КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

Информационные технологии в экологии

УДК 519.8

М.С. ДУНАЄВСЬКИЙ

НАДІЙНА МОДЕЛЬ КОНТРОЛЮ ЗАБРУДНЕННЯ АГРОВИРОБНИЦТВОМ ЗА НЕВИЗНАЧЕНИХ ПОГОДНИХ УМОВ

Представлено стохастичну оптимізаційну модель, що пропонує збалансоване управлінське рішення для агровиробництва як щодо рівня прибутковості, так і щодо рівня забруднення навколишнього середовища викидами фосфору. На відміну від широко відомих детерміністичних моделей враховується фактор невизначеності погодних умов.

Вступ. Агросектор України має суттєвий потенціал росту, що викликає відповідний інтерес як серед іноземних інвесторів, так і серед вітчизняних політиків, та є локомотивом української економіки, адже залишається єдиним сектором економіки частка якого у валовому внутрішньому продукті України зростає після 2014 р. Більш того інвестиційна привабливість та інтерес до агровиробництва посилюються з інтенсифікацією євроінтеграційних процесів останніх років. Однак, не варто забувати і про негативний вплив на навколишнє середовище та соціальну відповідальність агробізнесу.

Перенасичення водойм поживними речовинами (включаючи фосфор та нітрати), що викликає їх цвітіння, дедалі більше привертає до себе увагу в Україні [1] та світі з огляду на відчутний вплив на всю екосистему, рибальство, туризм, якість питної води.

Забруднення фосфором або його надлишок у водній екосистемі є першопричиною евтрофікації [2]. Локальні (точкові) джерела забруднення відносно легко ідентифікувати та взяти під контроль. Тому на сьогодні основним джерелом забруднення залишається змив з полів. Щонайменше 60 % фосфорного забруднення Чорного моря це вимитий фосфор донесений річковою системою [3]).

На сьогодні розроблено інтегровану динамічну модель, що об’єднала в собі аспекти агрономії, гідрології, економіки та вказує на найкращі практики агровиробництва які варто застосувати відповідно до місцевих умов [4, 5]. Однак модель детерміністична та не враховує стохастичну природу екосистем.

Динамічна стохастична модель контролю рівня фосфорного забруднення. Модель максимізує прибуток фермера за умов дотримання екологічних вимог щодо рівня забруднення фосфором оптимально розподіляючи земельні площі під різні агрокультури, обираючи потрібний рівень внесення фосфорних добрив, рівень консерваційного обробітку ґрунтів (за якого переорюються залишки врожаю або взагалі застосовується система нульового обробітку ґрунту) та застосування захисних рослин (протидіють ерозії та вимиванню, завдяки швидкому росту витісняють бур'яни). До найбільш ефективних захисних рослин відносять жито, гречку, конюшину, сорго.

Оптимізаційна проблема максимізує соціальне благо W

$$V(P) = \max_{U} W(P,U) \quad (1)$$

за умов динамічних обмежень

$$P(t+1) = g(P(t),U(t)), \quad (2)$$

$$P(t) \geq 0, U(t) \geq 0, \quad (3)$$

$$P(0) = P_0, \quad (4)$$

де $P(t)$ та $U(t)$ відображають вектор змінних стану та контролю відповідно.

Соціальне благо задається функцією:

$$W = \sum_{t=0}^{\infty} e^{pt} (N\pi(t) - D(t)), \quad (5)$$

де p – дисконтна ставка, N – кількість гектарів оброблюваної землі. Функція прибутку задана наступним чином:

$$\pi(t) = \sum_{i} \mathrm{w_i}(t)\pi_\mathrm{i}(t), \quad (6)$$

де i – індекс, що відображає тип посадженої агрокультури. На прибуток впливає ряд параметрів: розподіл земель під посіви різних агрокультур w, залишок, який залишається після збору врожаю R, інтенсивність обробітку ґрунту перед посадкою L, рівень застосування захисних агрокультур та рівень застосування добрив F. Функція шкоди $D(t)$ підсумовує негативний вплив фосфорного забруднення на навколишнє середовище, а рівняння стану можна представити наступним чином:

