УДК 517.95

І. С. Клюс (Нац. авіац. ун-т, Київ),
Б. Й. Пташник (Ін-т прикл. пробл. механіки і математики НАН України, Львів)

БАГАТОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ ПСЕВДОДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

We investigate the correctness of a problem with multipoint conditions on a chosen variable t and conditions of periodicity on coordinates $x_1, \ldots, x_p$ for equations unsolvable in the highest derivative with respect to t and containing pseudodifferential operators. We establish conditions of one-valued solvability of the problem and prove metric assertions concerning lower bounds of small denominators that appear in constructing a solution of the problem.

Досліджено коректність задачі з багатоточковими умовами за виділеною змінною t та умовами періодичності за координатами $x_1, \ldots, x_p$ для рівнянь, не розв'язних відносно старшої похідної по t, із псевдодиференціальними операторами. Встановлено умови однозначної розв'язності задачі та доведено метричні твердження, що стосуються оцінок знизу малих знаменників, які виникають при побудові розв'язку задачі.

1. Задачі з багатоточковими умовами за виділеною змінною t для рівнянь із частинними похідними є, взагалі, некоректними, а їх розв'язність у багатьох випадках пов'язана з проблемою малих знаменників. Такі задачі досліджено, наприклад, для гіперболічних рівнянь у роботах [1 – 4], для деяких класів безтипних рівнянь у [5 – 8], а для диференціально-операторних рівнянь у роботах [9, 10]. Для рівнянь із частинними похідними, що містять псевдодиференціальні оператори з аналітичними символами [11], багатоточкові задачі вивчено у роботах [12 – 14].

Дана робота, яка в ідейному плані близька до робіт [1, 5, 8, 15], розвиває результати досліджень, викладених в [6, 14]. У ній досліджено коректність задачі з багатоточковими умовами за змінною t та умовами періодичності по $x = (x_1, \ldots, x_p)$ для рівнянь із частинними похідними, не розв'язних відносно старшої похідної по t, які містять псевдодиференціальні оператори по x із аналітичними символами.

Надалі використовуватимемо такі позначення: $x = (x_1, \ldots, x_p) \in \mathbb{R}^p$; $k = (k_1, \ldots, k_p) \in \mathbb{Z}^p$, $|k| = |k_1| + \ldots + |k_p|$; $(k, x) = k_1 x_1 + \ldots + k_p x_p$; $\|k\|^2 = (k, k)$; $s = (s_1, \ldots, s_p) \in \mathbb{Z}_+^p$, $|s| = s_1 + \ldots + s_p$; $|G|$ — міра Лебега множини G;

$$Q = \{(t, x)\colon t \in (0, T),\ x \in \Omega \subset \mathbb{R}^p\},$$

Ω — p-вимірний тор, який отримуємо шляхом ототожнення протилежних граней куба $\{x \in \mathbb{R}^p\colon 0 \le x_r \le 2\pi,\ r = 1, \ldots, p\}$;

Γ — простір усіх тригонометричних многочленів

$$P(x) = \sum_{k_1=-N}^{N} \ldots \sum_{k_p=-N}^{N} C_k(P) \exp(i(k, x)), \qquad x \in [0, 2\pi]^p, \quad N = 0, 1, \ldots,$$

зі збіжністю: $P_n \to P$ при $n \to \infty$, якщо степені всіх поліномів $P_n(x)$ не перевищують деякого фіксованого числа M і при $n \to \infty$ $C_k(P_n) \to C_k(P)$ для кожного $k \in \mathbb{Z}^p$;

Γ' — простір функціоналів над Γ зі слабкою збіжністю (він збігається з простором формальних тригонометричних рядів) [16] (гл. 2);

$C^n([0,T],\Gamma)$ $(C^n([0,T],\Gamma'))$ — простір функцій $u(t,x)$, визначених в області $\overline{Q}$, n разів неперервно диференційовних по t і таких, що при кожному $t \in [0,T]$ $\partial^j u/\partial t^j \in \Gamma$ (Γ'), $j = 0, 1, \ldots, n$;

