УДК 517.5

А. И. Степанец

Среднеквадратическая скорость сходимости ортогональных рядов

Пусть $f(x)$ — 2π-периодическая суммируемая функция ($f \in L(0, 2\pi)$), $a_k = a_k(f)$ и $b_k = b_k(f)$, $k = 0, 1, \ldots$, — ее коэффициенты Фурье. Пусть, далее, $\psi(k)$ и $\beta(k)$, $k \in N$, — произвольные числовые последовательности. Предположим, что ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{1}{\psi(k)} (a_k \cos(kx + \beta_k) + b_k \sin(kx + \beta_k))$ является рядом Фурье некоторой функции из $L(0, 2\pi)$. Эту функцию обозначим $f_{\bar\beta}^{\psi}(\cdot)$ и назовем $(\psi, \bar\beta)$-производной функции $f(\cdot)$. Множество функций $f(\cdot)$, обладающих $(\psi, \bar\beta)$-производными, обозначим через $L_{\bar\beta}^{\psi}$. Если $f \in L_{\bar\beta}^{\psi}$ и при этом $f_{\bar\beta}^{\psi} \in \mathfrak{N}$, где $\mathfrak{N}$ — некоторое множество из $L(0, 2\pi)$, то говорим, что $f(\cdot)$ принадлежит классу $L_{\bar\beta}^{\psi}\mathfrak{N}$. Подмножество непрерывных функций из $L_{\bar\beta}^{\psi}$ и $L_{\bar\beta}^{\psi}\mathfrak{N}$ обозначим соответственно через $C_{\bar\beta}^{\psi}$ и $C_{\bar\beta}^{\psi}\mathfrak{N}$. Более подробно такие классы функций рассматриваются, например, в работах [1 — 3].

В настоящей работе в качестве $\mathfrak{N}$ используются пространство L_2 функций $\varphi(\cdot)$ с конечной нормой $\|\varphi\|_2 = \left(\int\limits_{-\pi}^{\pi} |\varphi(t)|^2 dt\right)^{1/2}$ или же единичные шары S_2 в этом пространстве: $S_2 = \{\varphi : \|\varphi\|_2 \leqslant 1\}$ и тогда полагаем $L_{\bar\beta}^{\psi} S_2 = L_{\bar\beta,2}^{\psi}$.

Обозначим через $\rho_n(f; x)$ уклонения частных сумм Фурье $S_{n-1}(f; x)$ порядка $n - 1$ от функции $f(\cdot) : \rho_n(f; x) = f(x) - S_{n-1}(f; x)$, через $E_n(f)_2$ — наилучшее приближение функции $f(\cdot)$ в пространстве L_2 посредством тригонометрических полиномов порядка $n - 1$: $E_n(f_2) = \inf\limits_{T_{n-1}} \|f(x) - T_{n-1}(x)\|_2$. Кроме того, если B — некоторый класс из $L(0, 2\pi)$, то полагаем

$$\mathcal{E}_n(B)_2 = \sup\{\|\rho_n(f; x)\|_2 : \varphi \in B\}, \quad E_n(B)_2 = \sup\{E_n(f)_2 : \varphi \in B\}.$$

Хорошо известно, что для любой функции $f \in L_2$ $E_n(f)_2 = \|\rho_n(f; x)\|_2$, причем

$$E_n^2(f)_2 = \|f(\cdot) - S_{n-1}\|_2^2 = \pi^2 \sum_{k=n}^{\infty} (a_k^2(f) + b_k^2(f)). \tag{1}$$

Отправляясь от этого равенства в [3] (см. также [4, 5]) показано, что если $\beta(k) \equiv \beta$, то

$$\mathcal{E}_n(L_{\beta,2}^{\psi})_2 = E_n(L_{\beta,2}^{\psi})_2 \leqslant \nu_n, \quad \nu(n) = \sup_{k \geqslant n} |\varphi(k)|,$$

причем это соотношение является неулучшаемым по крайней мере для неубывающих последовательностей $\psi(k)$ при произвольном значении β. Позже авторами работы [3] было замечено, что для произвольной ограниченной последовательности $\psi(k)$ и для любой последовательности $\beta(k)$

$$\mathcal{E}_n(L_{\bar\beta,2}^{\psi})_2 = E_n(L_{\beta,2}^{\psi})_2 = \nu(n). \tag{2}$$

Это равенство полностью характеризует верхние грани наилучших приближений в пространствах L_2 на классах $L_{\bar\beta,2}^{\psi}$. В настоящей работе рассматриваются приближения индивидуальных функций из множеств $L_{\bar\beta}^{\psi} L_2$, и основной ее результат содержится в следующем утверждении.

