



невелики (примерно 20×20 мм в слитке диаметром 400 мм, 10×10 мм в слитке диаметром 300 мм), что свидетельствовало о небольшом объеме дефектов. Механическая обработка головной части слитков подтвердила результаты УЗК.

При мгновенном полном отключении источника обогрева в слитке диаметром 200 мм на глубине 17 мм от верхнего торца была выявлена усадочная раковина протяженностью 63 мм, которая располагалась под углом к продольной оси слитка со смещением относительно нее на 25 мм (рис. 2). Дальнейшее металлоструктурное исследование с использованием глубокого травления показало, что усадочная раковина смещается на угол 70° относительно места слива жидкого металла в кристаллизатор, представленного кристаллитами вытянутой формы, направленными от оси слитка к периферии. В результате постепенного снижения мощности, подаваемой на кристаллизатор в конце плавки, усадочная раковина локализовалась в осевой зоне слитка (рис. 3). Так, в слитке диаметром 300 мм раковина располагалась на глубине 25 мм от верхнего торца практически по центру слитка, под небольшим углом к его продольной оси. Ее относительные размеры и глубина залегания уменьшились на 30 %.

Сравнение результатов, полученных численными методами в рамках математической модели

и экспериментальным путем (УЗК и металлография), показало адекватность математической модели. С использованием данной модели можно рассчитывать глубину залегания усадочной раковины в цилиндрических слитках и рекомендовать технологические режимы ее выведения на поверхность. Это позволяет исключить операцию механической обработки головной части слитков перед дальнейшим переделом и сэкономить до 60 кг металла на каждом слитке.

1. *Слитки титановых сплавов* / В. И. Добаткин, Н. Ф. Аношкин, А. Л. Андреев и др. — М.: Металлургия, 1966. — 286 с.
2. *Утилизация отходов титанового производства методом электронно-лучевой плавки с промежуточной емкостью (ЭЛПЕ)* / А. Н. Калинюк, А. Л. Тихоновский, Н. П. Тригуб и др. // Пробл. спец. электрометаллургии. — 1991. — № 1. — С. 59–63.
3. *Жук Г. В., Ахонина Л. В., Тригуб Н. П.* Математическое моделирование процессов кристаллизации титанового сплава Ti-6Al-4V при ЭЛПЕ // Там же. — 1998. — № 2. — С. 21–25.
4. *Испарение алюминия из сплавов на основе титана в процессе электронно-лучевой плавки с промежуточной емкостью* / И. Ю. Варич, С. В. Ахонин, Н. П. Тригуб, А. Н. Калинюк // Там же. — 1997. — № 4. — С. 15–21.
5. *Рафинирование титана в электронно-лучевых печах с промежуточной емкостью* / Н. П. Тригуб, А. Я. Дереча, А. Н. Калинюк и др. // Там же. — 1998. — № 2. — С. 16–20.

Ин-т электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины, Киев

Поступила 13.04.2001

УДК 669.187.526.001.57

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ПРИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ СЛИТКОВ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОГО ПЕРЕПЛАВА

А. Б. Лесной, В. Ф. Демченко, М. Л. Жадкевич

Рассмотрена сопряженная модель теплообмена и гидродинамики при затвердевании слитка электронно-лучевого передела (ЭЛП). Модель базируется на уравнении конвективно-кондуктивного переноса энергии и полной системе уравнений Навье – Стокса с учетом термогравитационной, термокапиллярной и вынужденной конвекций, обусловленных сливом металла из промежуточной емкости. Методами компьютерного моделирования проанализирована тепловая и гидродинамическая обстановка в кристаллизующемся слитке ЭЛП цилиндрической формы.

Conjugate model of heat exchange and hydrodynamics in solidification of the electron beam remelted (EBR) ingot is considered. The model is based on the equation of a convective-conductive transfer of energy and a full system of Navier – Stokes equations with allowance for a thermogravitational, thermocapillary and forced convection which is caused by a metal pouring from the intermediate crucible. Heat and hydrodynamic situation in a solidifying EBR cylindrical ingot was analyzed using the methods of a computer modelling.