$B_s^r(\Omega)$, $r > 0$, $s > 0$, — банахів простір 2π-періодичних по $x_1, \ldots, x_p$ комплекснозначних функцій

$$\psi(x) = \sum_{|k|\geq 0} \psi_k \exp(i(k,x)) \tag{1}$$

з нормою

$$\| \psi(x) \|^2_{B_s^r(\Omega)} = \sum_{|k|\geq 0} |\psi_k|^2 \exp\left(2s(1+|k|^2)^r\right);$$

$C^n([0,T], B_s^r(\Omega))$ — простір функцій $u(t,x)$, визначених в області $\overline{Q}$, n разів неперервно диференційовних по t і таких, що для кожного $t \in [0,T]$ $\partial^j u/\partial t^j \in B_s^r(\Omega)$, $j = 0, 1, \ldots, n$;

$$\| u(t,x) \|^2_{C^n([0,T], B_s^r(\Omega))} = \sum_{j=0}^{n} \max_{t\in[0,T]} \left\| \frac{\partial^j u}{\partial t^j} \right\|^2_{B_s^r(\Omega)}.$$

2. В області Q розглядаємо задачу

$$\alpha_n A_n(D) \frac{\partial^n u(t,x)}{\partial t^n} + \sum_{\beta=0}^{n-1} \alpha_\beta A_\beta(D) \frac{\partial^\beta u(t,x)}{\partial t^\beta} = 0, \tag{2}$$

$$u(t_j, x) = \varphi_j(x), \quad j = 1, \ldots, n, \quad 0 \leq t_1 < t_2 < \ldots < t_n \leq T < \infty, \tag{3}$$

де

$$\alpha_\beta \in \mathbb{C}, \quad \beta = 0, 1, \ldots, n; \quad D = (D_1, \ldots, D_p), \quad D_j = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_j}, \quad j = 1, \ldots, p;$$

$A_\beta(D)$, $\beta = 0, 1, \ldots, n$, — псевдодиференціальні оператори, символи яких $A_\beta(\xi)$, $\beta = 0, 1, \ldots, n$, є дійснозначними аналітичними функціями параметра $\xi \in \mathbb{R}^p$. Дія оператора $A_\beta(D)$, $\beta = 0, 1, \ldots, n$, на періодичну функцію вигляду (1) визначається таким чином:

$$A_\beta(D)\psi(x) = \sum_{|k|\geq 0} A_\beta(k)\psi_k \exp(i(k,x)), \quad \beta = 0, 1, \ldots, n. \tag{4}$$

Надалі будемо вважати, що

$$(\forall k \in \mathbb{Z}^p) \quad A_n(k) \neq 0. \tag{5}$$

Вигляд області Q накладає умови 2π-періодичності за змінними $x_1, \ldots, x_p$ на функції $u(t,x)$, $\varphi_j(x)$, $j = 1, \ldots, n$. Розв'язок задачі (2), (3) шукаємо у вигляді ряду

$$u(t,x) = \sum_{|k|\geq 0} u_k(t) \exp(i(k,x)). \tag{6}$$

Кожен із коефіцієнтів $u_k(t)$, $k \in \mathbb{Z}^p$, є, відповідно, розв'язком такої n-точкової задачі:

$$\alpha_n A_n(k)\frac{d^n u_k(t)}{dt^n} + \sum_{\beta=0}^{n-1} \alpha_\beta A_\beta(k)\frac{d^\beta u_k(t)}{dt^\beta} = 0, \tag{7}$$

$$u_k(t_j) = \varphi_{jk}, \quad j = 1, \ldots, n, \tag{8}$$

де

$$\varphi_{jk} = \frac{1}{(2\pi)^p}\int_\Omega \varphi_j(x)\exp(-i(k,x))\,dx, \qquad k \in \mathbb{Z}^p.$$

Позначимо через $\lambda_j(k)$, $j = 1, \ldots, n$, корені характеристичного рівняння

$$P(\lambda, k) \equiv \sum_{\beta=0}^{n} \alpha_\beta A_\beta(k)\lambda^\beta \equiv \alpha_n A_n(k)\lambda^n + \sum_{\beta=0}^{n-1} \alpha_\beta A_\beta(k)\lambda^\beta = 0, \tag{9}$$

яке відповідає рівнянню (7). Для спрощення викладок будемо вважати, що для кожного $k \in \mathbb{Z}^p$ $\lambda_j(k)$, $j = 1, \ldots, n$, є різними та відмінними від нуля.

