УДК 519.718.2

С. В. Щербовських, О. Ю. Лозинський, Т. М. Сахарчук

РОЗРАХУНОК ІНТЕНСИВНОСТІ ПОТОКУ ВІДМОВ ДУБЛЬОВАНОЇ СИСТЕМИ З НАВАНТАЖУВАЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

The paper is devoted to problem of failure intensity calculation for doubled repairable system with loaded redundancy. Failure intensity determination is suggested by using special method for extended Markov reliability model. The correctness for such approach is verified by Monte–Carlo method.

Key words: *reliability, Markov analysis, rate occurrence of failures (ROCOF).*

Розглянуто проблему розрахунку інтенсивності потоку відмов для дубльованої відновлюваної системи з навантажувальним резервуванням. Визначати інтенсивність потоку відмов запропоновано шляхом застосування спеціального методу щодо розширеної марковської моделі надійності. Коректність такого підходу перевірено методом Монте–Карло.

Ключові слова: *надійність, марковський аналіз, інтенсивність потоку відмов.*

Постановка проблеми. Інтенсивність (параметр) потоку відмов $z(t)$ є відношенням математичного сподівання кількості відмов системи за елементарне напрацювання до величини цього напрацювання. Цей показних відображає частоту, з якою система переходить із працездатних станів у непрацездатні. Разом із коефіцієнтом готовності він характеризує основні властивості надійності відновлюваних систем.

Стаття присвячена проблемі розрахунку інтенсивності потоку відмов для дубльованої системи з навантажувальним резервуванням. Дубльована системи містить у своєму складі дві однакових підсистеми, які, умовно, називають основною та резервною (надлишковою). В такій системі виконання основної функції забезпечується у нормальному режимі обома підсистемами, шляхом поділу навантаження порівну між ними, а у аварійному – однією із них завдяки здатності сприймати нею тимчасово навантаження, яке є понад номінальне.

Практичний аспект розв’язання проблеми пов’язаний з підвищенням точності прогнозування інтенсивності потоку відмов та інших похідних показників надійності для відновлюваних систем, а теоретичний забезпечує подальший розвиток марковського аналізу для систем з довільними моделями відмов.

Аналіз останніх досліджень. Проблема визначення інтенсивності потоку відмов особливо актуальна під час аналізу надійності систем електропостачання, для яких цей показник постійно відстежується та прогнозується [14, 17]. Пошук аналітичного розв’язання функції інтенсивності потоку відмов призводить до рівнянь Вольтера другого роду з різницевим ядром, метод складання яких відомий лише для найпростіших випадків [5]. Однак на основі вказаного підходу у [8, 19] для конкретних випадків розроблено наближені аналітичні вирази. Інтенсивність потоку відмов для систем, за умови невизначеності факторів впливу, прогнозують за попередньою передісторією процесу статистичними методами [1] або з використанням нейрональних мереж та нечіткої логіки [6, 10]. Такі методи вимагають тривалого часу на збирання попередньої інформації для статистичної обробки або навчання нейрональної мережі, а результати, отримані на їх основі, часто мають низьку достовірність для довготермінового прогнозування. У [7] межі функції інтенсивності потоку відмов отримують на основі методу Баєсса. Якщо функція значно змінюється у досліджуваному діапазоні, то межі виявляються широкими, а тому малоінформативними. Робота [11] ґрунтується на застосування неоднорідного пуассонівського процесу (NHPP).

Недолік такого підходу полягає в тому, що не існує однозначного методу, щоб пов'язати між собою параметри NHPP та параметри моделей відмов і відновлення елементів системи. Для визначення інтенсивності потоку відмов використовують метод Монте–Карло [5, 9, 18], проте результати, отримані на основі цього методу, спотворені стохастичною похибкою, що суттєво ускладнює їх аналіз. Збільшення кількості ітерацій зменшує стохастичну похибку, проте призводить до непропорційно суттєвого зростання тривалості моделювання.

Відомо, що для обчислення показників надійності відновлюваних систем застосовують метод простору станів, який ґрунтується на звичайних марковських моделях [1, 16] та на марковських моделях на основі розширення простору станів [4, 12, 15]. На основі методу, наведеному у [12, 16], відомо, як, застосовуючи звичайну марковську модель, визначити інтенсивність потоку відмов, проте результат обмежений лише експоненціальними моделями.

