УДК 517.574

Я. В. Васылькив

Один критерий вполне регулярного роста δ-субгармонических функций

Вещественнозначная функция $w(z)$ со значениями в $\overline{\mathbb{R}}$ называется δ-субгармонической в $\mathbb{C}$, если существуют субгармонические в $\mathbb{C}$ функции $u(z)$ и $v(z)$ такие, что 1) w — определена на множестве E, где u и v не равны одновременно $-\infty$; 2) $w = u - v$ в смысле $\overline{\mathbb{R}}$ на E.

Пусть (см. [1, 2]) $\mu_w = \mu$ — мера, ассоциированная по Риссу с функцией w, а (u, v) — каноническое представление функции w, т. е. $w = u - v$ на E, u, v — субгармонические в $\mathbb{C}$, и $\mu_u = \mu^+$, $\mu_v = \mu^-$, где $\mu = \mu^+ - \mu^-$ — разложение Жордана меры μ.

Если $s = \max\{u, v\}$, где (u, v) — каноническое представление функции w, и $u(0) = v(0) = 0$, то функция $T(r, w) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} s(re^{i\theta})\,d\theta$ называется характеристикой Неванлинны δ-субгармонической функции w.

Положительную непрерывную на $(0, +\infty)$ функцию $\lambda(r)$, $\lambda(r) \uparrow +\infty$ при $r \to +\infty$, назовем функцией роста.

δ-Субгармоническая в $\mathbb{C}$ функция w называется δ-субгармонической функцией конечного λ-типа, если существуют постоянные A, $B > 0$ такие, что неравенство $T(r, w) \leqslant A\lambda(Br)$ имеет место для всех $r > 0$. Класс таких функций w, $w(0) = 0$, обозначим через Λ_δ.

Классы Λ_δ введены в [2]. Они обобщают аналогичные классы мероморфных функций конечного λ-типа, введенные и исследованные методом рядов Фурье в [3].

Предположим, что существует постоянная $M > 0$ такая, что при всех $r > 0$ выполняется

$$\lambda(2r) \leqslant M\lambda(r). \tag{1}$$

Определение 1. *Функция $w \in \Lambda_\delta$ называется δ-субгармонической функцией вполне регулярного роста, если для произвольных η, $\varphi \in [0, 2\pi]$ существует предел* $\lim\limits_{r\to+\infty} \frac{1}{\lambda(r)} \int\limits_\eta^\varphi w(re^{i\theta})\,d\theta$.

Класс таких функций обозначим через Λ_δ^0, а Λ_s^0 — подкласс субгармонических функций из Λ_δ^0. Всюду в дальнейшем будем полагать, что функция $w(z) \in \Lambda_\delta$ гармоническая в некоторой окрестности нуля и $w(0) = 0$.

Установлено, (см. [4]), что в случае $w = \ln|f|$, где f — целая, при $\lambda(r) = r^{\rho(r)}$, $\rho(r)$ — уточненный порядок [5, с. 46], определение 1 приводит к функциям вполне регулярного роста в смысле Левина — Пфлюгера [5]. Этот результат, а также результат о регулярности роста коэффициентов Фурье [4], послужили отправными моментами для обобщения теории Левина — Пфлюгера целых функций на мероморфные функции вполне регулярного роста, данного в [6—8], где на основании метода рядов Фурье впервые введены и изучены классы $\Lambda^0 \subset \Lambda_\delta^0$ функций $w = \ln|f|$, f — мероморфная в $\mathbb{C}$ функция.

Классы Λ^0 в случае $\lambda(r) = r^{\rho(r)}$, $\rho(r)$ — уточненный порядок, изучались в [9], где для изучения характеристики роста по лучу логарифма модуля произвольной мероморфной функции предложена функция $I_f(r, \theta) = \int\limits_0^r \ln|f(te^{i\theta})| t^{-1}dt$.