Розв'язок задачі (7), (8) зображуємо формулою

$$u_k(t) = \sum_{j=1}^{n} c_{kj}\exp(\lambda_j(k)t), \tag{10}$$

де c_{kj}, $j = 1, \ldots, n$, є розв'язком відповідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{n} c_{kj}\exp\big(\lambda_j(k)t_q\big) = \varphi_{qk}, \qquad q = 1, \ldots, n,$$

визначник якої $\Delta(k)$ має вигляд

$$\Delta(k) \equiv \det\big\|\exp\big(\lambda_j(k)t_q\big)\big\|_{q,j=1}^{n}. \tag{11}$$

3. Розглянемо питання існування та єдиності розв'язку задачі (2), (3).

Теорема 1. *Для єдиності розв'язку задачі* (2), (3) *у просторі* $C^n([0,T],\Gamma')$ *необхідно і досить, щоб справджувалась умова*

$$(\forall k \in \mathbb{Z}^p) \quad \Delta(k) \neq 0. \tag{12}$$

Доведення проводиться за схемою доведення теореми 1 із [17] і випливає з єдиності розвинення функції з простору Γ' у ряд Фур'є [16].

Надалі будемо вважати, що умова (12) виконана. Тоді на основі (6) та (10) отримуємо формальне зображення розв'язку задачі (2), (3) у вигляді ряду

$$u(t,x) = \sum_{|k|\geq 0}\sum_{q,j=1}^{n} \frac{\Delta_{jq}(k)\varphi_{jk}\exp\big(\lambda_q(k)t + i(k,x)\big)}{\Delta(k)}, \tag{13}$$

де $\Delta_{jq}(k)$ — алгебраїчне доповнення елемента $\exp(\lambda_q(k)t_j)$ у визначнику (11).

Теорема 2. *Нехай виконана умова* (12) *і* $\varphi_j \in \Gamma$ (Γ'), $j = 1, \ldots, n$. *Тоді існує розв'язок задачі* (2), (3), *який належить простору* $C^n([0,T],\Gamma)$ $(C^n([0,T],\Gamma'))$.

Доведення. Нехай $\varphi_j \in \Gamma$, $j = 1, \ldots, n$, тобто

$$\varphi_j(x) = \sum_{k_1=-N}^{N} \ldots \sum_{k_p=-N}^{N} \varphi_{jk} \exp(i(k, x)), \quad j = 1, \ldots, n.$$

Тоді з (13) випливає, що розв'язок задачі (2), (3) зображується формулою

$$u(t, x) = \sum_{k_1=-N}^{N} \ldots \sum_{k_p=-N}^{N} \sum_{q, j=1}^{n} \frac{\Delta_{jq}(x)\varphi_{jk} \exp\left(\lambda_q(k)t + i(k, x)\right)}{\Delta(k)}$$

і, очевидно, належить простору $C^n([0, T], \Gamma)$.

Якщо $\varphi_j \in \Gamma'$, то розв'язок задачі (2), (3), що зображується рядом (13), належить простору $C^n([0, T], \Gamma')$, оскільки за умови (12) для кожного фіксованого $t \in [0, T]$ ряди

$$\sum_{|k| \geq 0} \sum_{q, j=1}^{n} \frac{\left(\lambda_q(k)\right)^r \Delta_{jq}(k)\varphi_{jk} \exp\left(\lambda_q(k)t + i(k, x)\right)}{\Delta(k)}, \quad r = 0, 1, \ldots, n,$$

є збіжними в просторі Γ' [16]. Теорему доведено.

В інших випадках ряд (13), взагалі, є розбіжним, оскільки величина $|\Delta(k)|$, будучи відмінною від нуля, може набувати як завгодно малих значень для нескінченної множини векторів $k \in \mathbb{Z}^p$.

Вважатимемо надалі, що для всіх $k \in \mathbb{Z}^p$ справджуються умови

$$\left|A_\beta(k)\right| \leq C_1\left(1 + |k|^2\right)^{m_\beta}, \quad m_\beta \in \mathbb{R}, \quad \beta = 0, 1, \ldots, n, \tag{14}$$

$$|A_n(k)| \geq C_2\left(1 + |k|^2\right)^{m_n}, \tag{15}$$

де $C_1 \geq C_2 > 0$, $m_\beta > m_n$, $\beta = 0, 1, \ldots, n-1$.