Перспективним напрямом досліджень вважаємо вдосконалення методу простору станів, що полягає у визначенні, як на основі розширеної марковської моделі системи визначати її інтенсивність потоку відмов. Це забезпечить адекватне визначення цього показника для випадку довільних моделей відмов та відновлення елементів системи.

Постановка завдань. 1. Розробити метод визначення інтенсивності потоку відмов для дубльованої відновлюваної системи з навантажувальним резервуванням, застосовуючи марковську модель надійності цієї системи на основі розширення простору станів. Розробити підходи щодо її оптимізації.

2. Підтвердити коректність отриманого результату, застосовуючи модель надійності системи на основі методу Монте–Карло.

Викладення основного матеріалу. Марковська модель є системою диференціальних рівнянь, яку подаємо у векторно-матричній формі запису:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t) = \mathbf{\Lambda}\,\mathbf{p}(t),$$

де d/dt – похідна за часом від кожного елемента вектор-стовпця; t – час, без обмеження загальності, вважаємо характеристикою напрацювання; $\mathbf{p}(t)$ – вектор-стовпець ймовірностей станів або фаз; $\mathbf{\Lambda}$ – матриця інтенсивності переходів між станами або фазами.

Векторно-матричну форму запису необхідно доповнити вектор-рядком початкових ймовірностей станів $\mathbf{p}(0)$. Формування марковської моделі зводиться до визначення матриці інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ та вектор-рядка початкових ймовірностей $\mathbf{p}(0)$. Таку модель також подають у графічній формі – діаграмою станів та переходів, яка *однозначно* зв'язана із $\mathbf{\Lambda}$ та $\mathbf{p}(0)$.

Інтенсивність потоку відмов визначаємо згідно з правилом, наведеним у [12]. Параметр потоку відмов системи дорівнює сумі добутків інтенсивності переходів, які переводять систему із працездатних фаз у непрацездатні, що множаться на відповідні функції ймовірності таких працездатних фаз, із яких здійснюються такі переходи.

Досліджувана система функціонує за таким алгоритмом. У початковий момент часу система перебуває у працездатному стані S_1 (рис. 1), у якому обидва елементи, умовно позначені як "1" – основний та "2" – резервний, працездатні і їх напрацювання розподілено за моделлю відмов $R_1(t)$. Якщо перший елемент відмовляє, то система переходить у стан S_3, а якщо другий – то у S_2. Вважаємо, що засоби технічної діагностики ідеальні, а тому відмови елементів діагностуються миттєво. Ремонт полягає у заміні непрацездатного елемента на новий. У працездатному стані S_2 перший елемент є працездатним, а другий – непрацездатним.

Напрацювання першого елемента розподілено за моделлю відмов $R_2(t)$, яка пов'язана із $R_1(t)$ через коефіцієнт навантаження k_L, а тривалість ремонтування другого – за моделлю відновлення $M_1(t)$. Якщо відмовляє перший елемент, то система переходить у стан S_4, а якщо відбувається відновлення другого – повертається у стан S_1. У працездатному стані S_3 навпаки – перший елемент є непрацездатним , а другий – працездатним. Тривалість ремонтування першого елемента розподілено за моделлю відновлення M_1(t), а напрацювання другого – за моделлю відмов $R_2(t)$. Якщо відбувається відновлення першого елемента, то система повертається у стан S_1, а якщо відмова другого – то у S_4. У непрацездатному стані S_4 обидва елементи непрацездатні. Вважаємо, що тривалість ремонтування обох елементів розподілена за моделлю відновлення $M_1(t)$ і після відновлення система повертається у стан S_1. Тобто система здійснює неперервне в часі випадкове переміщення множиною дискретних станів $\{S_1, S_2 \dots S_4\}$.