$$P(t) = [P_{sa}(t), P_{ss}(t), P_{wa}(t), P_{ws}(t), P_{wab}(t)] \quad (7)$$

за умов

$$P_{sa}(t) = g_1(P_{sa}(t), P_{ss}(t), w_i(t), R_i(t), L_i(t), \vartheta_i(t)), \quad (8)$$

$$P_{ss}(t) = g_2(P_{sa}(t), P_{ss}(t), w_i(t), F_i(t), R_i(t), L_i(t), \vartheta_i(t)), \quad (9)$$

$$P_{wa}(t) = g_3(P_{sa}(t), P_{wa}(t), P_{ws}(t)), \quad (10)$$

$$P_{ws}(t) = g_4(P_{ss}(t), P_{wa}(t), P_{ws}(t)), \quad (11)$$

$$P_{wab}(t) = g_5(P_{wa}(t), P_{wab}(t)). \quad (12)$$

Змінні стану $P_{sa}(t)$ та $P_{ss}(t)$ – це рівень накопиченого малорозчинного (sediment attached) та розчинного фосфору в ґрунті. Подібно до попередніх змінних змінні $P_{wa}(t)$ та $P_{ws}(t)$ представляють відповідні рівні накопиченого фосфору у водоймі. Змінна стану $P_{\mathrm{wab}}(t)$ відображає загальний рівень накопиченого малорозчинного фосфору у водоймі, що осідає на дні в процесі седиментації та ресуспензії.

Вигода приватного фермера задається таким же рівнянням та з тією ж цільовою функцією тільки компонент шкоди у рівнянні (5) прирівнюється до нуля [4].

Стохастична модель контролю рівня фосфорного забруднення. Екосистемам природньо властива невизначеність. Однак, більшість невизначеностей може характеризуватися як стохастичні погодні події. В досліджувану модель введено саме стохастичні погодні умови, що в подальшому впливають на рівень забруднення водойм, на відміну від детерміністичної моделі, в якій вводиться дискретний набір погодних умов.

Представлена модель включає в себе декілька спрощень. По-перше, модуль водойми замінено на заданий рівень забруднення, що, наприклад, може вимагатися законодавством України чи екологічними вимогами Європейського союзу. По-друге, економічний модуль спрощено заради отримання більш надійної оцінки параметрів моделі при менш інтенсивному використанні обчислювальних ресурсів.

Структура стохастичної моделі подібна до більшості її оригінальних детерміністичних версій та складається з блоку розрахунку прибутку агровиробництва, блоку динаміки рівня фосфору в ґрунтах та набору стандартних ймовірнісних обмежень, що характеризують заданий обмежувальний рівень забруднення. Останній компонент новий порівняно з попередніми моделями.

Функція прибутку задається як і в детерміністичних моделях, та враховує розподіл посівів та прибутковість кожної агрокультури

$$\pi(t) = \sum_i w_i(t)\pi_i(t), \tag{13}$$

де

$$\pi_i(t) = [p_i(t) - C_{v,i}(t)(1-\alpha_i^1 R_i(t))]Y_i(P_{ss}(t), R_i(t)) - (1-\alpha_i^2 R_i(t))C_{f,i}(t) - \\ -(1+\alpha_i^3 R_i(t))C_{ch,i}(t) - p_l(t)(1-\alpha_i^4 R_i(t))H_i(t) - \\ - p_f(t)F_i(t) - p_m(t)M_i(t) - \vartheta_i(t)C_c. \tag{14}$$

Врожайність зернових Y_i залежить від рівня розчинного фосфору в ґрунті та рівня залишку. Врожайність у розрахунку на один гектар можна представити

$$Y_i(P_{ss}(t), R_i(t)) = [\alpha_i^1(1-\alpha_i^2 e^{-\alpha_i^3 Pss(t)})]e^{m_i(t)R_i(t)}(1+h_i(t))^t, \tag{15}$$

де P_{ss} – резерв розчинного фосфору в ґрунті, R – рівень залишку посівів.