Зі структури рівняння (9) та нерівностей (14), (15) для коренів $\lambda_j(k)$, $j = 1, \ldots, n$, випливають такі оцінки [18]:

$$\left|\lambda_j(k)\right| < 1 + \max_{0 \leq \beta \leq n-1} \left\{\frac{C_1\left(1 + |k|^2\right)^{m_\beta}}{C_2\left(1 + |k|^2\right)^{m_n}}\right\} < H\left(1 + |k|^2\right)^{\gamma},$$
$$k \in \mathbb{Z}^p, \quad j = 1, \ldots, n, \tag{16}$$

де $\gamma = m - m_n$, $m = \max\limits_{0 \leq \beta \leq n-1} \{m_\beta\}$, H — додатна стала.

Теорема 3. *Нехай справджуються нерівності* (14), (15), *умова* (12) *і існують такі додатні сталі* β *і* ν, *що для всіх (крім скінченного числа) векторів* $k \in \mathbb{Z}^p$ *виконується нерівність*

$$|\Delta(k)| > |k|^{-\beta} \exp(-\nu(1 + |k|^2)^{\gamma}). \tag{17}$$

Якщо $\varphi_j \in B_\delta^\gamma(\Omega)$, $j = 1, \ldots, n$, $\delta > 2HT + \nu$, *то існує розв'язок задачі* (2), (3) *з простору* $C^n([0, T], B_\sigma^\gamma(\Omega))$, $\sigma < \delta - (2HT + \nu)$, *який зображується формулою* (13) *і неперервно залежить від функцій* $\varphi_j(x)$, $j = 1, \ldots, n$.

Доведення. Легко бачити, що для величин $\Delta_{jq}(k)$, які входять у формулу (13), справедливі оцінки

$$\left|\Delta_{jq}(k)\right| < C_3 \exp\left(Q\left(1+|k|^2\right)^{m_0-m_n} T\right), \tag{18}$$

де $Q = \alpha_0 C_1(\alpha_n C_2)$. На основі формули (13) та оцінок (16) – (18) отримуємо

$$\|u(t,x)\|^2_{C^n([0,T],\,B^\gamma_\sigma(\Omega))} = \sum_{r=0}^{n} \max_{0\le t\le T} \left\| \frac{\partial^r u(t,x)}{\partial t^r} \right\|^2_{B^\gamma_\sigma(\Omega)} =$$

$$= \sum_{r=0}^{n} \max_{0\le t\le T} \sum_{|k|\ge 0} \left| \sum_{q,j=1}^{n} \left(\lambda_q(k)\right)^r \frac{\Delta_{jq}(k)}{\Delta(k)} \exp\left(\lambda_q(k)t\right)\right|^2 \left|\varphi_{jk}\right|^2 \times$$

$$\times \exp\left(2\sigma\left(1+|k|^2\right)^\gamma\right) \le C_4 \sum_{|k|\ge 0} \sum_{j=1}^{n} \left|\varphi_{jk}\right|^2 \left(1+|k|^2\right)^{(n\gamma+\beta)} \times$$

$$\times \exp\left(2(\sigma + 2HT + \nu)\left(1+|k|^2\right)^\gamma\right), \tag{19}$$

де $C_4 = C_4(n, H)$. Використовуючи елементарну нерівність

$$q^\omega \le Q(\omega)\exp(\varepsilon q), \quad 0 \le q < \infty, \quad \varepsilon > 0, \quad Q(\omega) > 0,$$

яка справедлива для довільного $\omega > 0$, із (19) отримуємо

$$\|u(t,x)\|^2_{C^n([0,T],\,B^\gamma_\sigma(\Omega))} \le$$

$$\le C_5 \sum_{|k|\ge 0} \sum_{j=1}^{n} \left|\varphi_{jk}\right|^2 \exp\left(2\left(\sigma + 2HT + \nu + \frac{\varepsilon}{2}\right)\left(1+|k|^2\right)^\gamma\right) \le$$

$$\le C_5 \sum_{|k|\ge 0} \sum_{j=1}^{n} \left|\varphi_{jk}\right|^2 \exp\left(2\delta\left(1+|k|^2\right)^\gamma\right) = C_5 \sum_{j=1}^{n} \left\|\varphi_j(x)\right\|^2_{B^\gamma_\delta(\Omega)} < \infty,$$

де $\varepsilon < \delta - (2HT + \nu + \sigma)$.