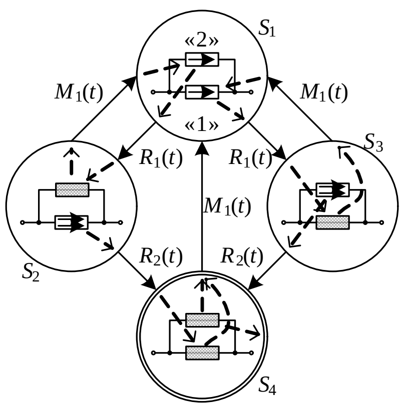

Рис. 1. Діаграма станів та переходів дубльованої системи з навантажувальним резервуванням.

Напрацювання T елемента системи за номінального навантаження розподілене за фазовою моделлю відмов $R_1(t)$. Фазова модель (відома в іноземній літературі як *phase-type distribution*) відмов, за змістом подібна до розкладу у ряд Тейлора, необхідна для побудови марковської моделі системи на основі розширення простору станів, що забезпечує опрацювання розподілів, відмінних від експоненціального [3, 15].

Довільну модель відмов із заданою точністю, яка визначається кількістю членів, можна розкласти у фазову модель. Під час дослідження застосована фазова модель $R_1(t)$ третього порядку із параметрами c_0, c_1, c_2 та λ_1 (рис. 2*а*).

Пропонуємо враховувати вплив перерозподілу навантаження на показники надійності системи так. Якщо навантаження на елемент номінальне під час усього часу функціонування, тобто елемент весь час перебуває у S_1 (рис. 3, епюра *1*), то його спрацювання відбувається рівномірно. Якщо навантаження на елемент змінюється залежно від стану, тобто у S_1 – номінальне, а у S_2 – подвійне (рис. 3, епюра *2*), то спрацювання у S_1 буде рівномірне, а у S_2 – пришвидшене із коефіцієнтом пропорційності k_L. Властивістю такої моделі надійності системи має бути те, що після повернення назад із S_2 у стан S_1, у якому система перебувала протягом T_4, залишкове напрацювання елемента має зменшитись на величину T_3, яка дорівнює відношенню T_4 / k_L (рис. 3, епюра *2*).

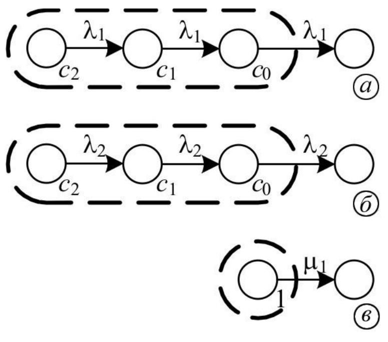

Рис. 2. Діаграми станів та переходів моделей відмов і відновлення елементів системи.

Зазначену властивість реалізуємо шляхом використання фазової моделі відмов $R_2(t)$ (рис. 2*б*) із параметрами c_0, c_1, c_2 та λ_2, де $\lambda_2 = \lambda_1 k_L$. Модель відновлення вибираємо експоненціальною із параметром μ_1 (рис. 2*в*), оскільки тривалість ремонтування суттєво менша за напрацювання, тому похибка, пов'язана із вибором моделі, буде несуттєва.

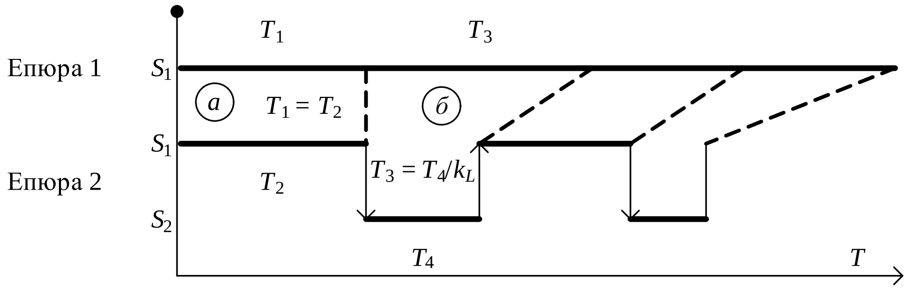

Рис. 3. Епюри напрацювання елемента системи залежно від навантаження.