В моделі враховано щорічне зростання зі спадним приростом обсягу зібраного врожаю, що зумовлено технологічним прогресом h_i. Ціна зернової культури типу *i* задана $p_i(t)$, а ціна добрив як $p_f(t)$. Органічні добрива також є джерелом фосфору, а їх обсяг та ціну позначено як $M_i(t)$ та $p_m(t)$ відповідно. Інші витрати розподіляються на дві групи, ті що пов'язані з обраною практикою обробітку ґрунту й ті, що непов'язані. Серед перших змінні витрати C_v рівень яких залежить від обсягу врожаю та фіксовані витрати на хімічні засоби C_{ch}, працю (в моделі добуток ціни праці p_l на кількість годин H_i) та інші витрати C_f, що не залежать від обсягу врожаю. В моделі зроблено припущення, що річні витрати C_c на використання захисних агрокультур не залежать від врожаю. Змінна вибору щодо цієї практики $\vartheta \in (0,1)$ відображає частку земель, яку рішення моделі пропонує відвести під захисні культури. $w_i(t)$ відображає частку земель засаджену агрокультурою *i* в рік *t*.

Оскільки консерваційний обробіток ґрунту знижує інтенсивність оранки, знижуються також витрати на людський капітал та паливно-мастильні матеріали. Параметри від α^1 до α^4 додатні та відображають вищезгадану економію витрат. Проте варто зазначити, що при консерваційному обробітку ґрунту на відміну від традиційного підходу витрати на хімікати вищі [6], тому знак перед α^3 додатний. Загальновідомими управлінськими практиками для зниження рівня фосфорного забруднення, що надходить від фермерських полів є визначення більш точного рівня внесення добрив, консерваційний обробіток ґрунту та посіви захисних агрокультур. Консерваційним обробітком ґрунту (включаючи систему нульового обробітку ґрунту) є такий обробіток ґрунту за якого переорюються (або просто залишається) не менше 30 % залишків врожаю [6]. Консерваційний обробіток ґрунту знижує ґрунтову ерозію, а відповідно і рівень вимивання малорозчинного фосфору з фермерських полів [7]. Захисні агрокультури ефективні тим, що абсорбують залишковий фосфор, а також, протидіючи ґрунтовій ерозії, запобігають потраплянню малорозчинного фосфору в поверхневі води.

P (рівень фосфору) в ґрунтовій системі моделюється двома рівняннями стану. Стохастичне рівняння стану для малорозчинного фосфору $P_{sa}(t)$ задається наступним чином:

$$P_{sa}(t) = \zeta_1 P_{sa}(t-1) + \tau_A M(t-1) - E^{sa}(t-1),$$
$$-\varphi_A P_{sa}(t-1) + \varphi_S P_{ss}(t-1), \tag{16}$$

де $s \in \{1,...S\}$ – відображає різні сценарії. Рівень малорозчинного фосфору на одиницю площі можна записати як:

$$E^{sa}(t) = P_{sa}(t)\sum_i w_i(t)\gamma_i^{sa}(\omega)[(1-C_A)\vartheta_i(t) + (1-b_A R_i(t)(1-\vartheta_i(t))]. \tag{17}$$

Величина ζ може набувати значень від 0 до 1 та є коефіцієнтом перехідного залишку. Відображає частку накопиченого фосфору, що залишився з попереднього періоду. Параметр τ_A – частка малорозчинного фосфору, що надійшла від органічних добрив. E^{sa} – обсяг викиду малорозчинного фосфору з фермерських полів у водойми. γ_i^{sa} – стохастичний випадковий параметр, що контролює цей викид. У ньому $\omega = \{\omega_1 ... \omega_S\}$ відображає S найбільш імовірних сценаріїв погоди / погодних умов. Консерваційний обробіток землі призупиняє вимивання малорозчинного фосфору оскільки знижує процеси ерозії. У вищенаведеному рівнянні це компонента $(1 - b_A R)$, де b_A коефіцієнт ефективності консерваційного обробітку землі у зниженні рівня малорозчинного фосфору. R – відсоток залишку врожаю, що залишається на полі після останньої культивації (набуває значень від 0 до 1). Для забезпечення «опуклості» задачі змінну R з оригінальної моделі замінено на параметр у даній моделі. Зокрема, надалі земельний наділ, уже відведений під посіви тієї чи іншої агрокультури w_i може бути об’єктом різних управлінських практик, тому R – фіксований параметр. Ефективність застосування захисних агрокультур у зниженні рівня малорозчинного фосфору відображає параметр $(1 - C_A)$. Останні два компоненти рівняння 16 відображають ефект переходу фосфору від малорозчинної форми до розчинної (φ_A) та навпаки (φ_S).

