УДК 519.44

Ю. В. Боднарчук

Строение группы автоморфизмов силовской p-подгруппы симметрической группы S_{p^n} ($p \neq 2$)

Как известно, силовская p-подгруппа P_n симметрической группы S_{p^n}, $n = 1, 2, 3, \ldots$, может быть представлена с помощью операции сплетения следующим образом: $P_n = \underbrace{C_p \wr C_p \wr \ldots \wr C_p}_{n}$, где C_p — циклическая группа порядка p. Если рассматривать P_n как транзитивную группу подстановок на множестве $F_p^{(n)}$ n-й декартовой степени простого поля характеристики p, то P_n можно представить как $(P_{n-1}, F_p^{(n-1)}) \wr C_p$, причем база этого сплетения при $p \neq 2$ характеристична.

В настоящей работе путем применения результатов работы [1] о группе автоморфизмов сплетения транзитивной группы подстановок с абстрактной группой получено описание строения группы Aut P_n.

1. Пусть $W = (G, X) \wr H$, где (G, X) — транзитивная p-группа подстановок на множестве X, а H — аддитивная группа поля F характеристики p ($|X| = m$). Уточним условие, при котором автоморфизмы G поднимаются до автоморфизмов W. Обозначим через $V_m(F)$ векторное пространство над полем F с фиксированным базисом, элементы которого занумерованы элементами множества X. Тогда имеем вложение $G \to \mathrm{GL}_m(F)$, при котором каждому $g \in G$ сопоставляется автоморфизм $V_m(F)$, действующий следующим образом: $e_x \to e_{xg}$, где $\{e_x \mid x \in X\}$ — указанный выше базис. Базу сплетения W отождествим с $V_m(F)$, сопоставляя каждой функции $f: X \to H$ элемент $\sum\limits_{x \in X} f(x) e_x \in V_m(F)$. Обозначим через N группу автоморфизмов W вида $gf \to g^{\alpha} f^{\beta}$, $gf \in W$, где $\beta \in N_{\mathrm{GL}_m(F)}(G)$, а α — автоморфизм, индуцируемый β на G. Тогда, как следует из результатов работы [1], $\mathrm{Aut}\, W = N \leftthreetimes \Gamma$, где Γ — группа стабильности ряда $W \rhd V_m(F) \rhd \{e\}$.

Лемма 1. $N_{\mathrm{GL}_m(F)}(G) = N_{S(X)}(G)\, C_{\mathrm{GL}_m(F)}(G)$.

Доказательство. Пусть $A \in N_{\mathrm{GL}_m(F)}(G)$, $A = (a_{x,y})$; $x, y \in X$. Тогда по следствию из леммы 4 работы [1],

$$a_{x^g, y^{g^{\alpha}}} = a_{x,y}, \tag{1}$$

для любых $x, y \in X$, $g \in G$, где α — автоморфизм, индуцируемый A на G. Применяя формулу (1), вычислим $\det A = \sum\limits_{\sigma \in S(X)} (-1)^{\chi(\sigma)} \prod\limits_{x \in X} a_{x, x^{\sigma}}$ (χ — функция четности). Если σ_1 и σ_2 таковы, что $\sigma_1 g^{\alpha} = g \sigma_2$ для некоторого $g \in G$, то учитывая (1) имеем $a_{x, x^{\sigma_1}} = a_{x^g, x^{\sigma_1 g^{\alpha}}} = a_{x^g, x^{g\sigma_2}}$, т. е. $\prod\limits_{x \in X} a_{x, x^{\sigma_1}} = \prod\limits_{x \in X} a_{x^g, x^{g\sigma}} = \prod\limits_{y \in X} a_{y, y^{\sigma_2}}$.