Визначимо параметр потоку відмов системи $z_1(t)$, застосовуючи марковську модель на основі розширення простору станів. Діаграму станів та переходів системи (рис. 4) формуємо, використовуючи [4]. Згідно з наведеними позначеннями, інтенсивність потоку відмов системи визначаємо як добуток імовірності перебування системи у фазах $p_1(t)$ та $p_2(t)$ на інтенсивність переходів із цих фаз:

$$z_1(t) = \lambda_2 (p_1(t) + p_2(t)) .$$

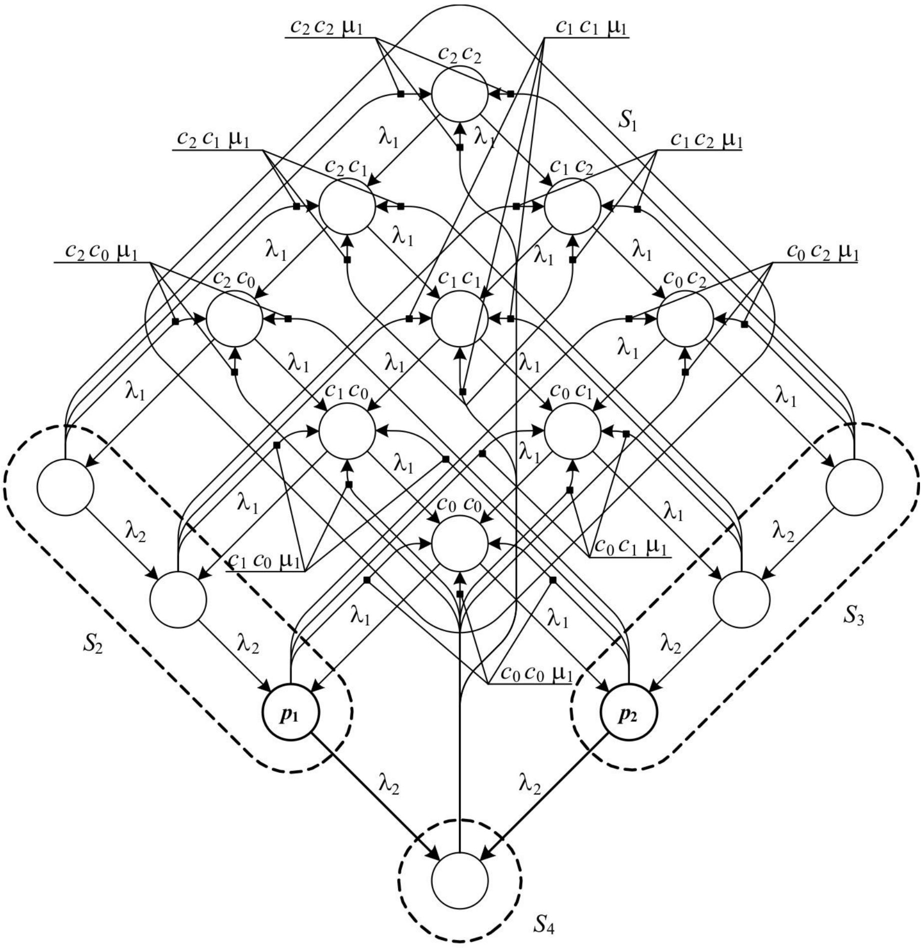

Рис. 4. Діаграма станів та переходів дубльованої системи з навантажувальним резервуванням на основі розширення простору станів.

Оптимізуємо структуру діаграми станів та переходів розширеної марковської моделі системи. Розгляд цього завдання зумовлений підвищенням ефективності розрахунку таких моделей, про що зазначено у [13]. Оскільки обидва елементи є однаковими, то для визначення параметра потоку відмов не має значення, через відмову саме якого із них відбулась відмова. Ґрунтуючись на цьому твердженні, об’єднаємо відповідні фази станів S_2 та S_3. Також об’єднаємо у межах множини фаз стану S_1 ті фази, що мають однакову початкову ймовірність та позначають, за фактом, один і той же фіктивний процес напрацювання однакових елементів. Зауважимо, що, об’єднуючи фази станів S_1, їх початкові ймовірності додаються. Під час виконання редукції простору станів ті переходи, що виходять із об’єднаних фаз, збігаються один з одним, а ті, що входять у них, – додаються (рис. 5).

