УДК 512. 542

Л. І. Зузук, асп. (Укр. пед. ун-т, Київ)

СКІНЧЕННІ НЕДИСПЕРСИВНІ ГРУПИ, У ЯКИХ ВСІ ПІДГРУПИ НЕПРИМАРНОГО ІНДЕКСУ МЕТАЦИКЛІЧНІ

The structure of finite non-dispersive groups in which all subgroups of non-primary index are metacyclic is described.

Описана будова скінченних недисперсивних груп, у яких всі підгрупи непримарного індексу метациклічні.

Вивчення груп, в яких деякі підгрупи або системи підгруп задовольняють певну умову, було одним з перших напрямків у теорії груп. Класичні результати з цього напрямку містяться в роботах [1 – 3]. В цих роботах в групі G розглядалась деяка система підгруп Σ, які задовольняють умову V. Цей підхід залишається актуальним і тепер. У сучасних дослідженнях використовуються найбільш різноманітні системи Σ та обмеження V.

В скінченних групах для виділення Σ використовуються такі властивості груп як порядок, індекс, максимальність та ін. В багатьох роботах (див., наприклад, [4 – 13]) властивостями, що виділяють систему Σ, є примарність, біпримарність, непримарність, n — примарність індексу. В [6 – 8, 10 – 13] як обмеження V для підгруп із Σ використовувались циклічність, абелевість, нільпотентність, надрозв'язність, а Σ — це система підгруп непримарного індексу.

В [14] наведено повний опис метациклічних груп. Зрозуміло, що метациклічність — це узагальнення циклічності і послаблення надрозв'язності. Це можна прослідкувати за результатами роботи [13]. Крім цього, при обмеженні метациклічності виникає задача опису неметациклічних надрозв'язних груп такого роду. В даній роботі досліджуються скінченні недисперсивні групи, у яких всі підгрупи непримарного індексу метациклічні. Виявилось (теорема 1), що розв'язні недисперсивні групи такого типу мають порядок $2^{\alpha}3^{\beta}$, $\alpha > 2$, $\beta > 0$. Нерозв'язні групи цього класу (теорема 2) вичерпуються прямими добутками групи $PSL(2,5)$ або $SL(2,5)$ на циклічну групу порядку 5^{β}. При доведенні останнього результату суттєво використовуються результати В. С. Монахова із [13].

Для зручності скінченні неметациклічні групи, у яких всі підгрупи непримарного індексу є метациклічними, будемо називати x-групами.

Твердження 1 [15]. *Розв'язні небіпримарні x-групи є дисперсивними.*

***Наслідок* 1.** *Розв'язні недисперсивні x-групи можуть бути біпримарними, а небіпримарні недисперсивні групи даного класу є нерозв'язними.*

Твердження 2 [13]. *Скінченні нерозв'язні групи, у яких всі підгрупи непримарного індексу надрозв'язні, ізоморфні одній із груп:*

1) $G = PSL(2,5) \times K$ *або* $G = SL(2,5) \times K$, *де* K *— 5-група;*

2) $G = SL(2,8) \times K$, *де* K *— 3-група.*

Опишемо мінімальні недисперсивні x-групи. Для цього використаємо опис будови мінімальних недисперсивних груп, який можна знайти, наприклад, у роботі [10].

Лема. *Скінченні мінімальні недисперсивні неметациклічні групи, у яких всі підгрупи непримарного індексу метациклічні, є групами одного з типів:*

1) $G = A \leftthreetimes (\langle d\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle)$, *де* A *— елементарна абелева група порядку 4,* $|d| = 3^{\beta}$, $\beta \geq 1$, $|b| = 2$, $A \leftthreetimes \langle d\rangle$ *і* $A \leftthreetimes \langle b\rangle$ *— групи Міллера – Морено* $b^{-1}db = d^{-1}$;

2) $G = A \leftthreetimes (\langle d\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle)$, *де* A — *група кватерніонів*, $A \leftthreetimes \langle d\rangle$ — *група Шмідта*, $b^{-1}db = d^{-1}$, $|b| = 2$, $|d| = 3^{\beta}$, $A \leftthreetimes \langle b\rangle$ — *квазідіедральна група;*

3) $G = A \cdot (\langle d\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle)$, *де* A — *група кватерніонів*, $A \leftthreetimes \langle d\rangle$ — *група Шмідта*, $b^{-1}db = d^{-1}$, $|b| = 4$, $|d| = 3^{\beta}$, $A \cdot \langle b\rangle$ — *узагальнена група кватерніонів порядку* 16;

4) $G \cong SL(2,5)$, $G \cong PSL(2,5)$.

