования к используемому методу поиска отдельных решений как одному из важнейших своих

элементов. В свою очередь, возможности таких методов во многом определяются тем, в рамках каких модельных классов источников поля им предстоит работать.

Если взять обратные задачи гравиразведки рудного типа, то в распоряжении методов поиска отдельных допустимых решений обратной задачи по сути имеются два больших модельных класса источников поля — класс произвольных однородных многогранников и класс сеточных (конечноэлементных) описаний плотностных неоднородностей. К сожалению, оба не могут — как того требуют аддитивные технологии — быть задействованы в полностью автоматизированные методы поиска допустимых вариантов интерпретации, основанных на классическом аппарате решения условно-экстремальных задач. При всех достоинствах класса многогранников (хорошие аппроксимативные свойства, наличие аналитических представлений элементов поля) воспользоваться им сложно из-за невозможности в автоматическом режиме контролировать порядок обхода вершин многогранника. Попытка объединения сеточных модельных классов источников поля с методами решения условно-экстремальных задач сталкивается с их плохой совместимостью в вопросе формализации (в терминах неравенств) условий связности и односвязности носителя и тех простейших ограничений топологического характера на отдельные фрагменты его границы, которые в этих классах играют первостепенную роль. Исключением, пожалуй, является метод фокусирующей инверсии [Жданов, 2007]. Правда, успех здесь во многом зависит от искусства выбора весовых коэффициентов в конструкции минимизируемого функционала. К тому же у М. С. Жданова речь идет о постановке задачи инверсии в «чистом виде» — постановке, не обремененной никакими априорными ограничениями.

Изложенное выше наводит на мысль о создании специализированных, геофизически ориентированных методов решения вполне определенных (пусть и достаточно узких с математической точки зрения)

классов условно-экстремальных задач, возникающих в процессе количественной интерпретации геопотенциальных полей. Как признают сами специалисты в области решения условно-экстремальных задач и показывает практический опыт, проблемно ориентированные методы минимизации на практике зачастую могут оказаться эффективней универсальных. В геофизике примером подобных методов является класс так называемых *монтажных алгоритмов* для решения обратных задач гравиразведки рудного типа. В их основе лежит единое сеточное описание области, заключающей в себе возмущающие массы, и самого модельного носителя этих масс, который как бы монтируется из сеточных элементов пространственного замощения. Структура итерационных монтажных алгоритмов предполагает, что каждое очередное приближение к оцениваемому носителю возмущающих масс образуется за счет введения локальной поправки в предшествующее приближение. Это позволяет весьма просто следить за соблюдением условия наследования текущим приближением основных топологических свойств (связность, односвязность модельного носителя) предшествующего приближения и других априорных ограничений. Отличительной чертой монтажных алгоритмов является перевод известных параметров — эффективных плотностей локальных тел — в число оптимизируемых. Такой прием, опирающийся на физическую сущность потенциальных полей, позволяет этим алгоритмам достаточно быстро выходить на приемлемые значения невязки наблюдаемого и модельного полей. Другой важной особенностью монтажных алгоритмов является достаточно широкая свобода в выборе нулевого приближения к искомому носителю возмущающих масс. В тех случаях, когда от монтажного алгоритма требуется отыскать любое из допустимых решений (без каких-либо признаков оптимальности), последний с успехом берет в свои «союзники» фактор приближенной (практической) эквивалентности.

Критический анализ существующих

альтернатив свидетельствует о пользе монтажных методов как эффективного рабочего инструмента для реализации аддитивных технологий интерпретации гравитационных аномалий в случае рудной модели источников поля. В настоящей статье изучаются вопросы совместимости монтажных методов построения допустимых решений обратной задачи гравиразведки и аддитивных технологий интерпретации.

Современное состояние теории монтажных алгоритмов. У истоков теории монтажных алгоритмов лежит предложенный в работе [Страхов, Лапина, 1976] метод регулируемой направленной кристаллизации (РНК), предназначенный для интерпретации аномалии силы тяжести, созданной *одиночным* (связным) геологическим телом \hat{S} известной эффективной плотности $\hat{\delta}$ без учета каких-то дополнительных ограничений, кроме максимально допустимого значения среднеквадратической невязки наблюдаемого и модельного полей.

Монтажные алгоритмы и, в частности, метод РНК используют следующую понятийную базу. Считается, что система V замкнутых связных множеств V_n образует замощение ограниченной области D пространства \mathbf{R}^3 (\mathbf{R}^2 в плоской обратной задаче), если объединение всех множеств V_n содержит D , а общими у двух элементов V_i и V_j системы V могут быть разве что граничные точки. При этом предполагается, что задано правило, позволяющее для каждого V_n установить номера граничащих с ним элементов замощения. Замощение является регулярным, если все его элементы конгруэнтны некоторому (протоэлементу) V_0 , лебегова мера $\mu(V_0)$ которого характеризует детальность замощения. Объединение Ω любого числа элементов замощения V_n принято называть конфигурацией, множество $Я(\Omega)$ этих элементов — ядром конфигурации Ω , множество $O(\Omega)$ элементов $V_n \subset V$, не принадлежащих $Я(\Omega)$, но граничащих хотя бы с одним элементом из $Я(\Omega)$, — оболочкой конфигурации Ω , а подмножество $\Gamma(\Omega) \subseteq Я(\Omega)$ элементов ядра $Я(\Omega)$, граничащих хотя бы с одним элементом

оболочки $O(\Omega)$, — границей конфигурации Ω . Мощностью $|Я(\Omega)|$ ядра конфигурации Ω назовем число входящих в него элементов замощения V_n . Система всевозможных конфигураций, определенных на заданном замощении V , служит модельным классом M носителей возмущающих масс при решении рудной обратной задачи гравиразведки монтажным методом. Основная операция в классе M сводится к обмену оболочки и границы конфигурации некоторыми подмножествами своих элементов V_n . В приложении к геофизической проблематике определяющими свойствами конфигурации Ω являются связность и односвязность, а также гладкость ее границы $\Gamma(\Omega)$, играющая заметную роль в сужении множества Q допустимых решений обратной задачи. Конфигурацию Ω , $|Я(\Omega)| \geq 2$, назовем связной, если любые два элемента V_i, V_j из $Я(\Omega)$ можно встроить в последовательность $V_i = V_{k(1)}, V_{k(2)}, \dots, V_{k(m)} = V_j, m \geq 2$, элементов ее ядра такую, что $V_{k(r)} \in O(V_{k(r+1)})$, $r = 1, 2, \dots, m-1$. Конфигурацию Ω назовем односвязной (не имеющей «пустот»), если ее оболочка является ядром какой-то связной конфигурации. За

интегральную характеристику гладкости конфигурации Ω можно взять отношение $v = |\Gamma(\Omega)|/|Я(\Omega)|$. Подчеркнуть особенности отдельных фрагментов границы $\Gamma(\Omega)$ конфигурации Ω можно с помощью понятия «отростка» [Балк, 1989] (рис. 1).

Основополагающий метод РНК В. И. Страхова для построения приближенной оценки Ω^* связного носителя \hat{S} масс известной эффективной плотности $\hat{\delta} > 0$ по измерениям $\Delta\tilde{g}(X_i)$ гравитационного поля, отягощенным случайными помехами ξ_i , представляет собой итерационный процесс, на каждом шаге k которого ядро $Я(\Omega_k^*)$ текущего приближения Ω_k^* образуется путем наращивания ядра $Я(\Omega_{k-1}^*)$ предшествующего приближения на один элемент замощения, взятый из оболочки $O(\Omega_{k-1}^*)$ конфигурации Ω_{k-1}^* . В качестве нулевого приближения Ω_0^* к искомому носителю Ω^* берется элемент замощения, предположительно принадлежащий носителю \hat{S} . Таким образом, очередное приближение Ω_k^* наследует свойство связности предыдущего приближения и при таком выборе нулевого приближения автоматически обеспечивает связность