Рассмотрим действие группы G на $S(X)$ по правилу $\sigma \to g^{-1} \sigma g^{\alpha}$, $\sigma \in S(X)$, $g \in G$. Так как $p \neq 2$, то g, g^{α} — четные подстановки, а σ_1 и σ_2 имеют одинаковую четность и, следовательно, после приведения подобных в выражении для $\det A$ коэффициенты с точностью до знака будут равны длинам орбит выше указанного действия $(G, S(X))$. Длина орбиты $U \subset S(X)$ равна $|U| = |G : G_{\sigma}|$, где G_{σ} — фиксатор $\sigma \in U$. Если $G \neq G_{\sigma}$, то $|U| = |G : G_{\sigma}| \equiv 0 \pmod p$. Так как A невырождена, то должен существовать σ такой, что $G = G_{\sigma}$ или $\sigma^{-1} g \sigma = g^{\alpha}$ $\forall g \in G$. Иначе говоря, существует $\sigma \in N_{S(X)}(G)$, который индуцирует на G автоморфизм α. С другой стороны имеем вложение $N_{S(X)}(G) \to N_{\mathrm{GL}_m(F)}(G)$, $\sigma \to \tilde{\sigma}$, где $\tilde{\sigma}$ индуцирует α на G. Пусть $A_1 = \tilde{\sigma}^{-1} A$, тогда $A_1 \in C_{\mathrm{GL}_m(F)}(G)$ и $A = \tilde{\sigma} A_1$, что и доказывает лемму.

Следствие 1. *До автоморфизмов W поднимаются только те автоморфизмы G, которые индуцируются элементами из $N_{S(X)}(G)$.*

Следствие 2. $N \simeq Z \times (N_{S(X)}(G)\, \mathfrak{C}^1)$, *где* $Z = Z(\mathrm{GL}_m(F))$, *а* $\mathfrak{C}^1$ — *фиксатор диагонали* $D \subset V_m(F)$ *в* $C_{\mathrm{GL}_m}(F)(G)$.

Доказательство следует из леммы 7 работы [1]. Отметим также, что $N_{S(X)}(G) \cap C_{\mathrm{GL}_m(F)}(G) = C_{S(X)}(G)$.

Продолжим вычисление $\det A$. Как было показано,

$$\det A = \sum_{c \in \mathfrak{C}_{S(X)}(G)} (-1)^{\chi(\sigma c)} \prod_{x \in X} a_{x, x^{\sigma c}}.$$

Пусть x^* — произвольная фиксированная точка из X и $g \in G$ такой, что $x^{*g} = x$. Так как $\sigma^{-1} g \sigma = g^{\alpha}$, то применяя формулу (1), имеем $a_{x, x^{\sigma c}} =$

$= a_{x^*g, x^*g\sigma c} = a_{x^*g, x^*\sigma c g^\alpha} = a_{x^*, x^*\sigma c}$. Учитывая, что $m = p^k$ и $z^{p^k} = z$, $z \in F_p$, получаем

$$\det A = \sum_{c \in C_{S(X)}} (G) (-1)^{\chi(\sigma c)} a_{x^*, x^*\sigma c}. \tag{2}$$

2. Пусть $G = P_n$, $X = F_p^{(n)}$, $F = F_p$, $H = C_p$, тогда если $V_p = V_p(F_p)$, то $V_{p^n} = V_{p^n}(F_p) = \underbrace{V_p \otimes V_p \otimes \ldots \otimes V_p}_{n}$. Строение $N_{S_{p^n}}(P_n)$ известно (см. [2, 3]). Тогда, учитывая следствие 2, для описания группы N в этом случае нам осталось описать строение группы $\mathfrak{C}_n^1 = \mathfrak{C}^1$. Если $A \in \mathfrak{C}_n^1$, то, учитывая, что $C_{S_{p^n}}(P_n) = Z(P_n) \simeq C_p$, из (2) получим