**Ключевые слова:** электронно-лучевой передел; численное моделирование; тепловые, гидродинамические процессы; термогравитационная, термокапиллярная, вынужденная конвекции; кристаллизация слитка

При затвердевании жидкого расплава существенное влияние на формирование кристаллической структуры литого металла, образование в нем дефектов ликвационного и усадочного происхождения оказывает динамика движения расплава. Форма ме-

© А. Б. ЛЕСНОЙ, В. Ф. ДЕМЧЕНКО, М. Л. ЖАДКЕВИЧ, 2001



таллической ванны, протяженность зоны двухфазного состояния, рост кристаллов и термический цикл в подсолидусной зоне также в существенной мере подвержены влиянию потоков в металлическом расплаве. Целенаправленное формирование конвективных потоков жидкого металла позволяет в достаточно широких пределах управлять кристаллической структурой затвердевающего металла, уровнем зональной и внутрикристаллической ликвации, а также другими показателями, определяющими качество готового продукта. При электронно-лучевом переплаве движение металлического расплава обуславливается воздействием нескольких факторов: термогравитационной конвекцией, возникающей вследствие изменения плотности жидкой фазы в зависимости от температуры; концентрационной конвекцией, вызванной неравномерностью химического состава ванны; термокапиллярной конвекцией, действие которой связано с изменением силы поверхностного натяжения на свободной поверхности расплава в зависимости от температуры. К перечисленным силовым факторам следует также добавить воздействие струи жидкого металла на перемешивание металлической ванны при сливе расплава из промежуточной емкости. Разработка математической модели затвердевания слитка ЭЛП, адекватно описывающей условия его формирования, должна базироваться на сопряженной модели гидродинамики и теплообмена с учетом перечисленных выше силовых факторов. В работе [1] на базе полной системы уравнений Навье – Стокса и уравнения конвективно-кондуктивного переноса энергии методами компьютерного моделирования проанализирована тепловая и гидродинамическая обстановка в кристаллизующемся слитке ЭЛП цилиндрической формы с учетом термогравитационной и термокапиллярной конвекций расплава. В настоящей работе вместе с этими факторами учитывается влияние на формирование слитка ЭЛП вынужденной конвекции, обусловленной гидродинамическим воздействием на металлическую ванну струи жидкого металла, сливаемого из промежуточной емкости. В реальных условиях плавки струя вводится в металлическую ванну вблизи стенки кристаллизатора, в результате чего гидродинамика расплава приобретает выраженный трехмерный характер. При разработке данной модели рассматривается вариант ввода струи по центру ванны. Благодаря этому трехмерная задача движения расплава сводится к решению двумерной в цилиндрических координатах.

Распространение тепла при кристаллизации слитка ЭЛП цилиндрической формы с учетом совместного конвективно-кондуктивного механизма переноса энергии описывается уравнением

$$\frac{\partial W}{\partial t} + V_r \frac{\partial W}{\partial r} + V_z \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (1)$$

где  $W(T) = \int_{T_0}^T c \rho p dT + k \rho \eta(T)$  — энтальпия;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\rho$  — плотность жидкости;  $k$  — скрытая теплота кристаллизации;  $T$  — температура;  $\eta(T)$  — объемная доля жидкой фазы в интервале температур кристаллизации  $[T_S, T_L]$ ;  $\lambda = \lambda(T)$  — коэффициент теплопроводности;  $V_r, V_z$  — радиальная и аксиальная компоненты вектора скорости движения металла. Уравнение (1) интегрируется в цилиндре  $\Omega = \{0 < r < R, 0 < z < H(t)\}$ , где  $R$  — радиус слитка;  $t$  — текущее время. Свободная поверхность металлической ванны предполагается плоской. Изменение высоты слитка  $H$  во времени учитывается несколькими способами: дискретно — при сливе металла порциями из промежуточной емкости; непрерывно — при переплаве расходуемого материала непосредственно в кристаллизатор, а также комбинацией дискретного и непрерывного ввода металла.