Распространяя эту идею на случай произвольной δ-субгармонической функции $w \in \Lambda_\delta$, рассмотрим функции

$$I_w(r, \theta) = \int\limits_0^r t^{-1}dt \int\limits_0^t w(\tau e^{i\theta}) \tau^{-1}d\tau, \quad \lambda_1(r) = \int\limits_0^r t^{-1}dt \int\limits_0^t \lambda(\tau) \tau^{-1}d\tau,$$

$$\underline{H}(\theta, w) = \varliminf_{r\to+\infty} I_w(r, \theta)/\lambda_1(r), \quad \overline{H}(\theta, w) = \varlimsup_{r\to+\infty} I_w(r, \theta)/\lambda_1(r). \tag{2}$$

Теорема 1. *Пусть* $w \in \Lambda_\delta$, $0 < \varkappa^2 = \varliminf_{r\to+\infty} \lambda(r)/\lambda_1(r)$. *Равенство*

$$\underline{H}(\theta, w) = \overline{H}(\theta, w) \quad \forall \theta \in \mathbb{R} \tag{3}$$

выполняется для функций $w \in \Lambda_\delta^0$ *и только для них.*

Через

$$c_k(r, w) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} w(re^{i\theta}) e^{-ik\theta}d\theta, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

обозначим коэффициенты Фурье функции w.

В [2] установлено, что для произвольной $w \in \Lambda_\delta$ и для всех $k \in \mathbb{Z}$, $r > 0$ выполняется

$$|c_k(r, w)| \leqslant A\lambda(Br)(|k| + 1)^{-1}, \tag{4}$$

где A, B — некоторые постоянные. Это равенство, а также результаты работ [2, 10] дают возможность без особых затруднений перенести основные результаты работ [6—8] на классы Λ_s^0 и Λ_δ^0. Приведем здесь без доказательства лишь теорему о регулярности роста коэффициентов Фурье, которая понадобится нам в дальнейшем.

Теорема 2. *Пусть* $w \in \Lambda_\delta$. *Следующие утверждения эквивалентны:*

a) $w \in \Lambda_\delta^0$;

b) *для каждого* $k \in \mathbb{Z}$ *существует предел*

$$\lim_{r\to+\infty} c_k(r, w)/\lambda(r) = c_k. \tag{5}$$

Введем обозначения:

$$N_k(r) = \int\limits_0^r n_k(t) t^{-1}dt, \quad n_k(r) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} e^{-ik\theta}ds(r, \theta), \quad k \in \mathbb{Z},$$

где $s(r, \varphi) - s(r, \eta) = 2\pi\mu_w(\{z : |z| \leqslant r, \ \eta < \arg z \leqslant \varphi\})$.

И наконец, поскольку $\Lambda^0 \subset \Lambda_\delta^0$, то теорема 1 дает новый критерий вполне регулярного роста для мероморфных функций.

1. Некоторые вспомогательные результаты.

Лемма 1. *Функции* $\underline{H}(\theta, w)$ *и* $\overline{H}(\theta, w)$ *ограничены на* $\mathbb{R}$.

Доказательство. Следуя [8], нетрудно установить неравенство

$$|I_w(r, \theta)/\lambda_1(r)| \leqslant D < +\infty \quad \forall r > 0 \quad \forall \theta \in \mathbb{R}, \tag{6}$$

из которого легко следует утверждение леммы.

Лемма 2. *Пусть* E — *измеримое множество из* $\mathbb{R}_+$, *верхняя линейная плотность которого равна* $\overline{d}(E)$ (*см.* [5, *с.* 127]), *а функция роста* $\lambda(r)$ *удовлетворяет условию* (1). *Тогда*

$$\varlimsup_{r\to+\infty} \int\limits_{E\cap[0,r]} \lambda(t) t^{-1}dt/\int\limits_0^r \lambda(t) t^{-1}dt \leqslant 2M\overline{d}(E)/\ln 2.$$

Доказательство. Функция $\psi(r)=\int\limits_{E\cap[0,r]}\lambda(t)\,t^{-1}dt$ неубывающая. Следовательно, $\int\limits_r^{2r}\psi(t)\,t^{-1}dt\geqslant\psi(r)\int\limits_r^{2r}t^{-1}dt=\psi(r)\ln 2$. Пусть $\varepsilon>0$. Существует $r_0\in\mathbb{R}_+$ такое, что $\operatorname{mes}(E\cap[0,r])/r\leqslant(\overline{d}(E)+\varepsilon)\ \forall r\geqslant r_0$. Стало быть,

$$\psi(r)\leqslant\frac{1}{\ln 2}\int\limits_r^{2r}\psi(t)\,t^{-1}dt=\frac{1}{\ln 2}\int\limits_0^r\{\psi(2t)-\psi(t)\}\,t^{-1}dt\leqslant$$

$$\leqslant\frac{M}{\ln 2}\int\limits_0^r\lambda(t)\,t^{-2}\operatorname{mes}(E\cap[0,2t])\,dt\leqslant O(1)+$$

$$+\frac{2M}{\ln 2}(\overline{d}(E)+\varepsilon)\int\limits_0^r\lambda(t)\,t^{-1}dt.$$

Отсюда и вытекает требуемое утверждение.