$$\det A = \sum_{g \in Z(P_n)} a_{x^*, x^*g}. \tag{3}$$

Чтобы изучить строение $\mathfrak{C}_n^1$, рассмотрим алгебру централизаторов $\mathfrak{C}_n$ группы P_n, $\mathfrak{C}_n = \{A \in M_{p^n}(F_p) \mid gA = Ag,\ g \in P_n\}$. Как следует из (1), $A \in \mathfrak{C}_n$, $A = (a_{x,y})$; $x, y \in F_p^{(n)}$, тогда и только тогда, когда

$$a_{x,y} = a_{xg, yg} \tag{4}$$

для любых $x, y \in F_p^{(n)}$; $g \in P_n$. Чтобы использовать (4) для описания $\mathfrak{C}_n$ ($\mathfrak{C}_n^1$), надо знать 2-орбиты группы P_n.

Если представлять элементы P таблицами

$$g = [a_0, a_1(x_1), \ldots, a_{n-1}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})], \tag{5}$$

где $a_i(x_1, x_2, \ldots x_i)$ — многочлены над F_p, редуцированные по модулю идеала $(x_1^p - x_1, x_2^p - x_2, \ldots, x_i^p - x_i)$, то действие P_n на $F_p^{(n)}$ задается следующим образом:

$$(z_1, z_2, \ldots, z_n)^{g^{-1}} = (z_1 + a_0,\ z_2 + a_1(z_1), \ldots, z_n + a_{n-1}(z_1, z_2, \ldots, z_{n-1})). \tag{6}$$

Пусть $k + 1$-я координата $g_1 \in P_n$ равна $b_k(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, тогда $k + 1$-я координата $g_1 g$

$$c_k(x_1, x_2, \ldots, x_k) = a_k(x_1, x_2, \ldots, x_k) + b_k(x_1 + a_0,\ x_2 + a_1(x_1), \ldots$$
$$\ldots, x_k + a_{k-1}(x_1, x_2, \ldots, x_{k-1}). \tag{7}$$

Лемма 2. *Существует взаимно однозначное соответствие между 2-орбитами P_n, отличными от диагонали, и множеством пар (k, c), $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$; $c \in F_p^*$.*

Доказательство. Обозначим через x^l вектор составленный из первых l координат вектора $x \in F_p^{(n)}$, $x^0 = x$, $0 \leqslant l < n$, через x_i — i-ю координату вектора x. Пусть $x, y \in F_p^{(n)}$, $x \neq y$, $k = \max\{l \mid x^l = y^l\}$ и $c = x_{k+1} - y_{k+1}$. Как следует из (6), числа k и c однозначно характеризуют 2-орбиту P_n, содержащую точку $\langle x, y \rangle$, что и доказывает лемму.

Лемма 3. 1°. *$\mathfrak{C}_n$ — коммутативная алгебра.* 2°. $\mathfrak{C}_n^1 \simeq \underbrace{(p, p, \ldots, p)}_{r}$, $r = n(p-1)$.

Доказательство будем вести индукцией по n. Пусть при $n = 1$, $P_1 = C_p$, B — матрица линейного преобразования $e_x \to e_{x+1}$, $x \in F_p$, размера $p \times p$:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix}, \quad B^p = F.$$

Нетрудно видеть, что E, B, B^2, ..., B^{p-1} линейно независимы над F_p, а так как $\dim \mathfrak{C}_1 \leqslant p$, то $\{E, B, ..., B^{p-1}\}$ есть базис алгебры $\mathfrak{C}_1$, изоморфной групповой алгебре группы C_p над F_p. Следовательно, $\mathfrak{C}_1$ — коммутативна. Если $A = \sum_{i=0}^{p-1} A_i B^i$, $\alpha_i \in F_p$, то A фиксирует диагональ $D \subset V_p$ тогда и только тогда, если $\sum_{i=0}^{p-1} \alpha_i = 1$. Но, как следует из (3), $\det A = \sum_{i=0}^{p-1} \alpha_i$ и, следовательно, $A \in \mathfrak{C}_1^1$ тогда и только тогда, когда $\sum_{i=0}^{p-1} \alpha_i = 1$. Пусть $A \in \mathfrak{C}_1^1$; учитывая, что $\mathfrak{C}_1$ коммутативна и $B^p = E$, имеем $A^p = \left(\sum_{i=0}^{p-1} \alpha_i B^i\right)^p = \left(\sum_{i=0}^{p-1} \alpha_i^p\right) E = E$, что и доказывает 2° для $n = 1$.