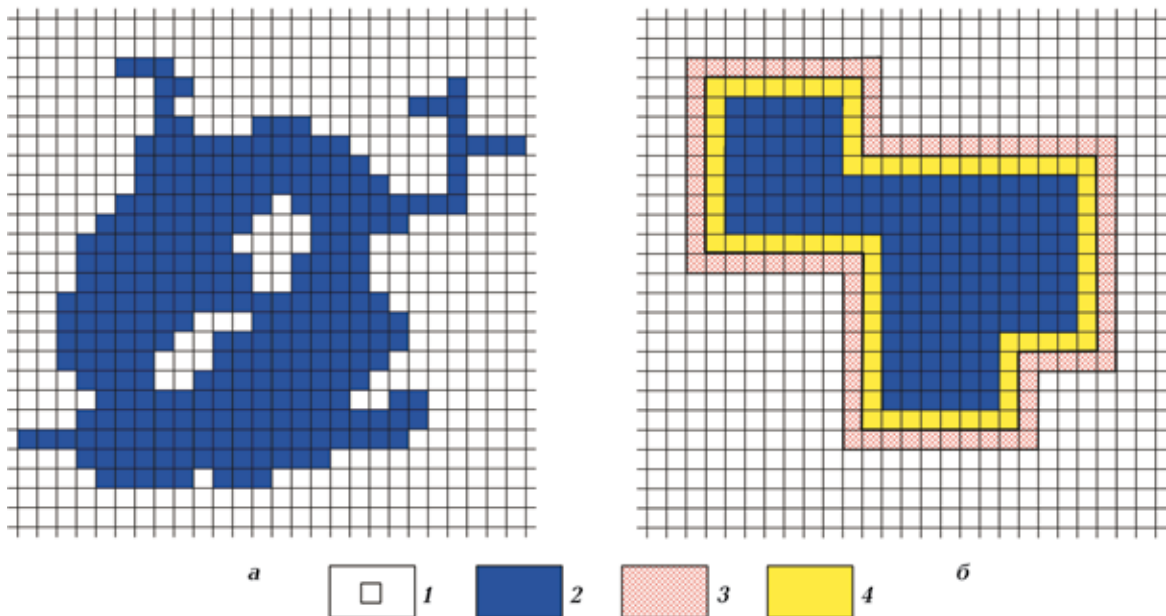


Рис. 1. Примеры конфигураций: *а* — неодносвязная конфигурация (с двумя «дырами» мощностью 12 и 10) и тремя «отростками» (длины 3, 6 и 14), *б* — односвязная конфигурация без «отростков» (1 — элемент замощения, 2 — элементы замощения $V_n \in Я(\Omega)$, 3 — элементы $V_n \in O(\Omega)$, 4 — элементы $V_n \in \Gamma(\Omega)$).

конфигурации Ω^* . При этом используется принцип локальной оптимальности. Для каждого пробного конфигурационного носителя $\Omega = \Omega_{k-1}^* \cup V_n$, $V_n \in O(\Omega_{k-1}^*)$, претендующего на роль k -го приближения Ω_k^* , путем решения линейного алгебраического уравнения определяется значение эффективной плотности источников, при котором достигается минимум средне-квадратической невязки наблюдаемого поля $\Delta \tilde{g}$ и поля масс найденной плотности, распределенных по этому носителю. В качестве наилучшего приближения Ω_k^* принимается пробный носитель, который при соответствующей эффективной плотности (обозначим ее как δ_k^*) обеспечивает наименьшее значение невязки (обозначим ее как ε_k^*). Из физических соображений ясно, что начиная с некоторых, заметно превосходящих $\tilde{\delta}$ на первых итерациях значений δ_k^* , последовательность значений δ_k^* спустится на некотором шаге $k(0)$ до эффективной плотности $\delta_{k(0)}^*$, принадлежащей достаточно малой окрестности значения $\tilde{\delta}$. Если при этом $\varepsilon_{k(0)}^* \leq \varepsilon$, то конфигурационный носитель $\Omega_{k(0)}^*$ принимается за допустимое приближенное решение Ω^* обратной задачи.

Случай $\tilde{\delta} < 0$ не вносит особых изменений в базовый метод РНК. Отличие лишь в том, что последовательность (δ_k^*) будет возрастающей. Все остается также, и когда модель источников поля содержит несколько связанных (парциальных) тел \tilde{S}_j , $j=1, 2, \dots, m$, одной и той же эффективной плотности $\tilde{\delta} > 0$ (или $\tilde{\delta} < 0$). Необходимо лишь не допускать контактирования парциальных носителей Ω_j^* (и, следовательно, всех текущих приближений $\Omega_{j,k}^*$ к ним), если по априорным ограничениям на это наложен запрет. Предполагается, что нулевое приближение $\Omega_0^* = \{V_{n(1)}, V_{n(2)}, \dots, V_{n(m)}\}$ в случае многосвязного распределения масс выбрано так, что выполняются включения $V_{n(j)} \subset \tilde{S}_j$. Несколько модификаций базового метода РНК — без существенных подвижек в направлении обобщения постановки обратной задачи — были предложены в работах представителей укра-

инской научной школы [Булах, Корчагин, 1978; Завойский, Неижсал, 1979]. Если говорить о первом практическом применении базового метода РНК (в двумерной постановке), то в работе [Балк и др., 1993] он был успешно опробован (с подтверждением результата интерпретации бурением) при поиске медно-никелевых руд с помощью гравиразведки на Таймыре. С точки зрения перспектив более широкого применения монтажных алгоритмов важную роль сыграла работа [Schäfer, Balk, 1993], в которой с помощью вычислительной техники тех лет была продемонстрирована возможность решения сугубо трехмерных обратных задач в режиме реального времени (опять же, на примере базового метода РНК). К настоящему времени накоплен немалый опыт применения 3D монтажных технологий при объемном моделировании источников гравитационного поля [Балк, Долгаль, 2009].

Начало исследованиям в направлении обобщения метода РНК положил цикл работ П. И. Балка (частично в соавторстве с Т. В. Балк), опубликованных преимущественно в журнале «Физика Земли» [Балк, 1989, 1993; Балк и др., 1994; Балк, Балк, 1995, 1996], а также монография У. Шефера [Schäfer, 1990], в которой была установлена возможность эффективного синтеза монтажного подхода с основополагающими идеями теории некорректных задач [Тихонов, Арсенин, 1979]. Можно выделить четыре основных направления развития теории монтажных алгоритмов, затронутых в названных публикациях: 1) введение в постановки обратных задач новых представлений о модели источников поля и модели экспериментальных данных; 2) расширение списка поддающихся учету априорных ограничений; 3) ослабление требований топологического характера к нулевому приближению; 4) усложнение структуры итерационного шага с целью повышения надежности выхода алгоритма на приемлемое значение невязки полей.

Что касается первого направления, то базовый метод РНК удалось обобщить на случай, когда связанные парциальные носи-

тели $\hat{S}_j, j=1, 2, \dots, m$, в описании модели источников поля заполнены массами различной эффективной плотности $\hat{\delta}_j > 0$. По сравнению с ситуацией, когда они одинаковы, возникает одна дополнительная проблема — обеспечить одновременный выход оптимизируемых плотностей $\delta_{j,k}$ масс, заполняющих на шаге k парциальные приближения $\Omega_{j,k}^*$ к оцениваемым носителям \hat{S}_j , в малые окрестности истинных значений $\hat{\delta}_j$. Было предложено оставить оптимизируемой лишь плотность первого тела, связав с ним плотности оставшихся тел гладкими монотонными зависимостями

$$\delta_{j,k} = \varphi_j(\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_j, \delta_{1,k}), \quad j = 2, 3, \dots, m, \quad (1)$$

обеспечивающими выполнение условия $\delta_{j,k} \rightarrow \hat{\delta}_j$, если $\delta_{1,k} \rightarrow \hat{\delta}_1$, для всех $j=1, 2, \dots, m$. В частности, можно взять мультипликативные зависимости

$$\delta_{j,k} = (\hat{\delta}_j / \hat{\delta}_1) \delta_{1,k}, \quad (2)$$

после чего необходимо, как и в случае базового метода РНК, прервать итерационный процесс, как только локально-оптимальное значение эффективной плотности первого парциального тела выйдет в окрестность значения $\hat{\delta}_1$.

В статье [Балк и др., 2011] предложен алгоритм решения смешанной обратной задачи при неполной информации об эффективных плотностях. Актуальность такой постановки вызвана тем, что плотности геологических тел в их естественном залегании никогда точно не известны [Вахромеев, Давыденко, 1987; Блох, 2004; Кобрунов, 2008], постоянная плотность возмущающих масс — это такая же идеализация, как четко очерченные границы геологических тел. В работе [Балк, Балк, 1995] монтажные алгоритмы опробованы в структурно-рудной постановке обратной задачи гравirazведки, где они отвечают за одну из компонент модели источников поля.

Базовый метод удалось распространить на другие метрики подбора, которые в некоторых случаях могут более адекватно

соответствовать свойствам суммарной по- мехи в измерениях поля, чем метрика L_2 . Показано, что в модель поля можно внести также фоновую компоненту. В упомянутом цикле статей построены в том числе модификации базового метода РНК, рассчитанные на задачи совместной интерпретации нескольких производных гравитационного потенциала. В работах [Балк, Шефер, 1992; Балк, Балк, 1996] предложена версия монтажного метода для совместной интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.

Теперь, что касается второго направления. Наиболее просто в монтажных алгоритмах осуществляется контроль за соблюдением ограничений на пространственное положение сеточных носителей масс и их протяженность по любым направлениям. Так, если область S_j^- по априорным предположениям не принадлежит парциальному носителю \hat{S}_j , то на все элементы замощения $V_n \subset S_j^-$ налагается запрет на их включение в ядра всех текущих приближений $\Omega_{j,k}^*$. В работах [Балк, 1989, 1993] предложены процедуры идентификации топологических свойств произвольной сеточной области и дополнения ее (при необходимости) до связной и односвязной области. Впоследствии эти процедуры стали важной компонентой новых модификаций метода РНК. Помимо ограничений на гладкость границы носителя в целом, заимствованных в работе [Schäfer, 1990] у теории регуляризации [Тихонов, Арсенин, 1979], практический интерес представляют ограничения на гладкость отдельных фрагментов границы носителя. Формализовать свойство гладкости отдельных фрагментов сеточного носителя можно различными способами и здесь до сих пор остается широкое поле деятельности. Для одного из определений гладкости фрагментов границы конфигурационного носителя, выраженной в терминах максимально допустимой длины, так называемых «отростков» границы носителя, необходимые алгоритмы для учета соответствующих ограничений представлены в работе [Балк, 1993].