4. Вияснимо можливість виконання оцінки (17). Припустимо, що

$$(\forall k \in \mathbb{Z}^p) \qquad |A_0(k)| \ge C_6\left(1+|k|^2\right)^{m_0}, \qquad C_6 > 0. \tag{20}$$

Позначимо $a_0 = \operatorname{Re}\alpha_0$, $b_0 = \operatorname{Im}\alpha_0$; не обмежуючи загальності, будемо вважати, що $a_0 \ne 0$.

Лема. *Нехай справджуються умови* (15) *і* (20). *Тоді для майже всіх* (*стосовно міри Лебега в* $\mathbb{R}$) *чисел* a_0 *та довільних фіксованих* b_0, $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ *нерівність*

$$\prod_{1\le j<r\le n} \left|\lambda_r(k) - \lambda_j(k)\right| > M\left(1+|k|^2\right)^\tau,$$
$$\tau < \frac{(m_0 - m_n - p)(n-1)}{2}, \qquad M > 0, \tag{21}$$

виконується для всіх (*крім скінченного числа*) *векторів* $k \in \mathbb{Z}^p$.

Доведення. Для дискримінанта $D(P)$ полінома $P(\lambda, k)$ (див. (9)) мають місце такі зображення [19]:

$$D(P) = (\alpha_n A_n)^{2(n-1)} \prod_{1\le j<r\le n} \left(\lambda_r(k) - \lambda_j(k)\right)^2, \tag{22}$$

$$D(P) = \frac{(-1)^{n(n-1)/2}}{\alpha_n A_n} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} \alpha_n A_n & \alpha_{n-1}A_{n-1} & \dots & \alpha_0 A_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_n A_n & \dots & \alpha_1 A_1 & \alpha_0 A_0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \alpha_0 A_0 \\ n\alpha_n A_n & (n-1)\alpha_{n-1}A_{n-1} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & n\alpha_n A_n & \dots & \alpha_1 A_1 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \alpha_1 A_1 \end{vmatrix},$$

де $A_\beta \equiv A_\beta(k)$, $\beta = 1, \dots, n$.

Використовуючи схему доведення теореми 6 із [17], покажемо, що для же всіх чисел $a_0 \in [a, b] \subset \mathbb{R}$ нерівність

$$|\operatorname{Re} D(P)| > |k|^\mu, \quad \mu = (n-1)(m_0 + m_n - p) - \varepsilon, \quad \varepsilon > 0,$$

справджується для всіх (крім скінченного числа) векторів $k \in \mathbb{Z}^p$. Позна через W множину тих $a_0 \in [a, b]$, для яких протилежна нерівність

$$|\operatorname{Re} D(P)| < |k|^\mu$$

справедлива для нескінченного числа векторів $k \in \mathbb{Z}^p$, а через W_k мно: чисел $a_0 \in [a, b]$, для яких нерівність (25) виконується при фіксова $k \in \mathbb{Z}^p$.

Із формули (23) отримуємо

$$D(P) = (-1)^{n(n-1)/2} n^n (\alpha_0 A_0(k))^{n-1} (\alpha_n A_n(k))^{n-1} + F,$$

а

$$\operatorname{Re} D(P) = (-1)^{n(n-1)/2} n^n a_0^{n-1} A_0^{n-1}(k) (\operatorname{Re} \alpha_n)^{n-1} A_n^{n-1}(k) + F_1,$$