Сформулируем граничные условия. В силу осевой симметрии температурного поля на оси слитка тепловой поток в радиальном направлении отсутствует:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{r=0} = 0. \quad (2)$$

В соответствии с экспериментальными данными [2] условия теплообмена боковой и донной поверхностей слитка с кристаллизатором могут быть записаны в виде

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\pi} = \lambda_{\text{эф}} (T \Big|_{\pi} - T_{\text{в}}), \quad (3)$$

где  $T_{\pi}$  — температура поверхности слитка;  $T_{\text{в}}$  — температура воды в кристаллизаторе;  $\alpha_{\text{эф}} = 0,2875f + 71,01$  — эффективный коэффициент теплопередачи, учитывающий совместный радиационно-кондуктивный теплообмен при формирующемся зазоре между поверхностью слитка и стенкой кристаллизатора;  $f = \sigma (\overline{T_{\pi}} + \overline{T_{\text{в}}}) (\overline{T_{\pi}}^2 + \overline{T_{\text{в}}})$ . Здесь  $\sigma$  — постоянная Стефана–Больцмана;  $T_{\pi}, T_{\text{в}}$  — абсолютные температуры поверхности слитка и охлаждающей воды. На свободной поверхности удельный тепловой поток, отводимый в глубь металлической ванны, определяется соотношением

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H(t)} = q_1 + q_2 + q_3, \quad (4)$$

где  $q_1$  — удельный поток радиационного теплообмена зеркала металлической ванны с окружающей средой;  $q_2 = q_r(r)$  — плотность теплового потока электронно-лучевого нагрева поверхности ванны;  $q_3$  — удельный тепловой поток, учитывающий поступление перегретых капель переплавленного металла с поверхностной плотностью  $m(r)$ :

$$q_3 = m(r) \rho c [T_{\text{к}} - T \Big|_{z=H(t)}], \quad (5)$$

где  $T_{\text{к}}$  — температура капель.



Исходная система нестационарных уравнений Навье–Стокса движения вязкой несжимаемой жидкости в приближении Обербека–Буссинеска для цилиндрической системы координат записывается в виде:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - \frac{V_r}{r^2} \right\}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right\} + F_z; \quad (7)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) = 0, \quad (8)$$

где  $P$  — гидродинамическое давление;  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости;  $F_z = g\beta(T - T_x)$  — термогравитационная сила;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\beta$  — коэффициент термического объемного расширения;  $T_x$  — характерная температура расплава. Система уравнений (6) – (8) интегрируется в двумерной области, ограниченной свободной поверхностью металлической ванны и динамически изменяющимся фронтом кристаллизации  $\Gamma$ , который будем отождествлять с изотермой ликвидус. Выпишем граничные условия для уравнений (6) – (8). Вдоль границы  $\Gamma$  нормальная и касательная компоненты вектора скорости обращаются в ноль

$$V_r|_{\Gamma} = V_z|_{\Gamma} = 0, \quad (9)$$

на оси ванны выполняются условия осевой симметрии поля скоростей

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial V_z}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (10)$$

На свободной поверхности, вне зоны струи заливаемого металла, граничные условия для радиальной составляющей вектора скорости формулируются, исходя из баланса сил поверхностного натяжения и тангенциальных напряжений, возникающих в поверхностном слое жидкого металла за счет эффекта Марангони:

$$\nu \frac{\partial V_r}{\partial z} \Big|_{z=H(t)} = -\frac{1}{\rho} \beta_{\sigma} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{z=H(t)}, \quad (11)$$

где  $\beta_{\sigma}$  — коэффициент поверхностного термического расширения расплава. Граничные условия на свободной поверхности для осевой составляющей вектора скорости выписываются, исходя из модели затопленной струи. В рамках этой модели учитывается периодическое поступление расплава из промежуточной емкости через пятно радиуса струи  $r_{стр}$  в центре свободной поверхности металлической

ванны. В момент заливки в пятне задается осевая составляющая вектора скорости, равная скорости входа струи  $v_{стр}$ ; вне этой зоны ( $r_{стр} < r < R$ ) свободная поверхность поднимается со скоростью, значение которой определяется из условия интегрального баланса массы. В начальный момент времени  $t = 0$  предполагается, что существует изотермический затравочный объем расплава высотой  $H(0)$ , в котором жидкий металл покоится ( $V_r = V_z = 0$ ).

Для численной реализации сформулированной сопряженной модели гидродинамики и теплообмена используется совместный лагранжево-эйлеровый метод [3], основная идея которого состоит в аппроксимации на локальных лагранжевых сетках конвективных членов в уравнениях энергии (1) и движения (6), (7) вместе с субстанциональными производными. За счет минимизации эффеков четной диссипации [4] такой подход позволяет достигать приемлемой точности численного решения [5] на достаточно грубых пространственных и временных сетках. Задача решается в естественных переменных с использованием схем расщепления уравнений движения и энергии по физическим подпроцессам и пространственным переменным. Программное обеспечение, разработанное на алгоритмическом языке Fortran 90, позволяет проводить расчеты полного временного цикла формирования слитка ЭЛП с использованием персональных компьютеров на сетках размером более чем 20 000 узлов в жидкой фазе.