Третье направление охватывает круг задач, обеспечивающий выбор начального приближения $\Omega_0^* = \{\Omega_{1,0}^*, \Omega_{2,0}^*, \dots, \Omega_{m,0}^*\}$ к оцениваемому многосвязному носителю \hat{S} . Оно обязано удовлетворять всем ограничениям, предписанным априорной информацией, с тем, чтобы обеспечить преемственность основных свойств текущих приближений в ходе всего итерационного процесса построения приемлемой оценки. Пусть S_j^+ , $j=1, 2, \dots, m$, — некие области, которые по априорной информации (к примеру, данным бурения) принадлежат носителям \hat{S}_j . Тогда в ядра $Я(\Omega_{j,0}^*)$ каждого из парциальных начальных приближений $\Omega_{j,0}^*$ должны войти элементы замощения $V_n \subset S_j^+$. В общем случае конфигурации, составленные из этих элементов, могут не быть связными и односвязными, а их границы — гладкими. Подобная ситуация возможна при применении монтажных алгоритмов в аддитивных технологиях интерпретации, когда (мы еще остановимся на этом) в ядра нулевых приближений будут последовательно включаться отдельные элементы замощения при последующей идентификации их как возможных фрагментов истинных носителей масс \hat{S}_j . Понятно, что если бы речь шла о построении единичного допустимого решения, то процедуру доведения подобного нулевого приближения до конфигурации, обладающей необходимыми свойствами, интерпретатор может выполнить в диалоговом режиме работы с компьютером. В случае аддитивных технологий этот процесс необходимо формализовать и автоматизировать. Для этого понадобятся не только алгоритмы идентификации произвольной конфигурации на предмет ее связности, односвязности и пофрагментарной гладкости ее границы, но и алгоритмы дополнения ее до минимальной конфигурации с необходимыми свойствами. Такие алгоритмы представлены в работе [Балк, 1993].

Наконец, последнее, четвертое направление развития монтажных алгоритмов. Успех применения монтажных алгоритмов — если множество допустимых решений обратной задачи не пусто, то метод выйдет

на одно из них — зависит от исхода противостояния двух факторов. С одной стороны, многоэкстремальность нелинейных обратных задач и локально-оптимальный характер алгоритмов, когда последние заботятся лишь об оптимизации текущего шага, с другой — приближенная эквивалентность, представляющая на выбор широкое множество допустимых решений обратной задачи. К этому надо добавить, что метод РНК имеет один методологический изъян: элемент замощения V_n , «неудачно» включенный на некотором шаге k в ядро текущего приближения, автоматически попадает в ядро итогового решения Ω^* . Дать методу РНК шанс это исправить может процедура чередования итераций метода РНК с итерациями алгоритма *регулируемой направленной раскristализации (РНР)* и алгоритма *регулируемой направленной перекristализации (РНП)*. Алгоритмы РНР и РНП предложены в работах [Балк и др., 1994; Долгаль, Мичурин, 2010]. В первом случае на шаге итерационного процесса из ядра текущего приближения изымается элемент замощения, во втором случае осуществляется обмен элементами между его оболочкой и границей — по одному с каждой стороны. В работе [Балк, Балк, 2000] исследуется эффективность более сложных конструкций итерационного шага.

Пример 1. Безусловно, главной отличительной особенностью метода РНК является перевод известного параметра, плотности δ , в число свободных и оптимизируемых. Может возникнуть сомнение в том, что это действительно является целесообразным.

Решение обратной задачи гравirazведки осуществляется по точным значениям Δg_i силы тяжести, обусловленным локальным телом \hat{S} эффективной плотности $\hat{\delta} = 0,25 \text{ г/см}^3$ и заданным с шагом 250 м на горизонтальном профиле длиной 7 км. Ограничения сводятся к условию гладкости границы носителя и заданию достаточно широкой прямоугольной области D , гарантированно содержащей аномалиеобразующий объект.

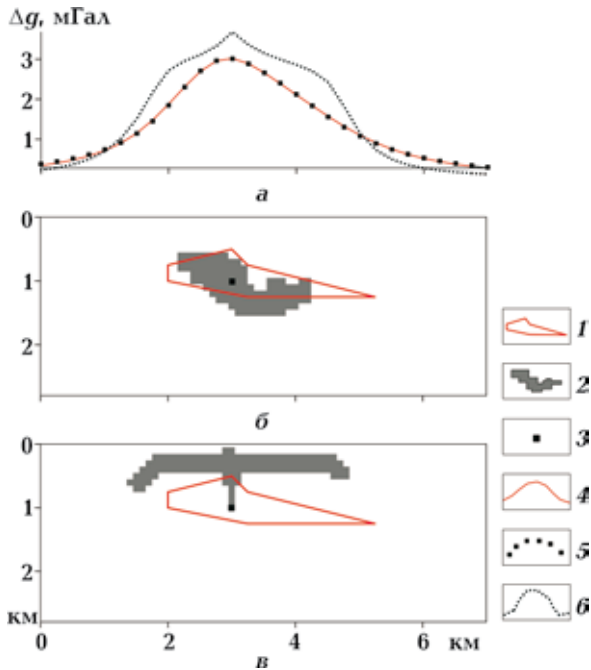


Рис. 2. Результаты интерпретации: *a* — по методу РНК, *б* — по «аналогу» метода РНК (*1* — истинное тело S , *2* — решение обратной задачи Ω^* , *3* — нулевое приближение Ω_0 (центр кристаллизации), *4* — исходное («наблюдаемое») поле, *5*, *6* — модельные поля от конфигурации (*б*), (*в*)).

На рис. 2 приведены решения обратной задачи по методу РНК и его «аналогу», отличающемуся от метода РНК лишь тем, что на всех итерациях эффективная плотность

подбираемой модели принимается равной ее истинному значению $\bar{\delta}$. Результаты расчетов говорят сами за себя. В случае метода РНК достигнутая невязка составляет 0,020 мГал (~0,6 % от амплитуды аномалии). Для «аналога» этого метода нельзя вообще говорить о достигнутой невязке, так как критерий останова итерационного процесса, аналогичный применяющемуся в методе РНК, здесь не может работать. Поэтому мы сочли полезным привести на рис. 2 приближение Ω_k на шаге k , на котором «аналог» метода РНК вышел на истинную избыточную массу тела. Если затем позволить алгоритму выполнить достаточно большое число итераций, то окажется, что минимальное из достигнутых значений невязок равно 0,253 мГал (8,3 % от амплитуды аномалии). Таким образом, если геофизик в качестве приемлемой невязки возьмет любое значение в диапазоне от 0,020 до 0,250 мГал, то вопрос о существовании допустимых решений обратной задачи «аналог» метода РНК оставит открытым, тогда как метод РНК не только ответит на него утвердительно, но и построит одно из таких решений.

На рис. 3 представлено поведение невязки при реализации обоих методов и показано, как они отвечают на задание ее

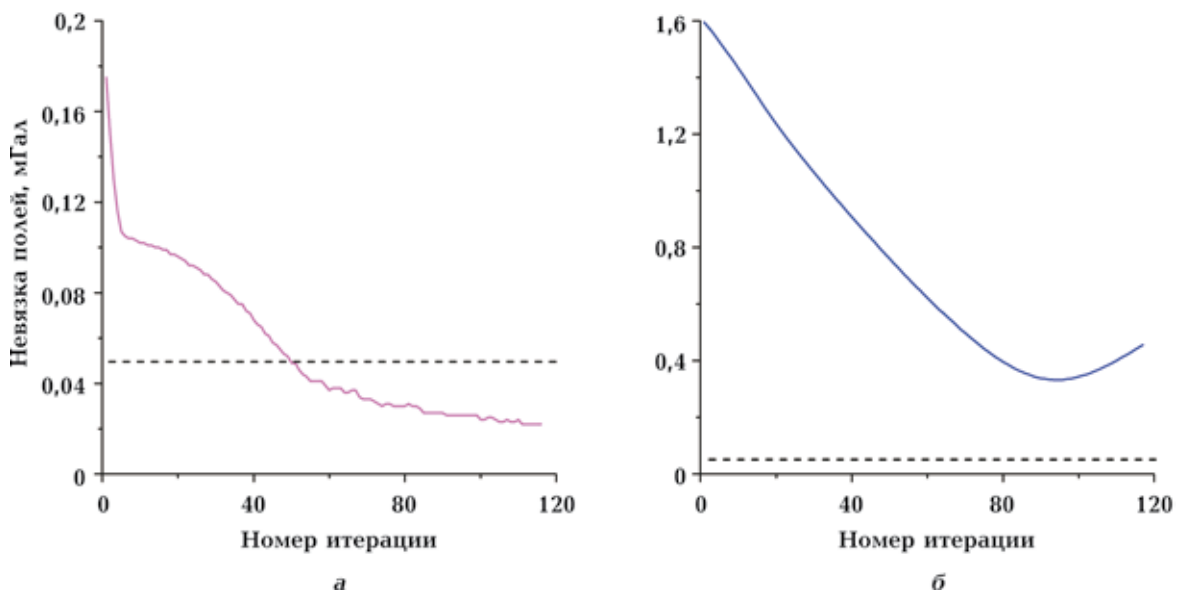


Рис. 3. Графики изменения невязки $\varepsilon(k)$ с увеличением номера итерации k : *a* — метод РНК; *б* — «аналог» метода РНК.