де F і F_1 містять степені α_0 і a_0 відповідно, не вищі ніж $n-2$. З (2 оцінок (15), (20) випливає

$$\left| \frac{\partial^{n-1} \operatorname{Re} D(P)}{\partial a_0^{n-1}} \right| > (n-1)! n^n C_1^{n-1} \left(1 + |k|^2\right)^{m_0(n-1)} C_2^{n-1} \left(1 + |k|^2\right)^{m_n(n-1)} \geq$$

$$\geq M_1 \left(1 + |k|^2\right)^{(n-1)(m_0 + m_n)}.$$

Тоді згідно з лемою 2. 2 роботи [1] (гл. 1) міра W_k має оцінку

$$|W_k| \leq M_2(n) |k|^{-p-\varepsilon}, \quad \varepsilon > 0.$$

Оскільки ряд $\sum_{|k|>0} |W_k|$ збігається, то на основі леми Бореля – Кан [20] міра множини W дорівнює нулю. З формули (22) та нерівностей (14) і отримуємо, що для майже всіх (стосовно міри Лебега в $\mathbb{R}$) чисел $a_0 \in [a, b]$ і довільних фіксованих $b_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$ нерівність (21) справджується для всіх (крім скінченного числа) векторів $k \in \mathbb{Z}^p$. Враховуючи, що пряму $\mathbb{R}$ можна покрити зчисленною кількістю відрізків $[a, b]$, завершуємо доведення леми.

Теорема 4. *Для майже всіх (стосовно міри Лебега в $\mathbb{R}^{n+1}$) векторів $(a_0, \bar{t})$, де $\bar{t} = (t_1, \ldots, t_n) \in [0, T]^n$, та довільних фіксованих $b_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$ нерівність* (17) *виконується для всіх (крім скінченного числа) векторів $k \in \mathbb{Z}^p$ при*

$$\beta > (n-1)/(2(mn + (n+1)p - (n-1)m_n - m_0)), \qquad \nu = H(n^2 - n + 1),$$

де H — константа з нерівності (16).

Доведення базується на лемі і проводиться за схемою доведення теореми 3 з [6].

5. Розглянемо частинний випадок задачі (2), (3), коли

$$A_\beta(D) \equiv (1 - \Delta)^{\eta_\beta} = \left(1 + D_1^2 + \ldots + D_p^2\right)^{\eta_\beta}, \qquad \eta_\beta \in \mathbb{R}, \quad \beta = 0, 1, \ldots, n, \tag{28}$$

де $\eta_\beta > \eta_n$, $\beta = 0, 1, \ldots, n-1$, а числа t_j в умовах (3) фіксуються через рівні проміжки часу, тобто

$$t_j = (j-1)t_0, \quad j = 1, \ldots, n, \quad t_0 = \frac{T}{n-1}. \tag{29}$$

Очевидно, що символи операторів (28) задовольняють умови

$$(\forall k \in \mathbb{Z}^p) \qquad N_0\left(1 + |k|^2\right)^{\eta_\beta} \le \left|A_\beta(k)\right| \le N_1\left(1 + |k|^2\right)^{\eta_\beta},$$
$$0 < N_0 \le N_1, \quad \beta = 0, 1, \ldots, n.$$

Характеристичний визначник $\Delta(k)$ задачі (2), (3), (28), (29) обчислюється за формулою

$$\Delta(k) = \prod_{1 \le p < r \le n} \left(\exp(\lambda_r(k)t_0) - \exp\left(\lambda_p(k)t_0\right)\right),$$

а для єдиності розв'язку розглядуваної задачі необхідно і достатньо, щоб виконувались умови

$$(\lambda_r(k) - \lambda_p(k))t_0 \ne 2\pi i l, \quad l \in \mathbb{Z}, \quad k \in \mathbb{Z}^p, \quad 1 \le p < r \le n. \tag{30}$$

Теорема 5. *Нехай виконано умови* (30) *і*

$$\varphi_j \in B^z_\delta(\Omega), \quad j = 1, \ldots, n, \quad \delta > 2HT + \nu, \quad z = \eta - \eta_n,$$

де $\eta = \max\limits_{0 \le \beta \le n-1} \{\eta_\beta\}$. Тоді для майже всіх (стосовно міри Лебега в $\mathbb{R}^2$) векторів (a_0, t_0) та довільних фіксованих $b_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$ існує розв'язок задачі (2), (3), (28), (29) *із простору $C^n([0, T], B^z_\sigma(\Omega))$, $\sigma > \delta - (2HT + \nu)$, який неперервно залежить від функцій $\varphi_j(x)$, $j = 1, \ldots, n$.*

Доведення проводимо за схемою доведення теореми 5 із [6]; при цьому використовуємо лему та лему 3 із [6].