Доведення. Нехай G — скінченна мінімальна недисперсивна x-група. Розглянемо можливі випадки: 1) G — розв'язна група; 2) G — нерозв'язна група.

Випадок 1. У цьому випадку можливі такі випадки: 1.1) комутант G' не містить жодної силовської підгрупи із G; 1.2) комутант G' містить хоча б одну силовську підгрупу із G.

Випадок 1.1. У цьому випадку G задовольняє умову теореми 3.3.1 із [10], за твердженням якої G містить неметациклічні підгрупи Шмідта непримарного індексу. Отже, випадок 1.1 неможливий.

Випадок 1.2. У цьому випадку G задовольняє умову теореми 3.2.1 із [10] і може бути групою одного з її типів 1 – 9. Група G типу 1 згаданої теореми має вигляд $G = A \leftthreetimes (\langle d\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle)$, де A — елементарна абелева група порядку 4, $|d| = 3^{\beta}$, $\beta \geq 1$, $|b| = 2^{\sigma}$, $\sigma \geq 1$, $A \leftthreetimes \langle d\rangle$ і $A \leftthreetimes \langle b\rangle$ — групи Міллера – Морено $b^{-1}db = d^{-1}$. Оскільки $A \times \langle b^2\rangle$ — підгрупа непримарного індексу в G, то вона метациклічна. Звідси випливає, що $b^2 = 1$ і G — група типу 1 леми.

Група G типу 2 згаданої теореми має вигляд $G = A \cdot (\langle d\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle)$, де $A \triangleleft G$, A — група кватерніонів, $|d| = 3^{\beta}$, $\beta \geq 1$, $|b| = 2^{\delta}$, $\delta \geq 1$, $b^2 \in Z(G)$, $b^{-1}db = d^{-1}$, $A \leftthreetimes \langle d\rangle$ — група Шмідта, $A \cap \langle b\rangle \leq \Phi(A)$, $A \cdot \langle b\rangle / \Phi(A)$ — група Міллера – Морено, $G/\Phi(A)$ — група попереднього типу теореми, а тому типу 1 леми. Звідси випливає, що $|\Phi(A) \cdot \Phi(\langle b\rangle)/\Phi(A)| = 1$. Якщо $\Phi(\langle b\rangle) = 1$, то G — група типу 2 леми. Нехай $\Phi(\langle b\rangle) \neq 1$. Тоді $\Phi(A) = \Phi(\langle b\rangle)$ і $|b| = 4$, $\langle b^2\rangle = \Phi(A)$. Силовська 2-підгрупа $A \cdot \langle b\rangle$ із G має порядок 16 і містить не менше 4 різних циклічних підгруп порядку 4. Оскільки $A \cdot \langle b\rangle / \Phi(A)$ — група діедра порядку 8, то за теоремою 12.5.1 із [17] силовська 2-підгрупа із G є узагальненою групою кватерніонів порядку 16, а G — група типу 3 леми.

Нехай G ізоморфна групі 3 згаданої теореми. Тоді G містить групу Фробеніуса $A \leftthreetimes Q$, де A — елементарна абелева група порядку 9, а Q — група кватерніонів. Як бачимо, групи цього типу містять неметациклічну групу $A \leftthreetimes \Phi(Q)$ індексу $4 \cdot 3^{\delta}$, $\delta \geq 1$, що неможливо. Якщо G ізоморфна групі одного з типів 4 – 9 теореми, то вона містить неабелеву групу A порядку 27 експоненти 3, або елементарну абелеву групу A порядку p^3 чи p^k, $k \geq 5$, яка має в G непримарний індекс і не є метациклічною. Отже, групи типів 3 – 9 теореми не є x-групами. Випадок 1.2, а з ним і випадок 1 розглянуто.