допустимого значения, равного 0,05 мГал.

Случай разнознаковых эффективных плотностей. При всех преимуществах монтажного подхода слабым местом всех известных модификаций метода РНК является требование, по которому эффективные плотности отдельных локальных тел должны иметь один знак, т. е. быть либо ниже, либо выше плотности однородной вмещающей среды. Оно вызвано особенностями критерия прерывания итерационного процесса и негативным эффектом перераспределения масс с эффективной плотностью разного знака. Постановки обратных задач, в которых присутствуют объекты с эффективными плотностями разных знаков, обычно ассоциируются у геофизиков с ростом влияния ε -эквивалентности. Проиллюстрируем влияние возросшей неопределенности для данного случая.

Пример 2. Возьмем аномалию $\Delta\bar{g}(x)$, обусловленную телами \hat{S}_1 и \hat{S}_2 , предположительно расположенными выше уровня глубин $z=8$ км (рис. 4).

Рассмотрим два случая: 1) эффективные плотности тел обоих тел имеют один и тот же знак: $\hat{\delta}_1=0,2$ г/см³ и $\hat{\delta}_2=0,3$ г/см³; 2) эффективные плотности тел имеют

разные знаки: $\hat{\delta}_1=0,2$ г/см³ и $\hat{\delta}_2=-0,3$ г/см³. Считается, что границы конфигураций, аппроксимирующих носители \hat{S}_1 и \hat{S}_2 , обязаны быть достаточно гладкими (без «отростков»), а среднеквадратическое значение помех σ в измерениях аномалии, выполненных на горизонтальном профиле длиной 30 км с шагом 500 м, не превышает 0,1 мГал. В обоих случаях одновременный выход локально-оптимальных плотностей обоих тел на истинные значения обеспечивает мультипликативная зависимость (2). В первом случае метод РНК показал вполне удовлетворительные результаты и после выполнения 461 итерации обеспечил невязку $\varepsilon=0,029$ мГал (рис. 5, а). В случае же разнознаковых плотностей $\hat{\delta}_1$ и $\hat{\delta}_2$ итерационный процесс РНК, как мы и предвидели, существенно замедлил свою сходимость — критерий его прерывания сработал лишь после выполнения 803 итераций. При этом невязка полей составила 0,149 мГал. Если говорить о точности самого решения, то отметим превышение площади сечений моделируемых объектов почти в 2 раза по сравнению с истинными телами (рис. 5, б). Отсюда вывод: постановки обратных задач с разнознаковыми эффективными плотностями в монтажном методе нуждаются в каких-то «обходных» путях их реализации.

Попытки решить проблему, используя внутренние резервы метода РНК, результатов не принесли. Выход из положения может состоять в том, чтобы работу монтажного метода предварять процедурой разделения аномального гравитационного поля на две составляющие, предложенной А. С. Долгалем. Благодаря ей можно осуществить декомпозицию обратной задачи на две подзадачи для компонент гравитационного поля, каждая из которых обусловлена объектами эффективной плотности одного знака, и дальше уже действовать по отработанной схеме обычного метода РНК.

Пусть $J^+, |J^+|=m^+$ — множество номеров j локальных тел \hat{S}_j эффективной плотности $\hat{\delta}_j>0$, создающих аномалию $\Delta\bar{g}_+(X)$, и $J^-, |J^-|=m^-$ — множество номеров тел

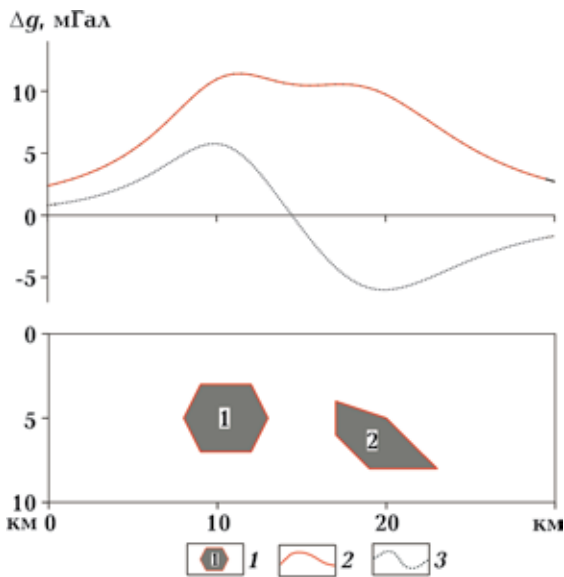


Рис. 4. Модель плотностной среды и поля: 1 — аномалиеобразующие объекты, 2, 3 — графики истинного поля для 1-го и 2-го случаев.

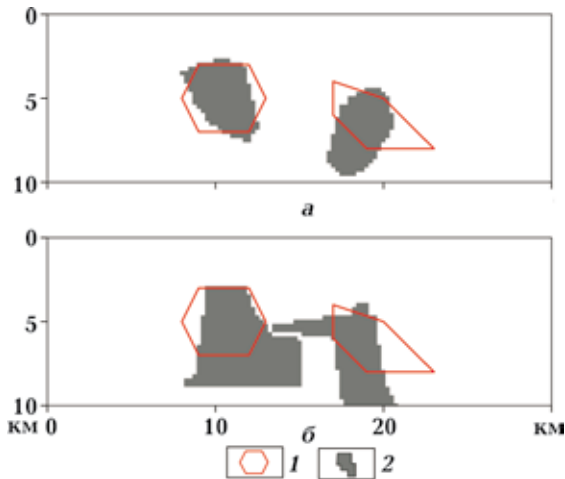


Рис. 5. Результаты решения обратной задачи гравитации для 1-го (а) и 2-го (б) случая: 1 — истинные тела S_j , 2 — подобранные тела Ω_j .

\hat{S}_j плотности $\hat{\delta}_j < 0$, создающих аномалию $\Delta\hat{g}_-(X)$. Пусть (для простоты) проекция на плоскость $z=0$ сети Γ точек $X_i=(x_i, y_i, z_i)$, $i=1, 2, \dots, n$, задания приближенных значений $\Delta\hat{g}_-(X_i)$ аномалии $\Delta\hat{g}_-(X)$ является регулярной сеткой, расстояние между любыми двумя ближайшими узлами которой равно h_0 . Воспользовавшись принципом эквивалентных моделей, приближения $\Delta\hat{g}_+(X)$ и $\Delta\hat{g}_-(X)$ к (неизвестным) составляющим $\Delta\hat{g}_+(X)$ и $\Delta\hat{g}_-(X)$ истинного поля будем искать в виде суммы полей положительных и суммы полей отрицательных локальных масс, помещенных в точки некоторой поверхности. В этом поможет опыт решения задачи пересчета гравитационного поля с произвольного рельефа на плоскость с помощью процедуры истокообразной аппроксимации [Аронов, 1990].

Суть предложенной процедуры разделения полей заключается в следующем. Наметим глубины H_{\min} и H_{\max} , в пределах которых заведомо расположены источники аномалии. Введем в задачу семейство сеток Γ_k , $k=k_{\min}, k_{\min}+1, \dots, k_{\max}$, с узлами $X_i^{(k)}=(x_i, y_i, z_i+kh)$, $h \leq h_0$, $i=1, 2, \dots, N$, конгруэнтных заданной сетке Γ . Координаты z_i узлов обязаны покрывать интервал $[H_{\min}, H_{\max}]$. Для каждой из сеток Γ_k (назовем их пробными) выполним следующее.

1. Поместим в ее узлы точечные ис-

точники и из решения системы линейных уравнений размерности N определим их массы $M_i^{(k)}$, при которых суммарное поле этих источников в точках X_i совпадает с интерпретируемыми значениями $\Delta\hat{g}_-(X_i)$. Пусть I_k^+ — множество номеров i узлов сетки Γ_k , в которых массы $M_i^{(k)}$ оказались положительными, а I_k^- — множество номеров узлов, в которых $M_i^{(k)} < 0$.

2. Суммируя гравитационные эффекты источников, помещенных в узлы $X_i^{(k)}$, $i \in I_k^+$, получаем некоторое приближение $\Delta\hat{g}_+(X)$ к $\Delta\hat{g}_+(X)$; аналогично находим приближение $\Delta\hat{g}_-(X)$ к $\Delta\hat{g}_-(X)$. Тем самым, предпосылки к декомпозиции обратной задачи созданы.