Предположим, что лемма доказана для всех $\mathfrak{C}_k$, $k < n$. Положим $\eta_t = e_{x_2} \otimes e_{x_3} \otimes \ldots \otimes e_{x_n}$, где $t = (x_2, x_3, ..., x_n) \in F_p^{(n-1)}$, тогда $\{e_x \otimes \eta_t \mid x \in F_p, t \in F_p^{(n-1)}\}$ — фиксированный базис V_{p^n}. Элементы множества $F_p^{(n)}$ будем отождествлять с парами (x, t); $x \in F_p$, $t \in F_p^{(n-1)}$. Рассмотрим подмножества в $F_p^{(n)} \times F_p^{(n)}$ вида $U_z = \{\langle (x_1, t_1), (x_2, t_2)\rangle \mid x_1 - x_2 = z;\ z, x_1, x_2 \in F_p;\ t_1, t_2 \in F_p^{(n)}\}$. Нетрудно видеть, что $F_p^{(n)} \times F_p^{(n)} = \bigcup_{z \in F_p} U_z$. Как следует из (6), элементы U_0 $\langle (x, t_1), (x, t_2)\rangle$ и $\langle (y, p_1), (y, p_2)\rangle$ принадлежат одной 2-орбите P_n тогда и только тогда, если (t_1, t_2) и (p_1, p_2) принадлежат одной 2-орбите P_{n-1}. Так как множества U_z при $z \neq 0$ являются 2-орбитами P_n (см. лемму 2) и выполняется (4), матрица $A \in \mathfrak{C}_n$ имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} M & Q_1 & Q_2 & \ldots & Q_{p-1} \\ Q_{p-1} & M & Q_1 & \ldots & Q_{p-} \\ Q_{p-2} & Q_{p-1} & M & \ldots & Q_{p-} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Q_1 & Q_2 & Q_3 & \ldots & M \end{pmatrix}, \tag{8}$$

где M — блок размера $p^{n-1} \times p^{n-1}$, $M \in \mathfrak{C}_{n-1}$, а Q_i — блок того же размера, все элементы которого равны $q_i \in F_p$, $i = 1, 2, ..., p-1$.

Пусть $L = \{T \in \mathfrak{C}_n \mid T = \underbrace{M \dotplus M \dotplus \ldots \dotplus M}_{p},\ M \in \mathfrak{C}_{n-1}\}$, где $\dotplus$ — прямая сумма матриц. Тогда L — подалгебра в $\mathfrak{C}_n$, $L \simeq \mathfrak{C}_{n-1}$, и по предположению индукции L коммутативна. Обозначим $R_z = (a_{x,y})$; $x, y \in F_p^{(n)}$; $z \in F_p^*$ матрицу вида

$$a_{x,y} = \begin{cases} 1, & (x, y) \in U_z, \\ 0, & (x, y) \notin U_z. \end{cases}$$

Очевидно, что $R_z \in \mathfrak{C}_n$, $z \in F_p^*$ и $A = T + \sum_{z \in F_p^*} q_z R_z$. Таким образом, $\mathfrak{C}_n$ порождается, как модуль, подалгеброй L и элементами R_z, $z \in F_p^*$. Каждая матрица R_z разбивается на p блоков размера $p^{n-1} \times p^{n-1}$, элементы которых либо все равны 1, либо 0, а так как произведение любых двух таких блоков над F_p равно 0, то $R_x R_y = 0$ $\forall x, y \in F_p^*$. Так как P_n транзитивна, то, как следует из (4), каждая строка или столбец матрицы $T \in L$ состоят из тех же элементов, что и первая строка. Тогда нетрудно видеть, что $TR_x = R_x T = \lambda R_x$, где λ — сумма элементов первой строки матрицы T. Этим коммутативность $\mathfrak{C}_n$ доказана. Пусть $A = T + \sum_{z \in F_p^*} q_z R_z$, $T =$