Через E_0 обозначим множество нулевой линейной плотности (см. [5, с. 127]).

Лемма 3. *Пусть $F(r)=F_1(r)-F_2(r)$, где $F_i(r)$ — положительные, неубывающие, непрерывные справа функции, удовлетворяющие неравенствам $F_i(r)\leqslant A\lambda(r)$, $r>0$; $A=\mathrm{const}$; $i=1,2$. Кроме того, пусть $\varkappa>0$. Тогда из существования одного из пределов $\lim\limits_{E_0\not\ni r\to+\infty}F(r)/\lambda(r)$; $\lim\limits_{E_0\not\ni r\to+\infty}\int\limits_0^r F(t)\,t^{-1}dt/\int\limits_0^r\lambda(t)\,t^{-1}dt$ следует существование другого, а также существование предела $\lim\limits_{r\to+\infty}\int\limits_0^r F(t)\,t^{-1}dt/\int\limits_0^r\lambda(t)\,t^{-1}dt$ и равенство*

$$\lim_{r\to+\infty}\int\limits_0^r F(t)\,t^{-1}dt/\int\limits_0^r\lambda(t)\,t^{-1}dt=\lim_{E_0\not\ni r\to+\infty}F(r)/\lambda(r).$$

Замечание. Частный случай $\lambda(r)=r^{\rho(r)}$, $\rho(r)$ — уточненный порядок, рассмотрен в [9].

Доказательство леммы 3. Пусть

$$\lim_{E_0\not\ni r\to+\infty}F(r)/\lambda(r)=\Delta.\tag{7}$$

Положим $E=E_0\cap[0,r]$, $E_1=[0,r]\setminus E$. Очевидно,

$$\int\limits_0^r[F(t)-\Delta\lambda(t)]\,t^{-1}dt=\int\limits_E[F(t)-\Delta\lambda(t)]\,t^{-1}dt+\int\limits_{E_1}[F(t)-\Delta\lambda(t)]\,t^{-1}dt.$$

Из (7) при $r\to+\infty$ находим $\int\limits_{E_1}[F(t)-\Delta\lambda(t)]\,t^{-1}dt=o\left(\int\limits_0^r\lambda(t)\,t^{-1}dt\right)$. Но на множестве E справедлива оценка $\left|\int\limits_E[F(t)-\Delta\lambda(t)]\,t^{-1}dt\right|\leqslant(2A+\Delta)\times\times\int\limits_E\lambda(t)\,t^{-1}dt$. Отсюда на основании леммы 2 получим $\int\limits_E[F(t)-\Delta\lambda(t)]\times\times t^{-1}dt=o\left(\int\limits_0^r\lambda(t)\,t^{-1}dt\right)$, $r\to+\infty$. Далее, пусть

$$\lim_{E_0\not\ni r\to+\infty}\int\limits_0^r F(t)\,t^{-1}dt/\int\limits_0^r\lambda(t)\,t^{-1}dt=\Delta.\tag{8}$$

Кроме того предположим, что $\Delta = 0$. Имеет место неравенство

$$\left|\int_0^r F(t)\,t^{-1}dt/\int_0^r \lambda(t)\,t^{-1}dt\right| \leqslant \left|\int_{E_1} F(t)\,t^{-1}dt/\int_{E_1} \lambda(t)\,t^{-1}dt\right| + $$
$$+ 2A\int_E \lambda(t)\,t^{-1}dt/\int_0^r \lambda(t)\,t^{-1}dt. \qquad (9)$$

Тогда, учитывая (8), (9) и лемму 2, находим $\lim\limits_{r\to+\infty}\int_0^r F(t)\,t^{-1}dt/\int_0^r \lambda(t)t^{-1}dt = 0$.