Випадок 2. У цьому випадку всі підгрупи непримарного індексу в G надрозв'язні, а тому групу G можна вважати підгрупою деякої нерозв'язної групи G^*, у якої всі підгрупи непримарного індексу надрозв'язні. Зрозуміло, що G^* задовольняє умову твердження 2, за яким $G^* = H \times \langle x\rangle$, де $H \cong SL(2,5)$, або $H \cong PSL(2,5)$, або $H \cong SL(2,8)$. Всі власні підгрупи із H розв'язні, але оскільки G — нерозв'язна підгрупа із G^* і G — мінімальна недисперсивна група, то $G = H$. За теоремою Діксона [16] (теорема 8.27) група $SL(2,8)$ містить елементарну абелеву групу порядку 8, яка в G має непримарний індекс. Звідси випливає, що $G \cong SL(2,5)$ або $G \cong PSL(2,5)$, тобто G — група типу 4 леми. Випадок 2 вичерпаний. Лема доведена.

Наслідок 2. *Порядок розв'язної недисперсивної x-групи G має вигляд $2^{\alpha}\cdot 3^{\beta}$, $\alpha > 2$, $\beta > 0$, її силовська 3-підгрупа циклічна, а силовська 2-підгрупа неабелева метациклічна або мінімальна неметациклічна група. Група G містить підгрупу одного з типів 1 – 3 леми, що має в G індекс рівний $2^{\gamma}, \gamma \geq 0$.*

Наслідок 3. *Довільна мінімальна недисперсивна x-група G містить у своєму центрі підгрупу D порядку не більше 2, таку, що фактор-група G/D ізоморфна групі типу 1 леми або групі $PSL(2,5)$.*

Теорема 1. *Скінченні розв'язні недисперсивні групи з метациклічними підгрупами непримарного індексу вичерпуються групами типів 1 – 3 леми.*

Доведення. *Необхідність.* Нехай G — досліджувана група. За наслідком 2 $|G| = 2^{\alpha}3^{\beta}, \alpha > 2, \beta > 0$, силовська 3-підгрупа групи G циклічна, силовська 2-підгрупа неабелева і є або метациклічною, або мінімальною неметациклічною групою. Нехай $H = A\cdot(\langle d\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle)$ — мінімальна недисперсивна підгрупа із G одного з типів 1–3 леми. Зрозуміло, що H — підгрупа примарного індексу в G. Нехай U — силовська 2-підгрупа із G, а U_0 — силовська 2-підгрупа із H. Очевидно, що $U_0 < U$. Для доведення необхідності досить показати, що $U_0 = U$.

Нехай C — максимальна 2-підгрупа, інваріантна в G, тоді $C \supset A$. Якщо C — абелева група, то $C \leftthreetimes \langle d\rangle$ — група з абелевими силовськими підгрупами і $[C, \langle d\rangle] = 1$. Оскільки $\langle d^3\rangle \lhd H, U = C\cdot\langle b_1\rangle$, $[b_1^2, d] = 1$, $b_1^2 \in Z(G)$, то $\langle b_1\rangle \cap C = 1$ і $U = C \leftthreetimes \langle b_1\rangle$. З будо[illegible] метациклічних і мінімальних неметациклічних груп випливає, що в цьому випадку U може бути метациклічною або мінімальною неметациклічною групою, якщо $C = A$ і $|b_1| = 2$. Отже, $U_0 = U, G = H$ і G — група типу 1 леми.

Нехай C — неабелева група . Тоді $C' \lhd G, G/C'$ — досліджувана нами група, у якої фактор-група C/C' відповідає тим же умовам, що і C у попередньому випадку. Звідси C/C' — елементарна абелева група порядку 4, і оскільки $C \supset A$, то C — неабелева група. Покладемо $B = C \leftthreetimes \langle d\rangle$. Тоді $G' < Z(B)$, $\langle d^3\rangle < Z(B)$ і B/G' — група Міллера – Морено з елементарною абелевою групою C/C' порядку 4. Звідси C — група кватерніонів. Отже, $C = A$ і G — група одного з типів 2, 3 леми. Необхідність доведена.

Достатність. Нехай G — група одного з типів 1–3 доводжуваної теореми. Покажемо, що довільна підгрупа H непримарного індексу в G є метациклічною. Якщо $A \cap H = 1$, то за теоремою про ізоморфізми груп підгрупа H ізоморфна деякій підгрупі із $\langle d\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle$. Оскільки група $\langle d\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle$ метациклічна, то і H метациклічна.