$= \underbrace{M \dotplus M \dotplus \ldots \dotplus M}_{b}$, $M \in \mathfrak{C}_{n-1}$; тогда, как следует из (3), $\det A = \det M = \det T$. Учитывая, что $d\ R_x = 0$ для любого элемента d диагонали $D \subset \subset V_{pn}$, получаем, что $A \in \mathfrak{C}_n^1$ тогда и только тогда, когда $M \in \mathfrak{C}_{n-1}^1$. Если $A \in \mathfrak{C}_n^1$, то $M \in \mathfrak{C}_{n-1}^1$, и по предположению индукции $M^p = E$ или $T^p = E$. Тогда $A^p = \left(T + \sum_{z \in F_p^*} q_z R_z\right)^p = T^p = E$, что и доказывает лемму.

Отметим, что действие $A = T + \sum_{z \in F_p^*} q_z R_z$, $A \in \mathfrak{C}_n$ на V_{pn} можно задать индуктивно следующим образом:

$$(e_x \otimes \eta_t) A = (e_x \otimes \eta_t M) + \sum_{t \in F_p^{(n-1)}} (e_x A^0 \otimes \eta_t), \tag{9}$$

где $A^0 = \sum_{z=1}^{p-1} q_z B^z$, $A^0 \in \mathfrak{C}_1$, $M \in \mathfrak{C}_{n-1}$.

3. Перейдем к описанию группы Г. Согласно [1], $\Gamma = \Gamma_1 \times \tilde{I}$, где $\Gamma_1 \simeq \mathrm{Hom}(P_{n-1}^0, C_p)$, P_n^0 — фиксатор $0 \in V_{pn}$ в P_n, а $\tilde{I}$ — группа внутренних автоморфизмов, индуцируемых базой сплетения $(P_{n-1}, F_p^{(n-1)}) \wr C_p$. Элементы P_n^0 можно представлять таблицами многочленов (5), у которых свободные члены равны 0. Мономы вида $x_r^{k_r} x_{r+1}^{p-1} \ldots x_l^{p-1}$, $0 < k_r \leqslant p-1$, стоящие на $l+1$-й координате таблицы (5), $l > 1$, и мономы вида x_1^k, $0 < k \leqslant p-1$, стоящие на второй координате, будем называть старшими. Каждый элемент из $\mathrm{Hom}(P_n^0, C_p)$ можно рассматривать как функцию Φ от двух переменных $g \in P_{n-1}^0$ и $f \in \overline{K}$, $f(\vec{0}) = 0$, $\overline{K} = \overline{K}_{F_p}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}] = K_{F_p}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]/(x_1^p - x_1, \ldots, x_{n-1}^p - x_{n-1})$, в C_p. Причем для Φ должно выполняться условие

$$\Phi(g_1 g_2, f_1^{g_2} + f_2) = \Phi(g_1, f_1) + \Phi(g_2, f_2), \tag{10}$$

где $g_1 f_1$, $g_2 f_2 \in P_n^0$, $f_1^{g_2}(\vec{x}) = f_1(\vec{x}^{g_2^{-1}})$, $\vec{x} \in F_p^{(n-1)}$. Кроме того, Φ можно рассматривать и как функцию от коэффициентов таблиц (5) в C_p.