И наконец, пусть $\int_0^r F(t)\,t^{-1}dt = \varepsilon(r)\int_0^r \lambda(t)\,t^{-1}dt$, где $\varepsilon(r)\to 0$ при $r\to +\infty$. Для произвольного фиксированного $\eta > 0$ обозначим:

$$\bigcup_{k=1}^{+\infty}(x_k', x_k'') = \{t : F(t) > \eta\lambda(t) \wedge \exists\, \xi_k \in (x_k', x_k'') : F(\xi_k) > 2\eta\lambda(\xi_k)\},$$

$$E_1(\eta) = \{t : F(t) > 2\eta\lambda(t)\}, \quad \bigcup_{l=1}^{+\infty}(y_l', y_l'') = \{t : F(t) < -\eta\lambda(t) \wedge \exists\, \psi_l \in (y_l', y_l''):$$
$$: F(\psi_l) < -2\eta\lambda(\psi_l)\}, \quad E_2(\eta) = \{t : F(t) < -2\eta\lambda(t)\}. \qquad (10)$$

Наша цель — установить при $r\to+\infty$ асимптотическое равенство

$$\mathrm{mes}\,\{E(\eta) \cap [0, r]\} = o(r), \qquad (11)$$

где $E(\eta) = E_1(\eta) \cup E_2(\eta)$. Прежде всего покажем, что $\lim\limits_{k\to+\infty} x_k''/x_k' = \lim\limits_{l\to+\infty} y_l''/y_l' = 1$. В самом деле,

$$\eta\int_{x_k'}^{x_k''} \lambda(t)\,t^{-1}dt \leqslant \int_{x_k'}^{x_k''} F(t)\,t^{-1}dt = \varepsilon(x_k'')\int_0^{x_k''} \lambda(t)\,t^{-1}dt - \varepsilon(x_k')\int_0^{x_k'} \lambda(t)\,t^{-1}dt.$$

Стало быть, $\int_0^{x_k''} \lambda(t)\,t^{-1}dt/\int_0^{x_k'} \lambda(t)\,t^{-1}dt \leqslant (1 + o(1))$, $k\to+\infty$. Отсюда

$$o(1)\int_0^{x_k'} \lambda(t)\,t^{-1}dt \geqslant \int_{x_k'}^{x_k''} \lambda(t)\,t^{-1}dt \geqslant \lambda(x_k)\ln\frac{x_k''}{x_k'}, \quad k\to+\infty.$$

Следовательно,

$$0 \leqslant \ln\frac{x_k''}{x_k'} \leqslant o(1)\,\frac{1}{\lambda(x_k')}\int_0^{x_k'} \lambda(t)\,t^{-1}dt \leqslant o(1)\,\lambda_1(x_k')/\lambda(x_k'), \quad k\to+\infty,$$

и ввиду того, что $\varkappa > 0$, получаем $\lim\limits_{k\to+\infty} x_k''/x_k' = 1$. Аналогично устанавливается, что при $l\to+\infty$ $y_l''/y_l' \to 1$.

Пусть с интервалом $[r, 2r)$ пересекаются интервалы $(x_{k(r)}', x_{k(r)}'')$ ... ... $(x_{k(r)+\nu(r)}', x_{k(r)+\nu(r)}'')$ и $(y_{l(r)}', y_{l(r)}'')$ ... $(y_{l(r)+\mu(r)}', y_{l(r)+\mu(r)}'')$. Установим существование постоянной K_0 такой, что $\nu(r) \leqslant K_0$ и $\mu(r) \leqslant K_0$ $\forall\, r > 0$.

Действительно, принимая во внимание (10) и свойства функций $F_i(r)$, $i = 1, 2$, приходим к неравенствам $F_1(x_j'') \geqslant F_1(\xi_j) > F_2(\xi_j) + 2\eta\lambda(\xi_j) > F_2(x_j') + 2\eta\lambda(x_j') = F_1(x_j') + \eta\lambda(x_j')$, $F_2(y_i'') \geqslant F_2(\psi_i) > F_1(y_i') + 2\eta\lambda(y_i') \geqslant$

$\geqslant F_2(y_i') + \eta\lambda(y_i')$. Но, поскольку $F_i(r) \leqslant A\lambda(r)$, $i = 1, 2$, $r > 0$, то $A\lambda(2r) > \eta(\nu(r)+1)\lambda(r/2)$ и $A\lambda(2r) \geqslant \eta(\mu(r)+1)\lambda(r/2)$. Следовательно, $\nu(r) \leqslant A\lambda(2r)/\eta\lambda(r/2) \leqslant AM^2/\eta$; $\mu(r) \leqslant A\lambda(2r)/\eta\lambda(r/2) \leqslant AM^2/\eta$.