Нехай $A \cap H \neq 1$. Тоді $H = U\cdot V$, де U — силовська 2-підгрупа із H, V — силовська 3-підгрупа із H. Якщо U — циклічна група, то тоді силовські підгрупи з групи H циклічні і за теоремою 9.4.3 із [17] H — метациклічна група.

Нехай U — нециклічна підгрупа групи H. Оскільки $\langle d\rangle \not< H$, а $\langle d^3\rangle >\!\lhd G$, то $V < \langle d^3\rangle$ і $V \lhd G$ як характеристична підгрупа групи $\langle d^3\rangle$. Звідси випливає, що $H = V \leftthreetimes U$. З будови цих груп видно, що $[V, C] = 1$, а $C = A \cap U$ — метациклічна група. Якщо $C = U$, то H — нільпотентна група, що розкладається в прямий добуток своїх метациклічних силовських підгруп, тому вона метациклічна. Оскільки за умови $A < C$ маємо $|P : A| = 2$, де $P = A\cdot\langle b\rangle$ — силовська 2-підгрупа із G, то $C = A$. Якщо $A \leq C \leq U < P$, то $A = C = U$ і H — метациклічна група. Нехай $C < A$. Тоді C — циклічна група, $C < U, |C| > 1$, H містить нормальну циклічну підгрупу $V \times C$. Покажемо, що $|H : (V \times C)| =$

$= |U:H| = 2$. Оскільки U — нециклічна група, то $|U:C| > 1$, $|U| > 2$, $U < P$. В групах типу 1 $|P| = 8$, $|U| = 4$, $|U:C| = 2$. Нехай $|U| > 4$. Тоді G — група типу 2 або 3 леми і $|U| = 8$, $|C| = 4$, $|U:C| = 2$. Звідси випливає, що $H/C \cdot V$ — циклічна група порядку 2 і H — метациклічна група. Всі випадки розглянуті. Достатність доведена. Теорема доведена.

Із теореми Діксона [16] випливає такий результат.

Твердження 3. *Нехай $G \cong SL(2,5)$ або $G \cong PSL(2,5)$. Тоді група G має 3 типи максимальних підгруп: $U \leftthreetimes T$, $T \leftthreetimes \langle b\rangle$, $P \leftthreetimes \langle b\rangle$, де $U \leftthreetimes T$ — група Шмідта, U — силовська 2-підгрупа групи G, в $SL(2,5)$ U — група кватерніонів, а в $PSL(2,5)$ U — елементарна абелева група порядку 4, $\Phi(U) \leq$ $\leq Z(G)$, $G/\Phi(U) \cong PSL(2,5)$. T — силовська 3-підгрупа групи G порядку 3; $T \leftthreetimes \langle b\rangle$ — неабелева метациклічна група, в групі $PSL(2,5)$ $|b| = 2$, в групі $SL(2,5)$ $|b| = 4$; $P \leftthreetimes \langle b\rangle$ — неабелева метациклічна група з силовською циклічною групою P всієї групи порядку 5, у групі $PSL(2,5)$ $|b| = 2$, у групі $SL(2,5)$ $|b| = 4$.*

Теорема 2. *Скінченні нерозв'язні недисперсивні групи з метациклічними підгрупами непримарного індексу вичерпуються групами таких типів:*

1) $G = H \times K$, *де* $H \cong PSL(2,5)$, K — *циклічна 5-група;*

2) $G = H \times K$, *де* $H \cong SL(2,5)$, K — *циклічна 5-група.*

Доведення. *Необхідність.* Нехай G — досліджувана група. Тоді вона є групою одного з типів 1, 2 твердження 2, де H — нерозв'язна мінімальна недисперсивна група. Звідси H задовольняє умову леми, за твердженням якої $H \cong SL(2,5)$ або $H \cong PSL(2,5)$. Тоді K — 5-група, а G — група типу 1 або 2 теореми. Необхідність доведена.