Лемма 4. *Каждый элемент $\Phi \in \mathrm{Hom}(P_n^0, C_p)$ есть линейная функция, зависящая только от коэффициентов при старших мономах таблиц.*

Доказательство будем вести индукцией по n. При $n = 2$ лемма очевидна. Пусть лемма доказана для всех $k < n$. Предположим, что Φ — линейная функция, зависящая только от коэффициентов при старших мономах таблиц. Как видно из (7), при умножении таблиц коэффициенты при одинаковых мономах просто складываются тогда и только тогда, если ни один $\psi \in \overline{K}$, $\psi(\vec{0}) = 0$, содержащий указанный моном, не может быть представлен в виде

$$\psi = f(\vec{x}^g) - f(\vec{x}), \tag{11}$$

$f \in \overline{K}$, $f(\vec{0}) = 0$, $g \in P_{n-1}^0$. Если Φ есть линейная функция, зависящая только от коэффициентов при таких мономах, то условие (10) будет очевидно выполнено, и поэтому, чтобы показать, что Φ — гомоморфизм, достаточно показать, что ψ, содержащий старший моном $x_r^{k_r} x_{r+1}^{p-1} \ldots x_{n-1}^{p-1}$, не может быть представлен в виде (11). Предположим, что это можно сделать, и положим в (11) $x_1 = x_2 = \ldots = x_r = 0$, $x_r = 1$. Получим равенство такого же вида, но уже в кольце $K_{F_p}[x_{r+1}, x_{r+2}, \ldots, x_{n-1}]$, причем $\deg \psi$ в этом кольце будет иметь максимальное значение $(n - r - 1)(p - 1)$. Но, как следует из (11), $\deg \psi < \deg f$. Полученное противоречие доказывает, что Φ — гомоморфизм.

Пусть $\Phi \in \mathrm{Hom}(P_n^0, C_p)$. Как следует из (10), $\Phi(e, f) = \lambda(f)$ есть линейная функция от коэффициентов многочлена f (e — единица P_{n-1}^0). По предположению индукции $\Phi(g, 0) = \xi(g)$ есть линейная функция, зависящая только от коэффициентов при старших мономах таблицы g, $0 \in \overline{K}$. Согласно (10), $\Phi(g, f) = \Phi(g, 0) + \Phi(e, f) = \xi(g) + \lambda(f)$. С другой стороны, $\Phi(g, f) = \Phi(e, f^{g^{-1}}) + \Phi(g, 0) = \lambda(f^{g^{-1}}) + \xi(g)$, откуда $\lambda(f) = \lambda(f^g)$ $\forall\ g \in P_{n-1}^0$, $\forall f \in \overline{K}$. Так как λ — гомоморфизм, то $f^g - f \in \mathrm{Ker}\,\lambda$. Лемма будет доказана, если мы покажем, что всякий моном, отличный от старшего, можно представить в виде (11).

Пусть $\psi = x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_{n-1}^{k_{n-1}}$ — некоторый не старший моном; тогда существуют s и r, $s > r$, такие, что $k_s < p - 1$, $0 < k_r$. Положим $g = [\underbrace{0, \ldots, 0}_{s-1}, x_r, 0, \ldots, 0]$, $g \in P_{n-1}^0$. Множества векторов из $F_p^{(n-1)}$, у которых все координаты, кроме s-й фиксированы, причем r-я координата не равна 0, а s-я координата принимает произвольные значения из F_p, являются орбитами группы (g). Вектора, не принадлежащие к этим орбитам (g), т. е. те, у которых r-я координата равна 0, остаются неподвижными при действии (g). Согласно лемме из [4], ψ может быть представлен в виде (11) тогда и только тогда, если $\sum_{\vec{x} \in U} \psi(\vec{x}) = 0$ для любой орбиты U группы (g). Если $U | \neq 1$, то, учитывая, что $k_s < p - 1$, имеем $\sum_{\vec{x} \in U} \psi(\vec{x}) = \sum_{x_s \in F_p} c x_s^{k_s} = 0$, где c — константа, зависящая от типа орбиты U. Так как $k_r > 1$, то на точках, у которых r-я координата равна нулю, ψ принимает значение 0. Лемма доказана.