Рівняння динаміки рівня розчинного фосфору в ґрунті $P_{ss}(t)$ наступне:

$$P_{ss}(t) = \zeta_2 P_{ss}(t-1) + \sum_i w_i(t-1) F_i(t-1) + \tau_S M(t-1) - \sum_i \mu_i Y_i(t),$$
$$-E^{ss}(t-1) + \varphi_A P_{sa}(t-1) - \varphi_S P_{ss}(t-1). \qquad (18)$$

Відповідно рівень розчинного фосфору на одиницю площі можна записати як:

$$E^{ss}(t) = P_{ss}(t) \sum_i w_i(t) \gamma_i^{ss}(\omega)[(1 - c_S)\vartheta_i(t) + (1 + b_S R_i(t)(1 - \vartheta_i(t))]. \qquad (19)$$

Застосування добрив F_i веде до накопичення рівня розчинного фосфору в ґрунті. τ_S – частка розчинного фосфору, що залежить від обсягу внесення органічних добрив минулого року. Щорічне поглинання фосфору агрокультурами задано як $\sum_i \mu_i Y_i(t)$. μ_i – коефіцієнт поглинання характерний для певної культури. Подібно до $\gamma_i^{sa}(\omega)$, $\gamma_i^{ss}(\omega)$ відображає рівень викиду розчинного фосфору з фермерських полів у водойми та є стохастичною величиною. Консерваційний обробіток ґрунту цього разу збільшує рівень забруднення розчинним фосфором $(1 + b_S R)$, b_S – коефіцієнт цього ефекту. Застосування захисних агрокультур знижує рівень розчинного фосфору $(1 - c_S)$, c_S – коефіцієнт цього ефекту.

Тепер стохастична оптимізаційна задача може бути сформульована як максимізація очікуваного прибутку за динамічних обмежень (16) та (18) щодо обмежувального рівня фосфорного забруднення η^{sa} та η^{ss} та відповідних обмежень залежно від різних управлінських практик обробітку ґрунту.

$$\max_U E\left[\sum_{t=1}^{\infty}\beta^t \sum_i w_i(t)\pi_i(w_i(t),F_i(t),\omega)\right] \tag{20}$$

за умов: (16) та (18)

$$E^{sa}(t,\omega) < \eta^{sa},$$
$$E^{ss}(t,\omega) < \eta^{ss},$$
$$P(t) \ge 0, P(0) = P_0,$$

де $U = [w(t), \vartheta(t), F(t)]$. Оскільки, за певних умов виконання нормативних вимог щодо забруднення може бути неможливим, або потребуватиме надзвичайно високих витрат, обмежувальні умови оптимізаційної моделі варто послабити, перетворивши їх в обмеження ймовірності випадку (chance constrained problem) з рівнем надійності $p^{sa} = 1-\varepsilon^{sa}$ та $p^{ss} = 1-\varepsilon^{ss}$, де $0 \le \varepsilon^{sa}, \varepsilon^{ss} \le 1$.

$$\max_U \sum_{t=1}^{\infty}\beta^t \sum_i w_i(t) E\left[\pi_i(\vartheta_i(t),F_i(t),\omega)\right] \tag{21}$$

за умов: (16) та (18)

$$P[\eta^{sa} - E^{sa}(t,\omega) > 0] \ge 1-\varepsilon^{sa},$$
$$P[\eta^{ss} - E^{ss}(t,\omega) > 0] \ge 1-\varepsilon^{ss},$$
$$P(t) \ge 0, P(0) = P_0.$$

Розв’язувати оптимізаційні задачі з ймовірнісними обмеженнями проблематично коли невідомий розподіл ймовірностей. Фактично за умов коли наявний лише емпіричний розподіл, ймовірнісні обмеження перестають бути неперервними, та вносять відповідні труднощі у розв’язок задачі. Рівняння (21) можна переформулювати у більш зрозумілу форму. За певних технічних умов [8 – 10] можна показати, що задача (21) асимптотично еквівалентна наступній задачі зі штрафними функціями:

$$\max_U \sum_{t=1}^{\infty}\beta^t (\sum_i w_i(t) E[\pi_i(\vartheta_i(t),F_i(t),\omega)],$$

$$-\alpha(E[Q^{sa}(t,U,\omega) + Q^{ss}(t,U,\omega)])) \tag{22}$$

за умов: (16) та (18)

$$P(t) \ge 0, P(0) = P_0,$$

де $Q^{sa}(t,U,\omega) = \max\{0, E^{sa}(t,\omega) - \eta^{sa}\}$ та $Q^{ss}(t,U,\omega) = \max\{0, E^{ss}(t,\omega) - \eta^{ss}\}$.