3. Рассматривая $\Delta\hat{g}_+(X)$ как обособленную аномалию, которая обусловлена m^+ локальными телами положительной эффективной плотности, попытаемся по ее приближенным значениям $\Delta\hat{g}_+(X_i)$, $i=1, 2, \dots, N$, отыскать с помощью обобщенного метода РНК допустимое решение обратной задачи Ω_+^* . При этом учитываются априорные ограничения, относящиеся к локальным телам $\hat{S}_j, j \in J^+$. Аналогично поступим при поиске m^- -связного решения Ω_-^* по аномалии $\Delta\hat{g}_-(X)$, когда в числе прочего учитывается априорная информация, касающаяся взаиморасположения локальных тел отрицательной и положительной плотности.

4. По величине невязки наблюдаемого поля $\Delta\hat{g}(X)$ и суммы $\Delta g^*(X)$ полей $\Delta g_j^*(X)$ масс, сосредоточенных в построенных с помощью метода РНК парциальных носителях Ω_j^* , $j \in J^+ \cup J^-$, и взятых с соответствующими плотностями $\hat{\delta}_j$, установим, является ли конфигурация $\Omega^* = \Omega_+^* \cup \Omega_-^*$ приемлемым решением обратной задачи.

Достаточно легко можно добиться совпадения с наблюдаемым полем суммы полей $\Delta\hat{g}_+(X)$ и $\Delta\hat{g}_-(X)$. Вопрос в том, окажется ли мера близости этих полей к неизвестным составляющим $\Delta\hat{g}_+(X)$ и $\Delta\hat{g}_-(X)$ сопоставима с погрешностью измерений. Другими словами, произойдет ли

разделение исходного поля «правильно»? Не следует ожидать, что такая близость будет достигнута при использовании *каждой* из сеток Γ_k . Требуется установить, будет ли она достигнута в случае размещения точечных масс *хотя бы на одной* из этих сеток. И если да, то как мы это сможем установить? На последний вопрос ответить как раз просто, используя косвенные доводы, а конкретно — удалось ли по разделенным компонентам поля $\Delta\tilde{g}_+(X)$ и $\Delta\tilde{g}_-(X)$ построить допустимое решение обратной задачи. В принципе не обязательно знать, какая точность была достигнута при разделении поля. Если удалось построить несколько допустимых решений обратной задачи, соответствующих различным сеткам $\Gamma_{k'}$, все они будут включены в множество Q_0 , с которыми предстоит работать аддитивной технологии интерпретации. Следовательно, безразлично, в каком из вариантов разделение полей было более правильным.

Эвристика, заложенная в схему выбора семейства сеток $\Gamma_{k'}$, оказалась весьма удачной. На модельных примерах подмечена важная закономерность: среди пробных сеток Γ_k всегда найдется та (обозначим ее номер как k_{opt}), при которой каждая из аномалий $\Delta\tilde{g}_+(X)$ и $\Delta\tilde{g}_-(X)$ довольно хорошо приближает соответствующую составляющую истинного поля $\Delta\tilde{g}(X)$ (при этом качество аппроксимации компонент $\Delta\tilde{g}_+(X)$ и $\Delta\tilde{g}_-(X)$, построенной с помощью сетки $\Gamma_{k'}$, монотонно ухудшается с увеличением расстояния $|k - k_{opt}|$). К сожалению, до конца объяснить этот феномен с позиций теории нам пока не удалось.

Пример 3. Рассмотрим модельный пример с теми же источниками аномалии, что и в предыдущем примере, когда тела \tilde{S}_1 и \tilde{S}_2 имеют плотности $\tilde{\delta}_1=0,2$ г/см³ и $\tilde{\delta}_2=-0,3$ г/см³. Интерпретируемые значения аномалии, заданной в точках горизонтального профиля с шагом $h_0=0,5$ км, не будем

Таблица 1

Глубина погружения точечных источников, км	Точность восстановления поля $\Delta\tilde{g}_+(X)$, мГал	Точность восстановления поля $\Delta\tilde{g}_-(X)$, мГал
2	1,633	1,633
2,25	1,540	1,540
2,5	1,439	1,439
2,75	1,331	1,331
3	1,218	1,218
3,25	1,100	1,100
3,5	0,977	0,977
3,75	0,843	0,843
4	0,694	0,694
4,25	0,498	0,498
4,5	0,253	0,253
4,75	0,153	0,153
5	0,503	0,503
5,25	1,047	1,046
5,5	1,715	1,714
5,75	2,594	2,594
6	3,820	3,820

Примечание: заливкой выделены параметры, соответствующие сетке с номером k_{opt} . Наилучшие приближения $\Delta\tilde{g}_+(X)$ и $\Delta\tilde{g}_-(X)$ компонент $\Delta\tilde{g}_+(X)$ и $\Delta\tilde{g}_-(X)$ аномалии $\Delta\tilde{g}(X)$ получены, когда точечные источники помещаются в узлы сетки Γ_{19} , расположенной на глубине 4750 м, причем прослеживается четкая зависимость качества разделения поля от глубины погружения пробных сеток Γ_k (рис. 6).

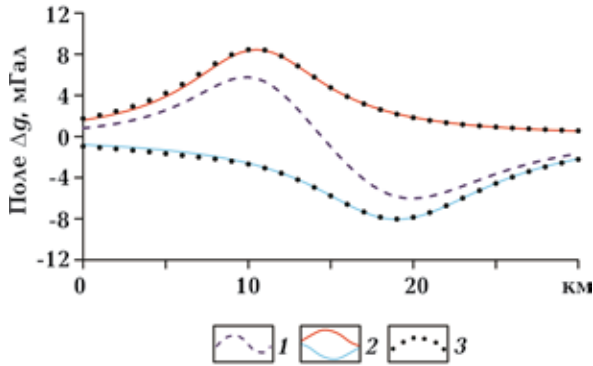


Рис. 6. Разделение гравитационного поля на составляющие, обусловленные источниками с положительной и отрицательной эффективной плотностью: 1 — суммарное гравитационное поле; 2 — аномальные эффекты от источников, обладающих эффективной плотностью разных знаков; 3 — восстановленные составляющие поля $\Delta\tilde{g}_+(X)$ и $\Delta\tilde{g}_-(X)$.

осложнять помехами. В практических задачах при выборе глубин погружения пробных сеток Γ_k можно опираться на геологические сведения (например, о глубинах фундамента для платформенных территорий), на мощность гравиактивного слоя, определенную статистическим путем [Глазнев и др., 2014], на среднюю предполагаемую глубину залегания возмущающих объектов в изучаемом разрезе. Мы ограничились сетками Γ_k в пределах глубин от 2 до 6 км с шагом $h=250$ м ($k_{\min}=8, k_{\max}=24$).

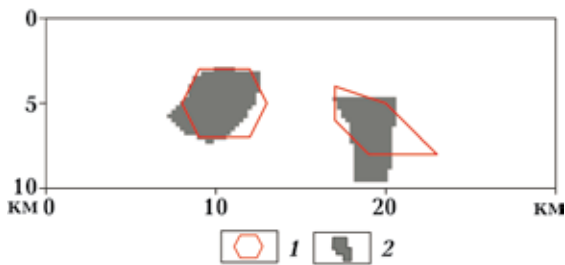


Рис. 7. Результаты интерпретации по методу РНК с предварительным разделением аномалий (см. рис. 6): 1 — истинные тела \hat{S}_j , 2 — подобранные тела Ω_j .

На рис. 7 приведено решение обратной задачи для пары аномалий $\Delta\tilde{g}_+(X)$ и $\Delta\tilde{g}_-(X)$, соответствующих сетке Γ_{19} , при требовании безотростковости носителей

Ω_1^* и Ω_2^* . Значения невязки составили 0,016 и 0,09 мГал для положительной и отрицательной компонент поля $\Delta\tilde{g}(x)$. Значение невязки истинной и подобранной аномалий $\Delta\tilde{g}(x)$ и $\Delta g^*(x) = \Delta g_+^*(x) + \Delta g_-^*(x)$ составляет 0,091 мГал.

Дополнительные требования к монтажным алгоритмам при их применении в аддитивных технологиях интерпретации. Предтечей аддитивных технологий интерпретации гравитационных аномалий является метод, предложенный около 40 лет назад [Балк, 1980] и реализующий так называемый гарантированный подход. Как выяснилось позже, подобный подход, причем с тем же названием и примерно в эти же годы, стал интенсивно развиваться в теории управления [Черноусько, 1988], что послужило дополнительным косвенным доводом в пользу его внедрения в проблематику обратных задач гравиразведки. Как бы то ни было, заметное развитие аддитивные технологии получили сравнительно недавно. Отправной точкой для аддитивных технологий служит тот факт, что всю информацию об источниках аномалии содержит (в скрытом виде) множество Q допустимых вариантов интерпретации. Мощность множества Q и «разброс» свойств его отдельных элементов есть мера неопределенности обратной задачи. Кредо аддитивных технологий можно сформулировать так: не разумно доверять лишь одному из априори равноправных вариантов количественной интерпретации, представляя ее итоговый результат, необходимо использовать новые типы извлекаемой информации об источниках поля в интерпретационных системах. Концепция аддитивных технологий предусматривает, что ни одно допустимое решение обратной задачи не должно оказываться в роли статиста, формально принимающего участие в интерпретации, но заведомо не влияющего на его результат. Несмотря на то, что в случае сеточного модельного класса M источников аномалии множество Q является конечным, технически можно организовать поиск лишь некоторого числа до-

пустимых решений, образующих подмножество Q_0 . Проблема, возникающая перед аддитивными технологиями, заключается в том, чтобы это подмножество достаточно полно характеризовало все множество Q .