Далее, для произвольного $k \in [k(r), k(r) + K_0]$

$$\int\limits_{E_1(\eta)\cap(x_k', x_k'')} F(t)\, t^{-1} dt \geqslant \eta \int\limits_{E_1(\eta)\cap(x_k', x_k'')} \lambda(t)\, t^{-1} dt \geqslant$$

$$\geqslant \frac{\eta\lambda(r/2)}{2r} \operatorname{mes}\{E_1(\eta) \cap (x_k', x_k'')\}. \tag{12}$$

С другой стороны,

$$\int\limits_{E_1(\eta)\cap(x_k', x_k'')} F(t)\, t^{-1} dt \leqslant \int\limits_{x_k'}^{x_k''} F(t)\, t^{-1} dt = \varepsilon(x_k'') \int\limits_0^{x_k''} \lambda(t)\, t^{-1} dt -$$

$$- \varepsilon(x_k') \int\limits_0^{x_k'} \lambda(t)\, t^{-1} dt \leqslant 2 \max_{r/2 \leqslant t \leqslant 2r} |\varepsilon(t)| \int\limits_0^{2r} \lambda(t)\, t^{-1} dt. \tag{13}$$

Сопоставляя (12) и (13) и учитывая свойства функции $\lambda(r)$, нетрудно показать, что $\operatorname{mes}\{E_1(\eta) \cap (x_k', x_k'')\} \leqslant \max\limits_{r/2 \leqslant t \leqslant 2r} |\varepsilon(t)|\, 4M^3 r\lambda_1(r)/(\eta \ln 2\lambda(r))$. Аналогично устанавливается неравенство $\operatorname{mes}\{E_2(\eta) \cap (y_i', y_i'')\} \leqslant \max\limits_{r/2 \leqslant t \leqslant 2r} |\varepsilon(t)| \times$ $\times 4M^3 r\lambda_1(r)/(\eta \ln 2\lambda(r))$. Стало быть,

$$\operatorname{mes}\{E(\eta) \cap [r, 2r)\} \leqslant \max_{r/2 \leqslant t \leqslant 2r} |\varepsilon(t)|\, 8M^3(K_0 + 1)\, r\lambda_1(r)/(\eta \ln 2\lambda(r)), \tag{14}$$

где $E(\eta) = E_1(\eta) \cup E_2(\eta)$.

Но, поскольку $\varkappa > 0$, последнее неравенство влечет асимптотическое равенство $\operatorname{mes}\{E(\eta) \cap [r, 2r)\} = o(r)$, $r \to +\infty$, из которого легко следует (см. [5, с. 196] и [8]) требуемое равенство (11).

Таким образом, для произвольного $\eta > 0$ найдется E_0-множество такое, что неравенство $|F(r)| \leqslant \eta\lambda(r)$ выполняется для всех $r \notin E_0$. Дословное повторение рассуждений из [5, п. 3, с. 185] приводит к существованию множества E_0 такого, что $\lim\limits_{E_0 \not\ni r \to +\infty} F(r)/\lambda(r) = 0$.

Для завершения доказательства осталось рассмотреть случай $\Delta \neq 0$. Пусть, например, $\Delta > 0$. Тогда, полагая $\tilde{F}_1(r) = F_1(r)$, $\tilde{F}_2(r) = F_2(r) + \Delta\lambda(r)$, $\tilde{F}(r) = \tilde{F}_1(r) - \tilde{F}_2(r)$, этот случай сведем к предыдущему.

2. Доказательство теоремы 1. Пусть имеет место (3). Тогда неравенство (6) и теорема Лебега об ограниченной сходимости для каждого $k \in \mathbb{Z}$ влекут существование конечного предела

$$\lim_{r \to +\infty} c_k(r, I_w)/\lambda_1(r) = d_k, \tag{15}$$

где d_k — коэффициенты Фурье функции $H(\theta) = \overline{H}(\theta, w) = \underline{H}(\theta, w)$.

Покажем, что $\forall k \in \mathbb{Z}$ $\lim\limits_{r \to +\infty} c_k(r, w)/\lambda(r) = d_k$.