Параметр α відображає витрати пов’язані з виходом за порогові значення μ^{sa} та μ^{ss}, що також може бути інтерпретованим як шкода завдана навколишньому середовищу, потенційна ставка оподаткування чи обсяг інвестицій в очисні технології. Змінні $Q^{sa}(t,U,\omega)$ та $Q^{ss}(t,U,\omega)$ є оптимальним розв'язком задачі другого рівня

$$\min q$$

за умов:

$$q+\eta^{x}-E^{x}(t,\omega)>0,$$
$$q\geq 0,$$

де $x\in\{sa,ss\}$. В задачі другого рівня з'являється буферна змінна q для компенсації перевищення допустимого рівня забруднення при реалізації випадкових погодних умов. Оптимальний розв'язок даної задачі буде досягнутий при мінімальному відхиленні рівня забруднення від гранично допустимого рівня. Таким чином, задача з обмеженням ймовірності випадку (21) може бути інтерпретована як двокрокова модель, де управлінські практики, задані у векторі контролю U є потенційними прийнятими стратегічними рішеннями до того як реалізуються певні погодні умови. Управлінські рішення приймаються на основі очікуваних можливих перевищень гранично-допустимого рівня забруднення $E[Q^{sa}]$, та $E[Q^{ss}]$. Якщо ж все таки граничний рівень забруднення буде перевищено будуть прийняті відповідні компенсаційні заходи пропорційні до обсягів перевищення $\alpha(Q^{sa}+Q^{ss})$, де α – витрати на одиницю перевищення. Асимптотичним еквівалентом задач (21) та (22) буде:

$$\lim_{\alpha\to\infty}\varepsilon^{sa}(\alpha)=0,$$
$$\lim_{\alpha\to\infty}\varepsilon^{ss}(\alpha)=0,$$

тобто при безмежно високих компенсаційних витратах α ймовірність забруднення нижче гранично допустимого рівня прямує до 1. Проте сформульована задача (22) все ще містить негладкі функції Q^{sa} та Q^{ss}, які можна уникнути увівши допоміжні додатні функції $\mu^{sa}(t,\omega)$ та $\mu^{ss}(t,\omega)$, що дозволяє сформулювати наступну задачу з лінійними нерівностями в обмеженнях:

$$\max_{U}\sum_{t=1}^{\infty}\beta^{t}(\sum_{i}w_i(t)E[\pi_i(\vartheta_i(t),F_i(t),\omega]-\alpha(E[\mu^{sa}(t,\omega)+\mu^{ss}(t,\omega)]))$$

за умов: (16) та (18)

$$\mu^{sa}(t,\omega)\geq E^{sa}(t,\omega)-\eta^{sa},\mu^{sa}\geq 0,$$
$$\mu^{ss}(t,\omega)\geq E^{ss}(t,\omega)-\eta^{ss},\mu^{ss}\geq 0,$$
$$P(t)\geq 0,P(0)=P_0.$$

Загалом, у нас немає вичерпної інформації про розподіл випадкових змінних, проте якщо взяти за основу емпіричний розподіл, то задачу можна переписати наступним чином:

$$\max_U \sum_{s=1}^{n} p(\omega_s) \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t (\sum_i w_i(t) \pi_i (\vartheta_i(t), F_i(t), \omega_s) - \alpha(\mu^{sa}(t,\omega_s) + \mu^{ss}(t,\omega_s)))$$

за умов: (16) та (18)

$$\mu^{sa}(t,\omega_s) \geq E^{sa}(t,\omega_s) - \eta^{sa}, \mu^{sa} \geq 0,$$

$$\mu^{ss}(t,\omega_s) \geq E^{ss}(t,\omega_s) - \eta^{ss}, \mu^{ss} \geq 0,$$

$$P(t) \geq 0, P(0) = P_0, ,$$

де $p(\omega_s)$ – ймовірність сценарію s. Таким чином задача з обмеженням ймовірності випадку з обмеженнями, які не були неперервними, переформульована у задачу з функцією штрафів з неперервними обмеженнями.