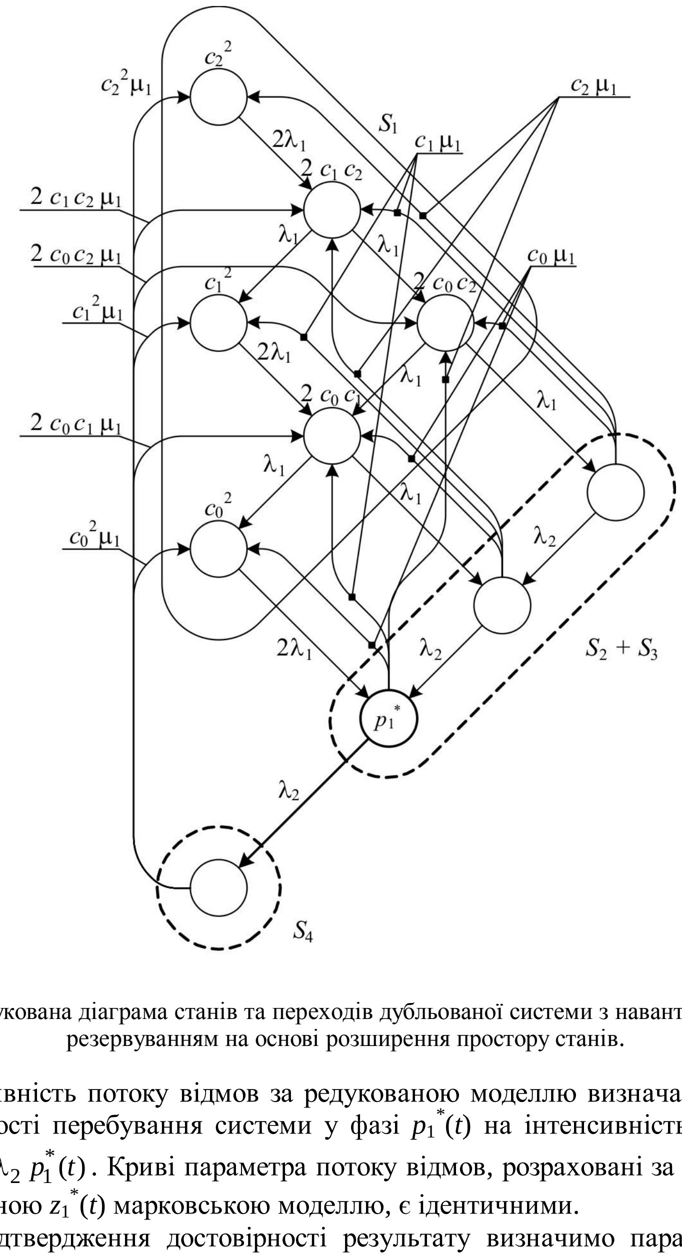

Рис. 5. Редукована діаграма станів та переходів дубльованої системи з навантажувальним резервуванням на основі розширення простору станів.

Інтенсивність потоку відмов за редукованою моделлю визначаємо як добуток імовірності перебування системи у фазі $p_1^*(t)$ на інтенсивність переходу із неї: $z_1^*(t) = \lambda_2\, p_1^*(t)$. Криві параметра потоку відмов, розраховані за базовою $z_1(t)$ та редукованою $z_1^*(t)$ марковською моделлю, є ідентичними.

Для підтвердження достовірності результату визначимо параметр потоку відмов системи $z_2(t)$, застосовуючи модель на основі методу Монте–Карло, метод формування якої наведено у [5]. Дослідимо збіжність моделей системи. Як видно з рис. 6, якщо збільшувати кількість ітерацій методу Монте–Карло *Nr*, то інтегральна квадратична похибка *ERR* між суцільною потовщеною кривою *1* параметра потоку відмов системи $z_1(t)$, розрахованою за марковською моделлю, та суцільною кривою *2*, розрахованою за моделлю на основі методу Монте–Карло $z_2(t)$, прямують до нуля. Інтегральну квадратичну похибку між параметрами потоку відмов системи $z_1(t)$ та $z_2(t)$ визначаємо згідно з виразом:

$$ERR = \sqrt{\frac{1}{Nt}\sum_{i=0}^{Nt}(z_1(t_i) - z_2(t_i))^2}\ ,$$

де Nt – кількість точок, на яку поділена вісь напрацювання t.