Конструктивно концепция аддитивных технологий интерпретации может быть реализована путем свертывания информации, содержащейся в множестве Q_0 , в распределение $\lambda(V_n)$ некоторого параметра на элементах замощения V_n , покрывающего изучаемую область пространства D . В самом общем виде назначение функций $\lambda(V_n)$ состоит в том, чтобы оценить вероятность успешного решения поставленной геологической задачи при условии, что геофизические и буровые работы будут проведены в соответствии с рекомендациями, протекающими из характера функции $\lambda(V_n)$. Взять, к примеру, функцию локализации

$$\lambda(V_n) = \frac{\sum_{S \in Q_0} \varphi(V_n, S)}{|Q_0|}, \quad V_n \subset D, \quad (3)$$

$$\varphi(V_n, S) = \begin{cases} 1, & V_n \subset S, \\ 0, & V_n \not\subset S, \end{cases} \quad (4)$$

как частоту, с которой среди всех найденных модельных носителей S встречаются те, чьим фрагментом является область пространства V_n [Долгаль, Шархимуллин, 2011]. Функция (3) позволяет локализовать отдельные области пространства, оценка вероятности встречи возмущающих масс в которых имеет наиболее высокие значения. Частным случаем функции локализации можно назвать функцию гарантии [Балк, 1980]:

$$\lambda(V_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } Q_1 \neq \emptyset \text{ и } Q_1 \neq Q, \\ 2, & \text{если } Q_1 = Q, \end{cases} \quad (5)$$

$$Q_1 = \{S \in Q : V_n \subset S\}, \quad (6)$$

позволяющую строить неулучшаемые двусторонние оценки для неизвестного носителя \hat{S} :

$$D_2 \subset \hat{S} \subset D_1, \quad (7)$$

где D_1 и D_2 — соответственно объеди-

нение и пересечение всех допустимых носителей. Исход $D_2 = \emptyset$ означает, что в отношении любой точки X пространства (кроме тех, чья принадлежность носителю \hat{S} предопределена априорной информацией) ни один метод решения обратной задачи не может гарантированно установить, что она является точкой этого носителя.

Вне зависимости от типа функции $\lambda(V_n)$ основная проблема реализации аддитивных технологий связана с построением репрезентативных (или близких к ним) подмножеств Q_0 допустимых вариантов интерпретации. Поскольку итерационные монтажные алгоритмы решения обратной задачи являются сугубо детерминированными, то разнообразие построенных допустимых решений может быть достигнуто лишь за счет выбора различных нулевых приближений, генерирование которых обеспечивается внутри самих аддитивных технологий интерпретации. Напомним, что нулевое приближение к искомому допустимому носителю служит лишь механизмом, запускающим итерационный процесс, и не претендует на близость к истинному носителю \hat{S} ни по геометрии, ни по полю масс, его заполняющих. Монтажный алгоритм предусматривает, что и отдельные свойства (прежде всего, топологические) нулевых приближений, предлагаемых аддитивной технологией, будут весьма далеки от тех, которыми должны обладать допустимые носители возмущающих масс. Поскольку один из основных принципов монтажных итерационных процессов состоит в наследовании очередным приближением свойств предшествующего приближения, прописанных в априорных ограничениях, определенное число итераций придется теперь тратить лишь на то, чтобы на некотором шаге текущее приближение обрело необходимые свойства. Следует отметить, что, например, метод РНК в силу своей специфики располагает вполне определенным числом итераций для достижения искомого решения; в ряде случаев его даже можно достаточно уверенно предсказать по результатам нескольких первых шагов процесса.

При реализации традиционной концепции подбора геоплотностной модели монтажному методу необходимо найти всего одно допустимое решение, но зато оптимальное, обладающее некими экстремальными свойствами. Перед аддитивными технологиями стоит совершенно иная задача. Для них не имеет значения, попадут в подмножество Q_0 или нет допустимые решения обратной задачи, обеспечивающие не просто приемлемые значения невязки, а близкие к минимально возможной. Важно, чтобы это подмножество было представительным. Состоятельность множества Q_0 можно обеспечить тогда, когда каждое найденное допустимое решение обратной задачи является результативным. Последнее означает, что оно должно обладать неким дополнительным свойством, не встречающимся в уже построенных решениях, и это тоже может сказаться на выборе нулевого приближения. Свойства, о которых идет речь, для каждого очередного искомого носителя масс являются индивидуальными. Аддитивная технология должна определять эти свойства, исходя из особенностей ранее построенных решений, и «сообщать» их монтажному методу. По сути для аддитивных технологий интерпретации характерны черты искусственного интеллекта — на них возлагаются некоторые функции, которые прежде являлись прерогативой интерпретатора.

Приступая к поиску каждого очередного допустимого решения, аддитивная технология специально ужесточает требования к нему, пытаясь очертить границы распространения приближенной эквивалентности. Над монтажными алгоритмами в этих технологиях всегда будет висеть «дамоклов меч» неопределенности — если им не удастся выйти на допустимое решение, то остается открытым вопрос: то ли решений с таким дополнительным свойством нет, то ли методу не удалось их получить. Необходимость найти правильный выход из такой противоречивой ситуации — это еще одна проблема, типичная для аддитивных технологий интерпретации, которая в определенной степени ложится и на сами

монтажные алгоритмы. Обозначенная ситуация станет более понятной, если ее рассмотреть для конкретной технологии.

В качестве примера возьмем технологию построения пары областей $\langle D_1, D_2 \rangle$ на основе функции гарантии. Прежде всего, примем во внимание, что множество Q содержит достаточно большое число (репрезентативных) подмножеств $Q_0 \subseteq Q$ результативных допустимых решений обратной задачи (модельных носителей Ω_α^*) таких, что объединение и пересечение элементов Ω_α^* любого из таких подмножеств также совпадает с областями D_1 и D_2 [Балк, 1980]. Можно дать оценку минимального числа требуемых результативных допустимых носителей Ω_α^* и указать те самые дополнительные свойства, которыми они должны обладать. Они просты: в зависимости от того, идет речь об области D_1 или D_2 , очередной допустимый носитель должен содержать (не содержать) хотя бы один элемент замощения, который принадлежит всем ранее найденным носителям. Если такое допустимое решение будет найдено, то в первом случае ядро текущего приближения к $Y(D_1)$ увеличится по меньшей мере на один элемент замощения, а во втором — ядро текущего приближения к $Y(D_2)$ уменьшится минимум на один элемент замощения. Добиться этого просто. При построении оценки области D_1 необходимо в нулевое приближение включить элемент замощения, не вошедший в ядра всех до того построенных допустимых носителей. При построении оценки области D_2 необходимо выбрать любой элемент замощения из пересечения ядер уже построенных допустимых носителей и наложить запрет на включение его в ядро нулевого приближения к очередному искомого допустимому носителю.

Заключение. В некотором смысле данная публикация завершает цикл статей по аддитивным технологиям интерпретации и особенностям использования в них (в качестве рабочего инструмента) монтажных алгоритмов построения допустимых решений обратных задач. Если фактическое качество любого оптималь-

ного решения обратной задачи носит случайный характер и зависит от того, какой из элементов множества допустимости Q оказался истинным решением, то аддитивные технологии никак не связаны с каким бы то ни было методом решения обратной задачи и оценивают информативность интерпретируемых данных в конкретных физико-геологических условиях. Аддитивные технологии предполагают, что предварительно удалось построить достаточно мощное семейство Q_0 допустимых решений обратной задачи. Диалоговые системы моделирования, реализующие метод неформализованного подбора, с этой проблемой справиться не в состоянии. Приступая в свое время к разработке аддитивных технологий, авторам было ясно, что в случае постановки обратных задач рудного типа необходимо применять монтажные алгоритмы и обеспечить полную автоматизацию процесса построения множества Q_0 , включая выбор начальных приближений. Однако к разработке теории аддитивных технологий интерпретации авторы приступили, не ожидая, пока будет завершена разработка математического и программно-алгоритмического инструмента для их реализации. Поэтому в каждый период времени круг задач, поставленных перед аддитивными технологиями, во многом определялся текущими возможностями монтажного метода. В настоящее время эти возможности удалось кардинально расширить, распространив монтажный метод на случай, когда эффективные плотности отдельных тел, входящих в модель источников поля, имеют разные знаки.

Пожалуй, мы уже вправе отметить, что в лице монтажных алгоритмов аддитивные технологии интерпретации приобрели достаточно надежный рабочий инструмент для своей реализации, хотя окончательно ставить точку пока рано. При столь высоких темпах развития компьютерной техники мы в меньшей степени ожидаем, что аддитивные технологии столкнутся с какими-то непредвиденными проблемами вычислительного характера. Также не вы-

зывают особых опасений возможные трудности с учетом новых типов априорной информации (хотя, как нам представляется, все практически значимые ограничения созданы и описаны в статьях, перечисленных во введении). Вместе с тем пока не закрыт вопрос о репрезентативности подмножеств Q_0 допустимых решений обратной задачи, используемых в этих технологиях.