Представлена модель була використана для моделювання шкідливого впливу на екосистему західної частини озера Ері [11], що є найбільш мілководною та відповідно дуже вразлива до процесів евтрофікації. Зокрема, фокус вивчення був на басейні річки Момі, – найбільшому вододілі озера Ері, який на 80 % використовується під агровиробництво [12]. Саме останнє вважається основним джерелом надходження аграрного фосфору. Розглянуто оптимальний розподіл серед таких агрокультур, як пшениця, кукурудза, соя.

На відміну від попередніх досліджень стохастична модель дозволила оцінити майбутню ситуацію, а не історичні тренди [12, 13]. Невизначеність погодних умов змодельовано на базі 5 основних сценаріїв, що в свою чергу були отримані з емпіричних розподілів. Модель рекомендує оптимальний рівень використання фосфорних добрив, розподіл земель між посівами різних агрокультур та підхід щодо обробітку ґрунту за яких максимізується приведена теперішня вартість (net present value) прибутку фермера при обмежувальному рівні фосфорного забруднення. Регуляторні акти вимагали скорочення викидів фосфору на 40 % порівняно з 2008 гідрологічним роком.

Варто зазначити, що в моделі виконується очікуване співвідношення надійності (p), по суті ймовірності перевищити заданий обмежувальний рівень забруднення, та штрафу (α) за одиницю перевищення. Для кожної α ми можемо отримати матрицю $Q^{ss}(t,U^*,\omega)$ з якої у свою чергу індикативну матрицю $A(t,\omega)$, елементи якої можуть набувати значення 1, якщо відбулося перевищення обмежувального рівня забруднення та 0, якщо навпаки. Тоді надійність, залежно від штрафу, можна виразити наступним рівнянням:

$$p(\alpha) = 1 - \sum_{s=1}^{S} p(\omega_s) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} A(t,\omega_s).$$

Дане рівняння може бути використане для оцінки рівня потенційної ставки оподаткування чи розрахунку ціни квот на забруднення.

Стохастична модель виявилась суттєво кращою за детерміністичну, оскільки значення її цільової функції вищі як в абсолютному, так і у відносному вираженні [14, 15]. В рекомендаціях кращих практик зроблено суттєвий акцент (частка більше 50 %) на використання захисних агрокультур. Рекомендований рівень застосування фосфорних добрив виявився на 14 % нижчим, ніж за детерміністичної моделі.

Висновки. Представлена інтегрована динамічна стохастична модель відображає вплив різних бізнес практик агровиробництва на рівень фосфорного забруднення за невизначених погодних умов. Модель носить досить узагальнений характер та може бути модифікована під умови конкретної місцевості. Просте порівняння з детерміністичною моделлю свідчить про те, що включення до моделі стохастичності може суттєво вплинути на отримувані результати /рекомендації.

Аналіз результатів моделі свідчить про можливість досягнення значного зниження рівня забруднення тільки за більш суворих заходів порівняно з заходами, які пропонують детерміністичні моделі. Так, стохастична модель пропонує як мінімум 14 % зниження рівня застосування фосфорних добрив та додатково обов’язкове більш раннє та тривале вирощування захисних культур. Більш того, якщо брати до уваги зміну клімату, суворість заходів повинна бути ще вищою. Не варто забувати і про те, що стохастична модель суттєво перевершує детерміністичну з точки зору соціального блага, яке вона намагається максимізувати [14]. Загалом застосування стохастичних оптимізаційних методів в економіці природокористування може надавати більш надійні управлінські рішення за умов невизначеності та ризику порівняно з детерміністичними моделями в яких домінує підхід сценарного аналізу [15].

М.С. Дунаевский

НАДЕЖНАЯ МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АГРОПРОИЗВОДСТВОМ
ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ПОГОДНЫХ УСЛОВИЯХ

Представлена стохастическая оптимизационная модель, что рекомендует сбалансированное управленческое решение для агропроизводства как относительно уровня прибыльности, так и относительно уровня загрязнения окружающей среды выбросами фосфора. В отличие от широкоизвестных детерминистических моделей учтен фактор неопределенности погодных условий.