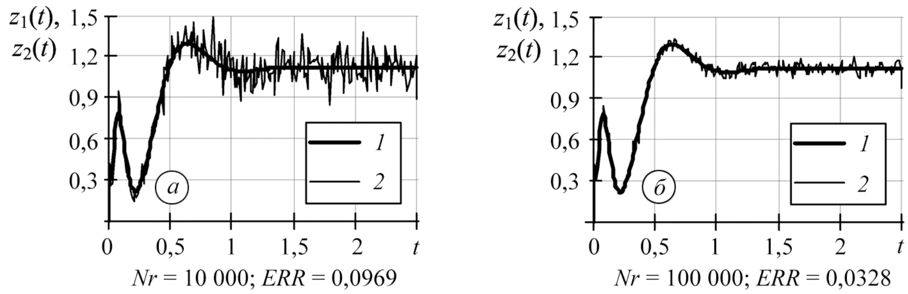

Рис. 6. Криві параметра потоку відмов дубльованої системи з навантажувальним резервуванням для різної кількості реалізації *Nr*.

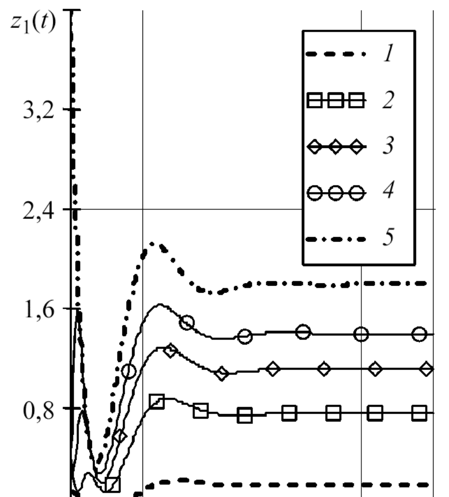

Рис. 7. Криві інтенсивності потоку відмов дубльованої системи з навантажувальним резервуванням для різних значень k_L.

На рис. 7 наведені граничні випадки інтенсивності потоку відмов: k_L = 1 (штрихова потовщена крива *1*), що відповідає системі з паралельним резервуванням, та $k_L = \infty$ (штрих-пунктирна потовщена крива *5*), що відповідає ненадлишковій системі з двома однаковими елементами.

Отже, запропонована модель надійності системи зі зміною коефіцієнта навантаження k_L у зазначених межах забезпечує плавну зміну кривої інтенсивності потоку відмов системи, сімейство яких наведено на рис. 7, де k_L = 5 – крива *2* із маркером квадрат, k_L = 10 – крива *3* із маркером ромб та k_L = 20 – крива *4* із маркером коло.

ВИСНОВКИ

Удосконалено метод визначення функції інтенсивності потоку відмов для дубльованих відновлюваних систем з навантажувальним резервуванням, який ґрунтується на застосуванні марковської моделі надійності на основі розширення простору станів, що забезпечило розрахунок зазначеного показника для випадку довільних моделей відмов та відновлення елементів системи.

Розроблено вперше метод для марковських моделей надійності на основі розширення простору станів, який забезпечує врахування впливу перерозподілу навантаження на показники надійності, зокрема інтенсивності потоку відмов, відновлюваної системи з навантаженим резервуванням, на основі пропорційного перетворення моделей відмов фазового типу для елементів системи. Набув подальшого розвитку метод редукування простору станів дубльованих відновлюваних систем, шляхом додавання фаз, початкових ймовірностей, а також об'єднання відповідних переходів, що забезпечило зменшення простору станів на 60% без втрати точності результату. Криві інтенсивності потоку відмов, отримані запропонованим методом, збігаються в межах допустимої похибки із результатами, отриманими методом Монте–Карло, що обґрунтовує коректність одержаних результатів. Подальші дослідження спрямовані на розробку методу розрахунку показників довговічності для відновлюваної дубльованої системи з навантажувальним резервуванням.