Достатність. Нехай G — група типу 1 або 2 доводжуваної теореми. Зрозуміло, що G — нерозв'язна недисперсивна група. Покажемо, що довільна підгрупа X непримарного індексу в G є метациклічною. Оскільки H — підгрупа непримарного індексу в G, то вона не містить H, а тому розв'язна. Покладемо $X \cap H = D$. Тоді $D \lhd X$, $D < H$. Зрозуміло, що D — підгрупа однієї з максимальних підгруп із H, вказаних у твердженні 3. Групи $T \leftthreetimes \langle b\rangle$ і $P \leftthreetimes \langle b\rangle$ метациклічні, а група $U \leftthreetimes T$ є мінімальною неметациклічною. Звідси випливає, що D — метациклічна група.

Нехай D — $5'$-група. Тоді D — нормальна холловська підгрупа з X, що за лемою Шура – Цассенхауза доповнюється в X силовською 5-підгрупою. Оскільки G/H — циклічна 5-група, то за теоремою про ізоморфізми X/D — теж циклічна 5-група і $X = D \leftthreetimes \langle u\rangle$. Нехай D містить силовську 2-підгрупу із H. Тоді $3 \mid |G:X|$ і $3 \nmid |D|$. Нехай $D \supset U$, де U — силовська 2-підгрупа із G. Підгрупа H не містить підгруп порядку $5 \cdot |U|$. Звідси $D = U$, $U \lhd X$, $C_X(U) \lhd$ $\lhd X$, фактор-група $X/C_X(U)$ ізоморфна підгрупі із $\mathrm{Aut}\,U$. В елементарній абелевій групі порядку 4 $\mathrm{Aut}\,U \cong S_3$, а в групі кватерніонів $\mathrm{Aut}\,U \cong S_4$. Звідси випливає, що фактор-група $X/C_X(U)$ не містить 5-елементів. Отже, $[U, \langle u\rangle] =$ $= 1$, $X = U \times \langle u\rangle$ — прямий добуток метациклічних силовських підгруп, тому X — метациклічна група. Нехай тепер D не містить силовської 2-підгрупи із H. Тоді $D = \langle a\rangle \leftthreetimes \langle b\rangle$, де $\langle a\rangle$ — силовська 3-підгрупа із D, $|a| \leq 3$, а $\langle b\rangle$ — силовська 2-підгрупа із D, $|b| \leq 4$. Оскільки A — характеристична підгрупа в D, то $A \lhd X$ і в G існує нільпотентна підгрупа $\langle a\rangle \leftthreetimes \langle u\rangle$ і $[a, u] = 1$. За лемою Фраттіні $X = D \cdot N_X(\langle b\rangle)$. Звідси $\langle u\rangle < N_X(\langle b\rangle)$ і в G існує нільпотентна підгрупа $\langle b\rangle \leftthreetimes \langle u\rangle$, тому $[b, u] = 1$, а $X = D \times \langle u\rangle$ — прямий добуток метациклічних силовських підгруп, отже, X — метациклічна група. Випадок коли $(|D|, 5) = 1$, розглянутий.

Нехай $5 \mid |D|$. Тоді $D = \langle a \rangle \leftthreetimes \langle b \rangle$, де $\langle a \rangle$ — силовська 5-підгрупа із D, $\langle b \rangle$ — силовська 2-підгрупа із D, $\langle a \rangle \lhd G$. Звідси $|a| = 5$, $\langle a \rangle$ — нормальна підгрупа силовської 5-підгрупи із X. Зрозуміло, що силовська 5-підгрупа із G має вигляд $\langle a \rangle \times X$ — метациклічна група, тому при $|b| = 1$ D — 5-група, що міститься в деякій силовській 5-підгрупі із G. Звідси випливає, що X — метациклічна група. Нехай $|b| > 1$. Якщо $[a, b] = 1$, то $b \in Z(H)$ і $H \cong SL(2, 5)$, а $X = \langle b \rangle \times U_1$, де U_1 — силовська 5-підгрупа із X. Згідно з викладеним вище U_1, а з нею і X — метациклічні групи. Нехай $[a, b] \neq 1$. Тоді $N_{\langle a \rangle}(\langle b \rangle) = 1$, $N_{\langle d \rangle}(\langle b \rangle) = \langle b \rangle$. За лемою Фраттіні $X = D \cdot N_X(\langle b \rangle) = \langle a \rangle \leftthreetimes N_X(\langle b \rangle)$, $N_X(\langle b \rangle) = \langle b \rangle \leftthreetimes U_1$, де U_1 — силовська 5-підгрупа із $N_X(\langle b \rangle)$. Оскільки G/H — циклічна 5-група, і за теоремою про ізоморфізми $X/D \cong N_X(\langle b \rangle)/\langle b \rangle$, а остання підгрупа ізоморфна підгрупі із U_1, то в X існує нільпотентна, а тому циклічна підгрупа $\langle b \rangle \times \langle u_1 \rangle$, $\langle u_1 \rangle < U_1$. Звідси випливає, що $X = \langle a \rangle \leftthreetimes (\langle b \rangle \times \langle u_1 \rangle)$ — метациклічна група. Достатність доведена. Теорема доведена.