Запишем обратные формулы для коэффициентов Фурье функции w (см. [6]):

$$c_k(r, w) = N_k(r) + k^2 \int\limits_0^r t^{-1} dt \int\limits_0^t c_k(\tau, w)\, \tau^{-1} d\tau, \quad k \in \mathbb{Z}. \tag{16}$$

Тогда, учитывая представление $N_k(r)$, формулы (16) можно преобразовать к виду

$$c_k(r, w) = \int\limits_0^r \{[(\operatorname{Re}\Phi(t))^+ - (\operatorname{Re}\Phi(t))^-] + i[(\operatorname{Im}\Phi(t))^+ - (\operatorname{Im}\Phi(t))^-]\}\, t^{-1} dt, \tag{17}$$

где $\Phi(t) = n_k(t) + k^2 \int\limits_0^t c_k(\tau, w)\tau^{-1} d\tau, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad$ а $\quad x^+ = \max\{x, 0\}, \quad x^- = (-x)^+$.

Сопоставляя (15) и (17) и учитывая неравенства (4) и $|n_k(t)| \leqslant A\lambda(t)$, $k \in \mathbb{Z}$, где A — некоторая постоянная, а также условия (1) и $\varkappa > 0$, заключаем, что функции $\operatorname{Re} c_k(r, w)$ и $\operatorname{Im} c_k(r, w)$ удовлетворяют условиям леммы 3. Опираясь на утверждение этой леммы, получаем цепочку равенств

$$\lim_{r\to+\infty} \frac{\int\limits_0^r t^{-1} dt \int\limits_0^t c_k(\tau, w)\tau^{-1} d\tau}{\int\limits_0^r t^{-1} dt \int\limits_0^t \lambda(\tau)\tau^{-1} d\tau} = \lim_{E_0 \ni r\to+\infty} \frac{\int\limits_0^r c_k(t, w) t^{-1} dt}{\int\limits_0^r \lambda(t) t^{-1} dt} =$$

$$= \lim_{r\to+\infty} \frac{\int\limits_0^r c_k(t, w) t^{-1} dt}{\int\limits_0^r \lambda(t) t^{-1} dt} = \lim_{E_0 \ni r\to+\infty} \frac{c_k(r, w)}{\lambda(r)}.$$

Таким образом, $\forall\, k \in \mathbb{Z} \lim\limits_{E_0 \ni r\to+\infty} c_k(r, w)/\lambda(r) = d_k$. Далее, так же как и в [8], приходим к существованию предела $\lim\limits_{r\to+\infty} c_k(r, w)/\lambda(r) = d_k \ \forall\, k \in \mathbb{Z}$. Согласно теореме 2, $w \in \Lambda_\delta^0$.

Обратный результат очевиден (см. [8]). Теорема 1 доказана.

1. *Arsove M.* Functions representable as differences of subharmonic functions.— Trans. Amer. Math. Soc., 1953, 75, p. 327—365.
2. *Noverraz P.* Fonctions plurisousharmoniques et analitiques dans les espaces vectoriels topologiques complexes.— Ann. Inst. Fourier, 1969, 19, N 2, p. 419—493.
3. *Rubel L. A., Taylor B. A.* A Fourier series method for meromorphic and entier functions.— Bull. Soc. Math. France, 1968, 96, p. 53—96.
4. *Азарин В. С.* О регулярности роста коэффициентов Фурье логарифма модуля целой функции.— Теор. функций, функц. анализ и их приложение, 1977, вып. 27, с. 9—21.
5. *Левин Б. Я.* Распределение корней целых функций. — М. : Гостехиздат, 1956. — 632 с.
6. *Кондратюк А. А.* Метод рядов Фурье для целых и мероморфных функций вполне регулярного роста.— Мат. сб., 1978, 106 (148), № 3, с. 386—408.
7. *Кондратюк А. А.* Метод рядов Фурье для целых и мероморфных функций вполне регулярного роста. II.— Там же, 1980, 113 (155), № 1, с. 118—132.
8. *Кондратюк А. А.* Метод рядов Фурье для целых и мероморфных функций вполне регулярного роста. III.— Там же, 1983, 120 (162), № 3, с. 331—343.
9. *Лапенко Ю. П.* О целых и мероморфных функциях вполне регулярного роста и их дефектах : Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Ростов-на-Дону, 1981.— 20 с.
10. *Васильків Я. В.* Деякі властивості δ-субгармонічних функцій скінченого λ-типу.— Вісн. Львів. у-ту. Сер. мех.-мат., вип. 21, с. 14—21.

Ин-т прикл. пробл. мех. и мат., Львов
Поступила 01.11.83