Разнонаправленность концепций извлечения информации, положенных в основу традиционных и аддитивных технологий интерпретации, — это повод скорее говорить об их взаимной дополняемости, чем о соперничестве друг с другом. Помимо того, что обе концепции вносят свой вклад в расширение объема информации, извлекаемой из данных гравиразведки, каждая из них может оказаться полезной с точки зрения обеспечения условий для реализации другой. Достаточно типичной является ситуация, когда лишь апостериори, анализируя особенности решения обратной задачи, построенного с помощью автоматизированного метода подбора, удается обнаружить, что используемых априорных ограничений недостаточно, чтобы гарантировать его геологическую содержательность. Результаты интерпретации в терминах функции λ не содержат в явном виде информацию об отдельно взятых решениях обратной задачи, полученных в результате применения аддитивной технологии. Предварительный анализ интерпретационных построений, полученных методом подбора, помогает скорректировать набор априорных ограничений на параметры источников поля, обеспечив аддитивной технологии работу с фактически, а не формально допустимыми решениями обратной задачи. В свою очередь, аддитивные технологии интерпретации готовы дополнить результаты традиционных методов решения обратной задачи той же функцией $\lambda(X)$. Вместо единичного оптимального носителя S^* теперь можно предложить интерпретатору более содержательное обобщенное решение $\langle S^* \in Q_0; \lambda(X), X \in S^* \rangle$ обратной задачи [Балк,

Долгаль, 2017]. В отдельном случае речь может идти о двусторонних неулучшаемых оценках $D_2 \subset S^* \subset D_1$, построенных на основе специализированной функции λ .

Примеры успешного взаимного дополнения двух концепций извлечения инфор-

мации об источниках гравитационного поля подводят к идее гибридных технологий интерпретации. В обслуживании таких технологий авторы видят основное предназначение монтажных алгоритмов решения обратной задачи.

Список литературы

- Аронов В. И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ. Москва: Недра, 1990, 301 с.
- Балк П. И. О надежности результатов количественной интерпретации гравитационных аномалий. *Изв. АН СССР. Физика Земли*. 1980. № 6. С. 65—83.
- Балк П. И. Использование априорной информации о топологических особенностях источников поля при решении обратной задачи гравиметрии. *Докл. АН СССР*. 1989. Т. 309. № 5. С. 1082—1084.
- Балк П. И. Использование априорной информации о топологических особенностях источников поля при решении обратной задачи гравиметрии в рамках монтажного подхода. *Физика Земли*. 1993. № 5. С. 59—71.
- Балк П. И., Балк С. П. О решении нелинейной обратной задачи гравиметрии с использованием конечноэлементных представлений источников поля. *Докл. РАН*. 2000. Т. 371. № 2. С. 231—234.
- Балк П. И., Балк Т. В. Совмещенная обратная задача грави- и магнитометрии. *Физика Земли*. 1996. № 2. С. 16—30.
- Балк П. И., Балк Т. В. Структурно-рудная обратная задача гравиметрии. *Физика Земли*. 1995. № 6. С. 32—41.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Аддитивные технологии количественной интерпретации гравитационных аномалий. *Геофизика*. 2016. № 1. С. 43—47.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Детерминированный подход к проблеме достоверности результатов интерпретации гравиметрических данных. *Докл. РАН*. 2010. Т. 431. № 1. С. 102—106.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Детерминистские модели интерпретации для оптимизации местоположения и глубин залегания скважин при заверке гравитационных аномалий. *Физика Земли*. 2015. № 1. С. 98—111.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Новые возможности повышения информативности количественной интерпретации гравитационных аномалий. *Докл. РАН*. 2017. Т. 476. № 4. С. 461—465.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Обратные задачи гравиметрии как задачи извлечения достоверной информации в условиях неопределенности. *Физика Земли*. 2012. № 5. С. 85—101.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Трехмерные монтажные технологии интерпретации гравиметрических данных. *Докл. РАН*. 2009. Т. 427. № 3. С. 380—383.
- Балк Т. В., Шеффер У. Монтажный метод решения совмещенной обратной задачи грави- и магнитометрии. *Докл. РАН*. 1992. Т. 327. № 1. С. 79—83.
- Балк П. И., Долгаль А. С., Балк Т. В. Сеточные модели плотностной среды и опыт их применения при прослеживании дифференцированных интрузий по данным гравиразведки. *Геология и геофизика*. 1993. № 5. С. 127—134.
- Балк П. И., Долгаль А. С., Христенко Л. А. Синтез линейной и нелинейной постановок обратной задачи в гравиразведке и магниторазведке. *Геофиз. журн*. 2011. Т. 33. № 5. С. 51—65. <https://doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v33i5.2011.116853>.
- Балк П. И., Шеффер У., Балк Т. В. Структура минимизируемого функционала в монтажных алгоритмах поиска допустимых решений обратной задачи гравиметрии. *Физика Земли*. 1994. № 7-8. С. 98—106.
- Блох Ю. И. Количественная интерпретация гравитационных и магнитных аномалий. Москва: Изд. МГГА, 1998, 89 с.

- Блох Ю. И. Проблема адекватности интерпретационных моделей в гравirazведке и магниторазведке. *Геофиз. вестник*. 2004. № 6. С. 10—15.
- Булах Е. Г. Прямые и обратные задачи гравиметрии и магнитометрии. Киев: Наук. думка, 2010, 463 с.
- Булах Е. Г., Корчагин И. Н. О подборе аномальных источников гравитационного поля методом последовательных приращений модели. *Докл. АН УССР. Сер. Б*. 1978. № 12. С. 3—6.
- Васин В. В., Агеев А. Л. Некорректные задачи с априорной информацией. Москва: Наука, 1993, 262 с.
- Вахромеев Г. С., Давыденко А. Ю. Моделирование в разведочной геофизике. Москва: Недра, 1987, 192 с.
- Глазнев В. Н., Муравина О. М., Воронова Т. А., Холин В. М. Оценка мощности гравитационного слоя земной коры Воронежского кристаллического массива. *Вестник ВГУ. Сер. Геология*. 2014. № 4. С. 78—84.
- Гольдшмидт В. И. Оптимизация процесса количественной интерпретации данных гравirazведки. Москва: Недра, 1984, 185 с.
- Долгаль А. С., Мичурин А. В. Новая модификация монтажного метода решения нелинейной обратной задачи гравиметрии. *Урал. геофиз. вестник*. 2010. № 2(17). С. 34—40.
- Долгаль А. С., Шархимуллин А. Ф. Повышение точности интерпретации моногеничных гравитационных аномалий. *Геоинформатика*. 2011. № 4. С. 49—56.
- Жданов М. С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике. Москва: Научный мир, 2007, 712 с.
- Завойский В. Н., Неисжал Ю. Е. Декомпозиционно-итерационный метод решения обратной задачи магниторазведки. *Геофиз. журн*. 1979. Т. 1. № 12. С. 46—52.
- Кобрунов А. И. Математические основы теории интерпретации геофизических данных: учеб. пособие. Москва: ЦентрЛитНефтеГаз, 2008. 288 с.
- Мартышко П. С., Ладовский И. В., Федорова Н. В., Бызов Д. Д., Цидаев А. Г. Теория и методы комплексной интерпретации геофизических данных. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2016, 94 с.
- Старостенко В. И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. Киев: Наук. думка, 1978, 228 с.
- Страхов В. Н., Лапина М. И. Монтажный метод решения обратной задачи гравиметрии. *Докл. АН СССР*. 1976. Т. 227. № 2. С. 344—347.
- Тихонов А. Н. Математическая геофизика. Москва: Изд-во ОИФЗ РАН, 1999, 476 с.
- Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1979, 284 с.
- Черноузько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. Москва: Наука, 1988, 320 с.
- Шалаев С. В. Геологическое истолкование геофизических аномалий с помощью линейного программирования. Ленинград: Недра, 1972, 142 с.
- Ягола А. Г., Ван Янфей, Степанова И. Э., Титаренко В. Н. Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике. Москва: Лаборатория знаний, 2013, 216 с.
- Schäfer, U. (1990). *Die Lösung einer inversen Aufgabe für gravimetrische und magnetische Anomalien mittels der Montagmethode*. Potsdam: Zentralinstitut für Physik der Erde, 137 p.
- Schäfer, U., & Balk, P. (1993). The Inversion of Potential Field Anomalies by the Assembling Method. *Proc. IAG. Symp. № 112. Berlin-Heidelberg*, 237—241.