Очевидними є наступні наслідки.

Наслідок 4. *Нерозв'язні мінімальні недисперсивні x-групи вичерпуються групами* $SL(2, 5)$ *і* $PSL(2, 5)$.

Наслідок 5. *Всі недисперсивні x-групи вичерпуються групами типів* 1–3 *леми і групами типів* 1–2 *теореми* 2.

1. *Holder O.* Die Gruppen der Ordnungen p^3, pq^2, pqr, p^4 // Mat. Ann. – 1893. – **43.** – P. 301–412.
2. *Miller G., Moreno H.* Nonabelian groups in which every subgroups is abelian // Trans. Amer. Math. Soc. – 1903. – **4.** – P. 398–404.
3. *Шмидт О. Ю.* Группы, все подгруппы которых специальные // Мат. сб. – 1924. – **31,** №3. – С. 366–372.
4. *Белоногов В. А.* Конечные разрешимые группы с нильпотентными 2-максимальными подгруппами // Мат. заметки. – 1968. – **3,** №1. – С. 21–32.
5. *Беркович Я. Г.* Конечные неразрешимые группы с абелевыми третьими максимальными подгруппами // Изв. вузов. Математика. – 1968. – № **7.** – С. 10–15.
6. *Левіщенко С. С.* Скінченні ненільпотентні групи з деякими системами нільпотентних підгруп // Допов. АН УРСР. Сер. А. – 1974. – №1. – С. 35–37.
7. *Левищенко С. С.* Конечные группы с нильпотентными подгруппами непримарного индекса // Некоторые вопросы теории групп. – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1975. – С. 197–217.
8. *Барышовец П. П.* Конечные неразрешимые группы, у которых подгруппы непримарного индекса нильпотентны или являются группами Шмидта // Укр. мат. журн. – 1981. – **33,** №1. – С. 47–50.
9. *Сидоров А. В.* Конечные группы с системой нильпотентных подгрупп // Вопросы алгебры. – 1985. – Вып. 1. – С. 96–105.
10. *Левищенко С. С., Кузенный Н. Ф.* Группы с условиями дисперсивности для подгрупп. – Киев: Киев. пед. ин-т, 1985. – 96 с.
11. *Кузенный Н. Ф., Левищенко С. С.* Конечные группы Шмидта и их обобщения // Укр. мат. журн. – 1991. – **43,** №7, 8. – С. 963–968.
12. *Черников С. Н., Левищенко С. С.* Конструктивное описание конечных недисперсивных групп, в которых все подгруппы непримарного индекса абелевы // Там же. – 1992. – **44,** №6. – С. 818–822.
13. *Монахов В. С.* Конечные группы со сверхразрешимыми подгруппами непримарного индекса // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры – Киев.: Ин-т математики АН Украины, 1993. – С. 195–209.
14. *Кузенный Н. Ф., Семко Н. Н.* Строение разрешимых метагамильтоновых групп // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1985. – №2. – С. 6–9.
15. *Зузук Л. І.* Про скінченні неметациклічні групи, всі підгрупи непримарного індексу яких метациклічні. – Київ, 1993. – 13 с. – Деп. в ДНТБ України, №2295-УК 93.
16. *Huppert B.* Endliche Gruppen. 1. – Berlin ets.: Springer, 1967. – 793 S.
17. *Холл М.* Теория групп. – М.: Изд-во иностр. лит, 1962. – 468 с.

Одержано 10.03.94