Зауваження. Результати роботи перенесено на випадок, коли рівняння (2) є неоднорідним з правою частиною $f(t, x)$, а умови (3) замінено більш загальними умовами

$$\sum_{r=0}^{n-1} a_r \frac{\partial^r u(t_j, x)}{\partial t^r} = \varphi_j(x), \quad j = 1, \ldots, n.$$

1. *Пташник Б. И.* Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – Киев: Наук. думка, 1984. – 264 с.
2. *Пташник Б. Й, Штабалюк П. І.* Багатоточкова задача для гіперболічних рівнянь у класі функцій, майже періодичних по просторових змінних // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 1992. – Вип. 35. – С. 210 – 215.
3. *Клюс І. С., Пташник Б. Й.* Триточкова задача для хвильового рівняння // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 1996. – Вип. 40. – С. 78 – 86.
4. *Нитребич З. М.* Крайова задача для неоднорідного гіперболічного рівняння із частинними похідними // Вісн. ун-ту „Львів. політехніка". Прикл. математика. – 1998. – № 346. – С. 35 – 39.
5. *Пташник Б. Й, Силюга Л. П.* Багатоточкова задача для безтипних факторизованих диференціальних операторів // Укр. мат. журн. – 1996. – **48**, № 11. – С. 1468 – 1476.
6. *Пташник Б. Й., Клюс І. С.* Багатоточкова задача для рівнянь із частинними похідними, не розв'язаних відносно старшої похідної за часом // Там же. – 1999. – **51**, № 12. – С. 1605 – 1613.
7. *Василишин П. Б., Пташник Б. Й.* Багатоточкова задача для інтегро-диференціальних рівнянь із частинними похідними // Там же. – 1998. – **50**, № 9. – С. 1155 – 1168.
8. *Пташник Б. Й., Комарницька Л. І.* Багатоточкова задача для диференціальних рівнянь, не розв'язаних відносно старшої похідної за часом // Допов. НАН України. – 1995. – № 10. – С. 20 – 23.
9. *Валицкий Ю. Н.* Корректность многоточечной задачи для уравнения с операторными коэффициентами // Сиб. мат. журн. – 1986. – **29**, № 4. – С. 46 – 53.
10. *Валицкий Ю. Н.* Корректность задачи для дифференциального уравнения при заданных значениях производных в нескольких точках // Там же. – 1996. – **37**, № 2. – С. 251 – 258.
11. *Дубинский Ю. А.* Алгебра псевдодифференциальных операторов с аналитическими символами и ее приложения к математической физике // Успехи мат. наук. – 1982. – **37**. – С. 97 – 159.
12. *Илькив В. С., Полищук В. М., Пташник Б. И.* Нелокальная краевая задача для систем псевдодифференциальных операторов // Укр. мат. журн. – 1986. – **38**, № 5. – С. 582 – 587.
13. *Умаров С. Р.* О корректности граничных задач для псевдодифференциальных уравнений с аналитическими символами // Докл. АН СССР. – 1992. – **332**, № 6. – С. 1036 – 1039.
14. *Сайдаматов Э. М.* О корректности неоднородных граничных задач для псевдодифференциальных уравнений // Узб. мат. журн. – 1995. – № 2. – С. 77 – 88.
15. *Березанский Ю. М.* Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов. – Киев: Наук. думка, 1965. – 786 с.
16. *Горбачук В. И., Горбачук М. Л.* Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений. – Киев: Наук. думка, 1984. – 284 с.
17. *Берник В. И., Пташник Б. И., Салыга Б. О.* Аналог многоточечной задачи для гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами // Дифференц. уравнения. – 1977. – **13**, № 4. – С. 637 – 645.
18. *Фаддеев Д. К., Сомінський І. С.* Збірник задач з вищої алгебри. – Київ: Вища шк., 1971. – 316 с,
19. *Курош А. Г.* Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975. – 431 с.
20. *Спринджук В. Г.* Метрическая теория диофантовых приближений. – М.: Наука, 1977. – 144 с.

Одержано 21.12.2000