Assembly methods of solving inverse problems as an integral element of additive technologies for interpretations of gravity anomalies

P. I. Balk, A. S. Dolgal, 2019

In recent years, the theory of interpretation of gravitational anomalies has been replenished with fundamentally different from familiar, additive technologies for extracting information about the studied geo-density medium. The concept of «additivity» implies a summation in the results of the interpretation of information carried by each of the found admissible solutions to the inverse problem. At the same time, the results of the interpretation themselves are not expressed, as usual, in terms of one of these solutions. In the ore inverse problem of gravity exploration, an effective working tool for such technologies has become the assembly algorithms for constructing valid interpretation options. These algorithms have universal capabilities in the matter of accounting for a priori data and do not have high requirements for the formation of the initial approximation of the field source model, which is crucial from the point of view of their application in additive technologies. At the same time, all hitherto known modifications of the mounting method were designed for formulating inverse problems in which there are bodies with effective densities of the same sign. Due to the integration of the method with the procedure for separating gravitational fields, the problem of different sign densities was solved.

The separation of the observed field into two components, due to the influence of sources with positive and negative effective density, is carried out by the approximation method. To approximate the discrete values of gravity, the sets of elementary sources under each point of observation are used. The masses of sources are determined by solving a system of linear algebraic equations. The sources are successively immersed at different depths corresponding to different variants of the selection of the interpreted field components.

The article evaluates the current state and prospects for the further development of additive technologies for interpreting gravitational anomalies based on the methods that implement the concept of the mounting approach by V. N. Strakhov. Model of model examples are given illustrating the capabilities of the presented algorithms.

Key words: gravity survey, inverse problem, field source, effective density, assembly method, additive technologies.

References

- Aronov, V. I. (1990). *Methods for mapping geological and geophysical features and geometrization of oil and gas deposits on a computer*. Moscow: Nedra, 301 p. (in Russian).
- Balk, P. I. (1980). On the reliability of the results of quantitative interpretation of gravitational anomalies. *Izvestia AN SSSR. Fizika Zemli*, (6), 65—83 (in Russian).
- Balk, P. I. (1989). Using a priori information on topological features of field sources in solving the inverse problem of gravimetry. *Doklady AN SSSR*, 309(5), 1082—1084 (in Russian).
- Balk, P. I. (1993) The use of a priori information about the topological features of field sources when solving the inverse problem of gravimetry in the framework of the installation approach. *Fizika Zemli*, (5.), 59—71 (in Russian).
- Balk, P. I., & Balk, S. P. (2000). On the solution of a nonlinear inverse problem of gravimetry using finite element representations of field sources. *Doklady RAN*, 371(2), 231—234 (in Russian).
- Balk, P. I., & Balk, T. V. (1996). The combined inverse problem of gravity and magnetometry. *Fizika Zemli*, (2), 16—30 (in Russian).
- Balk, P. I., & Balk, T. V. (1995). The structural-ore inverse problem of gravimetry. *Fizika Zemli*, (6), 32—41 (in Russian).
- Balk, P. I., & Dolgal, A. S. (2016). Additive technologies for quantitative interpretation of gravi-

- tational anomalies. *Geofizika*, (1), 43—47 (in Russian).
- Balk, P. I., & Dolgal, A. S. (2010). Deterministic approach to the problem of reliability of the results of interpretation of gravimetric data. *Doklady RAN*, 431(1), 102—106 (in Russian).
- Balk, P. I., & Dolgal, A. S. (2015). Deterministic interpretation models for optimizing the location and depth of wells during the validation of gravity anomalies. *Fizika Zemli*, (1), 98—111 (in Russian).
- Balk, P. I., & Dolgal, A. S. (2017). New possibilities of increasing the informativeness of quantitative interpretation of gravity anomalies. *Doklady RAN*, 476(4), 461—465 (in Russian).
- Balk, P. I., & Dolgal, A. S. (2012). Inverse problems of gravimetry as the task of extracting reliable information in conditions of uncertainty. *Fizika Zemli*, (5), 85—101 (in Russian).
- Balk, P. I., & Dolgal, A. S. (2009). Three-dimensional assembly technologies for interpreting gravimetric data. *Doklady RAN*, 427(3), 380—383 (in Russian).
- Balk, T. V., & Shefer, U. (1992). Installation method for solving the combined inverse problem of gravity and magnetometry. *Doklady RAN*, 327(1), 79—83 (in Russian).
- Balk, P. I., Dolgal, A. S., & Balk, T. V. (1993). Grid models of the density medium and experience of their use in the tracing of differentiated intrusions according to gravity survey data. *Geologiya i geofizika*, (5), 127—134 (in Russian).
- Balk, P. I., Dolgal, A. S., & Khristenko, L. A. (2011). Synthesis of linear and non-linear formulations of the inverse problem in gravity and magnetic prospecting. *Geofizicheskiy zhurnal*, 33(5), 51—65. <https://doi.org/10.24028/gzh.0203-3100.v33i5.2011.116853> (in Russian).
- Balk, P. I., Shefer, U., & Balk, T. V. (1994). The structure of the minimized functional in the mounting algorithms for finding feasible solutions to the inverse problem of gravimetry. *Fizika Zemli*, (7), 98—106 (in Russian).
- Blokh, Yu. I. (1998). *Quantitative interpretation of gravitational and magnetic anomalies*. Moscow: Publ. of the Moscow State Geological Survey Academy, 89 p. (in Russian).
- Bloch, Yu. I. (2004). The problem of the adequacy of interpretational models in gravity and magnetic prospecting. *Geofizicheskiy vestnik*, (6), 10—15 (in Russian).
- Bulah, E. G. (2010). *Direct and inverse problems of gravimetry and magnetometry*. Kiev: Naukova Dumka, 464 p. (in Russian).
- Bulakh, E. G., & Korchagin, I. N. (1978). On the selection of anomalous sources of the gravitational field by the method of successive increments of the model. *Doklady AN USSR. Ser. B*, (12), 3—6 (in Russian).
- Vasin, V. V., & Ageev, A. L. (1993). *Incorrect problems with a priori information*. Moscow: Nauka, 262 p. (in Russian).
- Vakhromeev, G. S., & Davydenko, A. Yu. (1987). *Modeling in exploration geophysics*. Moscow: Nedra, 192 p. (in Russian).
- Glaznev, V. N., Muravina, O. M., Voronova, T. A., & Kholin, V. M. (2014). Estimation of the thickness of the gravitational crust of the Voronezh crystalline massif. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Geologiya*, (4), 78—84 (in Russian).
- Goldshmidt, V. I. (1984). *Optimization of the process of quantitative interpretation of gravity data*. Moscow: Nedra, 185 p. (in Russian).
- Dolgal, A. S., & Michurin, A. V. (2010). New modification of the mounting method for solving the nonlinear inverse problem of gravimetry. *Uralskiy geofizicheskiy vestnik*, (2), 34—40 (in Russian).
- Dolgal, A. S., & Sharkhimullin, A. F. (2011). Improving the Accuracy of the Interpretation of Monogenic Gravitational Anomalies. *Geoinformatika*, (4), 49—56 (in Russian).
- Zhdanov, M. S. (2007). *The theory of inverse problems and regularization in geophysics*. Moscow: Nauchnyy Mir, 712 p. (in Russian).
- Zavoyskiy, V. N., & Neiszhall, Yu. E. (1979). A decomposition-iterative method for solving the inverse problem of magnetic prospecting. *Geofizicheskiy zhurnal*, 1(12), 46—52 (in Russian).
- Kobrunov, A. I. (2008). *Mathematical foundations of the theory of interpretation of geophysical data: study guide*. Moscow: CentrLitNefteGaz, 288 p. (in Russian).

- Martyshko, P. S., Ladovskiy, I. V., Fedorova, N. V., Byzov, D. D., & Tsidaev, A. G. (2016). *Theory and Methods of Complex Interpretation of Geophysical Data*. Yekaterinburg: Publ. House of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 94 p. (in Russian).
- Starostenko, V. I. (1978). *Stable numerical methods in gravimetry problems*. Kiev: Naukova Dumka, 228 p. (in Russian).
- Strakhov, V. N., & Lapina, M. I. (1976). Installation method for solving the inverse problem of gravimetry. *Doklady AN SSSR*, 227(2), 344—347 (in Russian).
- Tikhonov, A. N. (1999). *Mathematical geophysics*. Moscow: Publ. House of the United Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, 476 p. (in Russian).
- Tikhonov, A. N., & Arsenin, V. Ya. (1979). *Methods for solving ill-posed problems*. Moscow: Nauka, 284 p. (in Russian).
- Chernousko, F. L. (1988). *Estimation of the phase state of dynamic systems. The method of ellipsoids*. Moscow: Nauka, 320 p. (in Russian).
- Shalaev, S. V. (1972). *Geological interpretation of geophysical anomalies using linear programming*. Leningrad: Nedra, 142 p. (in Russian).
- Yagola, A. G., Van Yanfei, Stepanova, I. E., & Titarenko, V. N. (2013). *Inverse problems and methods for their solution. Applications to geophysics*. Moscow: Laboratoriya znaniy, 216 p. (in Russian).
- Schäfer, U. (1990). *Die Lösung einer inversen Aufgabe für gravimetrische und magnetische Anomalien mittels der Montagmethode*. Potsdam: Zentralinstitut für Physik der Erde, 137 p.
- Schäfer, U., & Balk, P. (1993). The Inversion of Potential Field Anomalies by the Assembling Method. *Proc. IAG. Symp. № 112. Berlin-Heidelberg*, 237—241.