Расчеты гидродинамики и теплообмена затвердевающего слитка ЭЛП проводили для титанового сплава АТ-3. Вычислительные эксперименты велись для следующих числовых параметров, входящих в математическое описание: теплофизические характеристики расплава:  $T_S = 1853$  К,  $T_L = 1793$  К,  $\beta = 0,00017$  К<sup>-1</sup>,  $\beta_{\sigma} = 0,00026$  кг/(с<sup>2</sup>·К),  $\nu = 0,000109$  м<sup>2</sup>/с,  $\lambda = 22,5$  Вт/(м·К),  $k = 392000$  Дж/кг,  $c = 794$  Дж/(кг·К),  $\rho = 4770$  кг/м<sup>3</sup>; технологические параметры:  $R = 0,125$  м, массовая производительность переплава  $G = 0,020$  кг/с, электронно-лучевой обогрев общей мощностью  $Q = 27000$  Вт был сосредоточен на свободной поверхности при двух значениях радиуса  $R_1 = 0,04$  м и  $R_2 = 0,11$  м (стандартное отклонение гауссовского распределения мощности пучка составляло 0,002 м), продолжительность накопления жидкого металла в промежуточной емкости  $t_{п} = 120$  с, продолжительность разлива  $t_c = 60$  с, температура сливаемого расплава варьировалась.

Значение нормальной компоненты вектора скорости в пятне входа струи вычисляли, исходя из производительности переплава и диаметра струи, таким образом, чтобы ее сечение в радиальном направлении составляло целое количество узлов.

При проведении вычислительных экспериментов исследовали как раздельное, так и совместное воздействие каждого из гидродинамических факторов (термогравитационной, термокапиллярной сил;

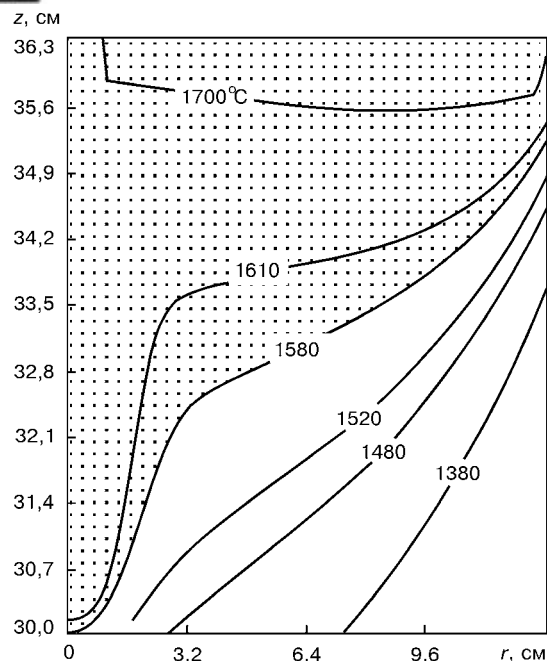


Рис. 1. Поле температур и течение расплава в момент окончания заливки ( $t = 3599,7$  с,  $V_{\max} = 0,118$  м/с)

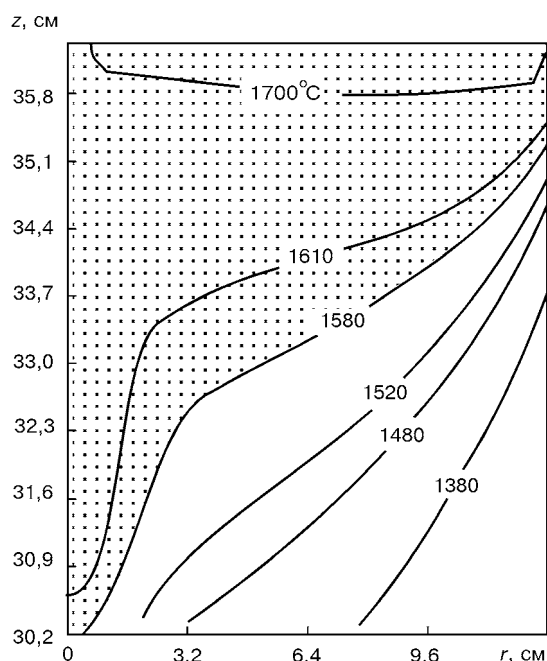


Рис. 2. Перестройка течения расплава ( $t = 3601$  с,  $V_{\max} = 0,019$  м/с)

струйной заливки металла из промежуточной емкости) на гидродинамическую обстановку в металлической ванне и тепловое состояние формирующегося слитка.