M.S. Dunaievskyi

ROBUST MODEL TO CONTROL LEVEL OF PHOSPHORUS POLLUTION BY
AGRICULTURE UNDER UNCERTAIN WEATHER CONDITIONS

Stochastic optimization model is presented which suggest balanced management decision in agriculture regarding profitability level as well as the level of phosphorous pollution of environment. In contrast to the widely known deterministic models a factor of weather uncertainty is taken into account.

Список літератури

1. Доскіч В., Стежар Т. Зберегти воду: українські водойми потерпають від забруднення. [Електр. ресурс]. Режим доступу: https://ecology.unian.ua 2016. Серпень 5.
2. Грунтознавство: Підручник / І.І. Назаренко, С.М. Польчина, В.А. Нікорич. К.: Вища освіта, 2004. 400 с.
3. Diversity in coastal marine sciences: historical perspectives and contemporary research of geology, physics, chemistry, biology, and remote sensing. C.W. Finkl, C. Makowski (Eds.). September 19. 2017. P. 350.

4. Tang S., Sohngen B.L. Cost-benefit analysis of controlling phosphorous emission from agricultural fields: A dynamic approach. 5-th Annual Summer Conference. Breckenridge, CO: Association of Environmental and Resource Economists, 2016.
5. Paerl H.W., Huisman J. Climate change: a catalyst for global epansion of harmful cyanobacterial blooms. *Environmental microbiology reports.* 2009. 1(1). P. 27 – 37.
6. Unger P.W. Conservation tillage systems. *Advances in soil science*. Springer, 1990. P. 27 – 68.
7. Andraski B.J., Mueller D.H., Daniel T.C. Phosphorous losses in runoff as affected by tillage. *Soil Science Society of America journal*. 1985. 49(6). P. 1523 – 1527.
8. Ermoliev Y.M., Ermolieva T.Y., MacDonald G.J., Norkin V.I. Stochastic optimization of insurance portfolios for managing exposure to catastrophic risks. *Annals of operations research*. 2000. 99(1). P. 207 – 225.
9. Ermolieva T., Havlik P., Ermoliev Y., Mosnier A., Obersteiner M., Leclere D., Khabarov N., Valin H., Reuter W. Integrated management of land use systems under systematic risks and security targets: a stocjastic global biosphere management model. *Journal of agricultural economics*. 2016. 67(3). P. 584 – 601.
10. Горбачук В.М. Оптимизационные модели качества воды (по материалам IIASA). К.: Ин-т кибернетики имени В.М. Глушкова АН УССР, 1989. 22 с. (Препринт. Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР; 89-60).
11. Tang S. Robust agricultural management under uncertain weather events. Laxenburg, Austria: International institute for Applied Systems Analysis, 2017.
12. Гайворонский А.А., Горбачук В.М. Эффективные методы расчета рационального водно-солевого режима почв для районов рискованного земледелия. *Совершенствование производственного потенциала и снижение ресурсоемкости сельскохозяйственной продукции.* Вып. 1. Днепропетровск: Днепропетровский сельскохозяйственный ин-т, 1990. С. 118 – 121.
13. Горбачук В.М. Модели управления риском в эколого-экономических системах. *Математическое моделирование в проблемах рационального природопользования*. Ростов-на-Дону – Новороссийск: РГУ, 1990. С. 26 – 27.
14. Atoyev K.L., Bilous M.V., Deineka V.S., Galba E.F., Golodnikov O.M., Gorbachuk V.M., Kiriljuk V.S., Knopov P.S., Pepeljaeva T.V., Rudenko Yu.F., Sergienko I.V., Shestopalov V.M., Zheleznyak M.J. Mathematical modelling of food, energy and water resources management under increased uncertainties and risks. Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments A.G. Zagorodny, Yu.M. Ermoliev (eds.). Kyiv: NAS of Ukraine, 2013. P. 195 – 228.
15. Горбачук В.М., Тарасова Л.Г. Аналіз критичних ситуацій техногенної природи, що призводять до аварій і катастроф у різних галузях господарської діяльності. К.: Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова АН України, 1993. 28 с. (Препринт / Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова АН України; 93-22).

Одержано 16.04.2018

Про автора:

Дунаєвський Максим Сергійович,
аспірант Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України.
E-mail:MaxDunaievskyi@gmail.com