Следствие. $\mathrm{Hom}(P_n^0, C_p) \simeq \underbrace{(p, p, \ldots, p)}_{r}$, $r = n(n-1)(p-1)/2$.

Как было показано, $\mathrm{Hom}(P_n^0, C_p)$ можно рассматривать как аддитивную группу пространства линейных форм от коэффициентов при старших мономах таблиц; ранг вычисляется путем подсчета числа старших мономов.

Для того чтобы записать действие автоморфизма $\gamma \in \Gamma_1$ в явной форме, выберем в качестве представителей левых классов смежностей P_{n-1} по P_{n-1}^0 элементы, которые в представлении (5) имеют вид $q = [t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}]$, $t_i \in F_p$. Пусть $\theta \in \mathrm{Hom}(P_{n-1}^0, C_p)$; определим функцию $\tilde{\theta} : P_{n-1} \to C_p$, положив $\tilde{\theta}(g) = \tilde{\theta}(q g_1) = \theta(g_1)$, $g_1 \in P_{n-1}^0$. Тогда, согласно формуле (12) из [1],

$$g^\gamma = g \varphi_g(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}), \quad f^\gamma = f, \tag{12}$$

где $\varphi_g(t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}) = \tilde{\theta}(gq)$, $q = [t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}]$, $gf \in P_n$.

Теорема. *При* $p \neq 2$ $\mathrm{Aut}\, P_n = (Z \times (N_S C^1)) \times (\Gamma_1 \times \tilde{I})$, *где* Z — *автоморфизмы вида* $gf \to gf^\sigma$, $\sigma \in \mathrm{Aut}\, C_p$, $Z \simeq C_{p-1}$, N_S — *автоморфизмы вида*

$$gf \to \sigma^{-1} g \sigma f(x^{\sigma^{-1}}),\ \sigma \in N_{S_{p^{n-1}}}(P_{n-1}),\ N_S \simeq C_{p-1}^{(n-1)} \rtimes P_{n-1},$$

$$C^1 = \{u \in \mathrm{Aut}\, P_n \mid (gf)^u = gf^A,\ A \in \mathfrak{C}_{n-1}^1\};$$

здесь действие A *на* f *задается формулой* (10), $C^1 \simeq \mathfrak{C}_{n-1}^1 \simeq \underbrace{(p, p, \ldots, p)}_{(p-1)(n-1)}$, Γ_1 — *автоморфизмы типа* (12), $\Gamma_1 \simeq \mathrm{Hom}(P_{n-1}^0, C_p) \simeq \underbrace{(p, p, \ldots, p)}_{r}$, $r = (n-1)(n-2)(p-1)/2$, $\tilde{I}$ — *автоморфизмы типа* $gf \to g(\varphi^g - \varphi + f)$, $\varphi \in \overline{K}$, $\tilde{I} \simeq C_p^{(p^{n-1})}/D$.

Доказательство следует из лемм 1, 3, 4.

1. *Боднарчук Ю. В.* Строение группы автоморфизмов нестандартного сплетения групп.— Укр. мат. журн., 1984, 36, № 2, с. 143—148.
2. *Дмитрук Ю. В., Сущанский В. И.* Строение силовских 2-подгрупп знакопеременных групп и нормализаторы силовских подгрупп в симметрических и знакопеременных группах.— Укр. мат. журн., 1981, **33**, № 3, с. 304—312.
3. *Беркович Я. Г.* Абелевы нормальные делители и автоморфизмы некоторых стандартных сплетений.— Изв. вузов. Сер. мат., 1973, **136**, № 11, с. 15—20.
4. *Kaloujnine L.* La structure des p-groupes de Sylow des groupes symétriques finis.— Ann. Sci l'École Norm. supérieure., 1948, 3 (65), p. 239—276.

Киев. гос. ун-т

Поступила 10.10.83