1. *Буртаев Ю. Ф., Острейковский В. А.* Статистический анализ надежности объектов по ограниченной информации. – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 240 с.
2. *Волочій Б. Ю.* Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем. – Львів: Вид-во НУ "Львівська політехніка", 2004. – 220 с.
3. *Лозинський О. Ю., Щербовських С. В.* Визначення ефективної підмножини фазових законів розподілу для утворення математичних моделей надійності ремонтованих об'єктів // Відбір і обробка інформації. – 2004. – № 21. – С. 17–22.
4. *Лозинський О. Ю., Щербовських С. В.* Побудова моделей надійності ремонтованих електромеханічних об'єктів на основі розширення простору станів // Вісник НТУ "Харківський політехнічний інститут". – 2005. – № 45. – С. 77–81.
5. *Хенли Э. Дж., Кумамото Х.* Надежность технических систем и оценка риска: пер. с англ. – М: Машиностроение, 1984. – 528 с.
6. *Failure* rate prediction with artificial neural networks / M. Bevilacqua, M. Braglia, M. Frosolini, R. Montanari // J. Quality in Maintenance Engineering. – 2005. – **11**, № 3. – P. 279–294.
7. *Guida M., Pulcini G.* Bayesian analysis of repairable systems showing a bounded failure intensity // Reliability Engineering and System Safety. – 2006. – **91**, № 7. – P. 828–838.
8. *A New* Stochastic Model for Systems Under General Repairs / H. R.Guo, Haitao Liao, Wenbiao Zhao, A. Mettas // Reliability, IEEE Transactions. – 2007. – **56**, № 1. – P. 40–49.
9. *Hagkwen Kim Singh* Reliability Modeling and Simulation in Power Systems with Aging Characteristics // Power Systems, IEEE Transactions. – 2010. – **25**, № 1. – P. 21–28.
10. *Ibrahim W. R. A., Morcos M. M.* An adaptive fuzzy self-learning technique for prediction of abnormal operation of electrical systems // Power Delivery, IEEE Transactions. – 2006. – **21**, № 4. – P. 1770–1777.
11. *Krivtsov V.* Practical extensions to NHPP application in repairable system reliability analysis // Reliability Engineering and System Safety. – 2007. – **92**, № 5. – P. 560–562.
12. *Lozynsky O. Yu., Shcherbovskykh S. V.* Failure Intensity Determination Using Markov Reliability Model for Renewal Non-Redundancy Systems // Przeglad Elektrotechniczny. – 2009. – **85**, № 4. – P. 89–91.
13. *Obal W. D., McQuinn M. G., Sanders W. H.* Detecting and Exploiting Symmetry in Discrete-State Markov Models // Reliability, IEEE Transactions. – 2007. – **56**, № 4. – P. 643–654.
14. *Predicting* vegetation-related failure rates for overhead distribution feeders / D. T. Radmer, P. A. Kuntz, R. D. Christie et al. // Power Delivery, IEEE Transactions. – 2002. – **14**, № 4. – P. 1170–1175.
15. *Rafael Perez-Ocon, Montoro-Cazorla D.* Transient analysis of a repairable system, using phase-type distributions and geometric processes // Reliability, IEEE Transactions. – 2004. – **53**, № 2. – P. 185–192.
16. *A method* for evaluation of reliability indices for repairable circular consecutive-*k*-out-of-*n*: *F* systems / Richard C. M. Yam, Ming J. Zuo, Yuan Lin Zhang // Reliability Engineering and System Safety. – 2003. – **79**, № 1. – P. 1–9.
17. *Stillman R. H.* Power Line Maintenance With Minimal Repair And Replacement // Proc. Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS'2003). – San Jose, USA. – 2003. – P. 541–545.
18. *Veber B., Nagodea M., Fajdiga M.* Generalized renewal process for repairable systems based on finite Weibull mixture // Reliability Engineering and System Safety. – 2008. – **93**, № 10. – P. 1461–1472.
19. *Winfrid G. Schneeweiss* A short Boolean derivation of mean failure frequency for any (also non-coherent) system // Reliability Engineering and System Safety. – 2009. – **94**, № 8. – P. 1363–1367.

Національний університет "Львівська політехніка"

Одержано
20.01.2010