При учете лишь термогравитационной конвекции в условиях равномерного подогрева зеркала металлической ванны возникает глобальный вихрь, центр которого смещен в сторону кристаллизатора. Вдоль фронта кристаллизации образуется нисходящий поток расплава, восходящие потоки захватывают большую часть центральных объемов жидкой ванны. Вблизи свободной поверхности формируется горизонтально направленный поток расплава, скорость которого возрастает от центра к периферии. При неравномерном нагреве расплава наряду с глобальным вихревым течением образуются локальные вихри в приповерхностных объемах ванны (в зонах действия сосредоточенного нагрева). При этом вихрь у стенки кристаллизатора интенсифицирует поток перегретого металла в этой области, что способствует формированию цилиндрической части металлической ванны.

Термокапиллярная конвекция приводит к появлению аналогичных вихревых течений, локализованных в верхних горизонтах металлической ванны, с более высокими скоростями потока, чем у течения в этой области, вызванного только термогравитационной конвекцией.

При совместном действии термогравитационной и термокапиллярной конвекций картина течения существенно не изменяется по отношению к движению расплава, вызванному лишь термогравитационной конвекцией. При этом потоки расплава, особенно вблизи свободной поверхности, становятся более интенсивными, поскольку движение, вызванное одним фактором, усиливается другим.

Так, если учитывать только термогравитационную конвекцию, максимальная скорость

расплава на свободной поверхности  $V_{\max}$  составит  $0,004$  м/с, в то время как при совместном действии —  $0,008$  м/с. Это указывает на возможность значительного влияния термокапиллярной силы Марангони на массообменные процессы, в особенности связанные с испарением примесных и легирующих элементов со свободной поверхности ванны.

В процессе наплавления слитка до высоты, соизмеримой с диаметром кристаллизатора, тепловое состояние и форма металлической ванны имеют выраженный нестационарный характер, в результате чего гидродинамическая обстановка в расплаве непрерывно изменяется во времени. Поскольку инерционность теплового процесса намного выше, чем процесса переноса импульса, изменение во времени распределенных гидродинамических характеристик (скорости потока и давления) можно рассматривать как последовательную смену стационарных состояний, отвечающих мгновенной тепловой обстановке и форме металлической ванны на данном этапе формирования слитка. Если электродный металл непрерывно поступает в ванну с постоянной массовой скоростью и режим обогрева поддерживается непрерывным во времени, то при  $H(t) > 2R$  наступает квазистационарное тепловое состояние в кристаллизующемся слитке, а форма ванны и гидродинамическая обстановка в ней стабилизируются. При периодическом сливе металла из промежуточной емкости в кристаллизатор тепловые процессы протекают в нестационарном режиме в течение всего времени плавки.

При заливке металла из промежуточной емкости после переходного процесса, вызванного внедрением струи в расплав, движение металла в жидкой ванне стабилизируется и принимает следующий вид (рис. 1): вдоль значительной части фронта кристаллизации сохраняется стесненный

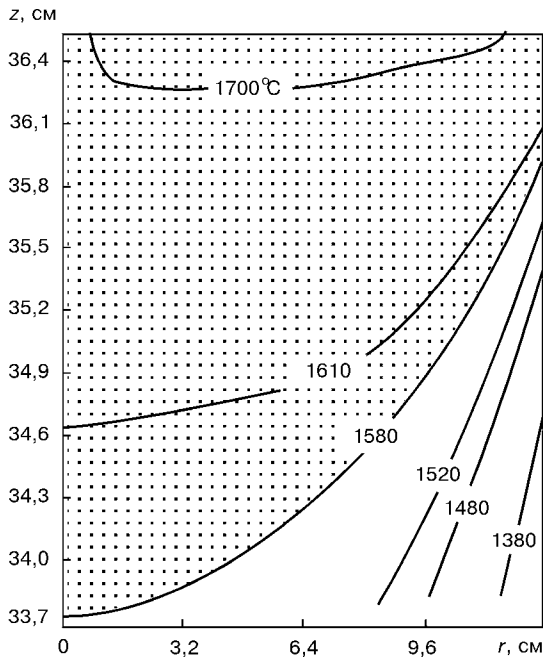


Рис. 3. Окончание паузы между заливками ( $t = 3719,6$  с,  $V_{\max} = 0,006$  м/с)

нисходящий поток расплава, центральные объемы жидкой ванны циркулируют в вихре, который стимулируется струей. После окончания заливки вихрь, сформированный струей металла, некоторое время сохраняется за счет инерционного движения расплава. Со временем совместное действие термокапиллярной и термогравитационной конвекций подавляет это движение и течение принимает регулярный характер.

Необходимо отметить, что такое движение расплава характерно для небольшого перегрева  $\Delta T$  сливаемого металла над температурой ликвидус. При  $\Delta T = 100...150$  К после окончания разливки в зоне действия струи наблюдается кратковременный восходящий поток расплава (рис. 2), обусловленный действием термогравитационной силы на перегретый металл в осевой части ванны. Интенсивность возвратного течения возрастает с увеличением  $\Delta T$ . Со временем это движение также подавляется и течение принимает регулярный характер (рис. 3).

Струйная заливка расплава приводит к значительному оплавлению затвердевшего металла в области взаимодействия струи с фронтом кри-

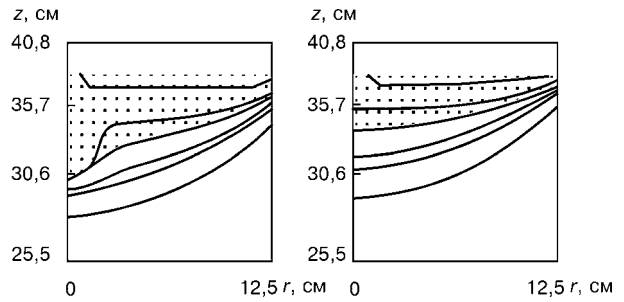


Рис. 4. Температурное поле затвердевающего слитка ЭЛП: а — окончание заливки ( $t = 3599,7$  с); б — окончание паузы между заливками ( $t = 3719,6$  с)

сталлизации (рис. 4). Глубина оплавления зависит от температуры сливаемого металла, однако расчеты показывают, что даже при  $\Delta T = 2$  К наблюдается заметное подплавление фронта. Этот результат свидетельствует о том, что струя эжектирует перегретый металл из поверхностных объемов расплава.

Для проверки адекватности модели результаты вычислительного эксперимента сравнивали с данными, приведенными в работах [1, 6] Анализ показал качественное совпадение картины течения, формы и глубины жидкой ванны для характерных параметров перепада (производительности плавки и распределения тепловой мощности подогревающего потока).

1. *Термогидродинамическое* состояние расплава при электронно-лучевом переплаве слитка титана / Ж. П. Белло, А. Жарди, С. Анс, Д. Аблизер // Пробл. спец. электрометаллургии. — 1997. — № 3. — С. 3 — 17.
2. *Электронно-лучевой* переплав листовой заготовки / В. Ф. Демченко, Н. И. Тарасевич, Р. С. Мисюра и др. // Пробл. спец. электрометаллургии — 1982. — Вып. 16. — С. 47 — 51.
3. *Демченко В. Ф.* Разностные схемы для уравнения конвективной диффузии // Proceedings International Colloquium. — София: ВМЕИ. — 1983. — С. 24 — 49.
4. *Шокин Ю. И., Яценко Н. Н.* Метод дифференциального приближения применительно к газовой динамике. — Новосибирск: Наука, 1985. — 357 с.
5. *Демченко В. Ф., Лисний О. Б.* Порівняльний аналіз дисипативних властивостей різницевої схем для багатовимірних задач конвективної дифузії // Математичне моделювання. (Дніпродзержинськ). — 2000. — № 6. — С. 20 — 24.
6. *Электронно-лучевая* плавка / Б. Е. Патон, Н. П. Тригуб, Д. А. Козлитин и др. — Киев: Наук. думка, 1997. — 256 с.

Ин-т электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины  
Поступила 05.03.2001