Теорема 1. *Пусть $f \in L_{\bar\beta}^{\psi} L_2$. Тогда для того чтобы выполнялось включение $f \in L_2$, необходимо и достаточно сходимости ряда*

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi})_2. \tag{3}$$

Если этот ряд сходится, то $f \in L_2$ и $\forall\, n \in N$

$$E_n^2(f)_2 = \psi^2(n)\, E_n^2(f_\beta^\psi)_2 + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1))\, E_k^2(f_\beta^\psi)_2. \tag{4}$$

С другой стороны, если $f \in L_2$, *то для того чтобы* $f \in L_\beta^\psi L_2$, *необходимо и достаточно, чтобы сходился ряд*

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\psi^{-2}(k) - \psi^{-2}(k-1))\, E_k^2(f)_2. \tag{3'}$$

Если этот ряд сходится, то $f \in L_\beta^\psi L_2$ *и* $\forall\, n \in N$

$$E_n^2(f_\beta^\psi)_2 = \psi^{-2}(n)\, E_n^2(f) + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^{-2}(k) - \psi^{-2}(k-1))\, E_k^2(f)_2. \tag{4'}$$

Для доказательства этой теоремы нам понадобится следующее утверждение.

Лемма 1. *Пусть сходится ряд*

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k. \tag{5}$$

Тогда для любой последовательности α_k, $k \in N$, *и для любого* $n \in N$ *ряды*

$$\sum_{k=n}^{\infty} \alpha_k c_k, \quad \sum_{k=n+1}^{\infty} (\lambda_k - \lambda_{k-1}) \sum_{i=k}^{\infty} c_i \tag{6}$$

сходятся одновременно, причем в случае их сходимости

$$\sum_{k=n}^{\infty} \alpha_k c_k = \alpha_n \sum_{k=n}^{\infty} c_k + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\alpha_k - \alpha_{k-1}) \sum_{i=k}^{\infty} c_i. \tag{7}$$

Доказательство. Пусть сходится ряд (5). Тогда, полагая $A_k = \sum_{i=k}^{\infty} c_i$, при всяком достаточно большом натуральном N будем иметь

$$\sum_{k=n+1}^{N} (\alpha_k - \alpha_{k-1}) A_k = \sum_{k=n+1}^{N} \alpha_k A_k - \sum_{k=n+1}^{N} \alpha_{k-1} A_k = \sum_{k=n+1}^{N} \alpha_k A_k - \sum_{k=n}^{N} \alpha_k A_{k+1} = \sum_{k=n+1}^{N} \alpha_k (c_k + A_{k+1}) - \alpha_n A_{n+1} - \sum_{k=n+1}^{N} \alpha_k A_{k+1} = \sum_{k=n+1}^{N} \alpha_k c_k - \alpha_n A_{n+1},$$

т. е.

$$\sum_{k=n+1}^{N} (\alpha_k - \alpha_{k-1}) \sum_{i=k}^{\infty} c_i = \sum_{k=n+1}^{N} \alpha_k c_k - \alpha_n \sum_{k=n+1}^{\infty} c_k.$$

Отсюда, устремляя N к бесконечности, получаем утверждение леммы.

Доказательство теоремы. Пусть $f \in L_\beta^\psi L_2$. Положим $\alpha_k = \psi^2(k)$, $c_k = \pi^2 (a_k^2(f_\beta^\psi) + b_k^2(f_\beta^\psi))$. Тогда в силу равенства Парсеваля

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k = \pi^2 \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2(f_\beta^\psi) + b_k^2(f_\beta^\psi)) = \| f_\beta^\psi \|_2 < \infty.$$

Рассмотрим ряды

$$\Sigma_1 = \pi^2 \sum_{k=n}^{\infty} \psi^2(k)\,(a_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi}) + b_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi}))$$

и

$$\Sigma_2 = \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1))\,\pi^2 \sum_{i=k}^{\infty} (a_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi}) + b_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi}))$$

Коэффициенты Фурье функций $f(\cdot)$ и $f_{\bar\beta}^{\psi}(\cdot)$ связаны соотношениями

$$a_k(f) = \psi(k)\,(a_k(f_{\bar\beta}^{\psi})\cos\beta_k\pi/2 - b_k(f_{\bar\beta}^{\psi})\sin\beta_k\pi/2),$$

$$b_k(f) = \psi(k)\,(a_k(f_{\bar\beta}^{\psi})\sin\beta_k\pi/2 + b_k(f_{\bar\beta}^{\psi})\cos\beta_k\pi/2).$$

Так что $a_k^2(f) + b_k^2(f) = \psi^2(k)\,(a_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi}) + b_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi}))$ и, значит, в силу (1)

$$\Sigma_1 = \pi^2 \sum_{k=n}^{\infty} (a_k^2(f) + b_k^2(f)) = E_n^2(f)_2,$$

и

$$\Sigma_2 = \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1))\,E_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi})_2.$$

В силу леммы величины Σ_1 и Σ_2, а следовательно, и величины $E_n^2(f)_2$ и $\sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1))\,E_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi})_2$, являются конечными одновременно, и в таком случае справедливо равенство (7), которое в рассматриваемой ситуации переходит в равенство (4). Для доказательства первой части теоремы остается заметить, что величины $E_n(f_2)$ и $\|f\|_2$ могут быть конечными только одновременно.

Вторая часть теоремы устанавливается аналогичным образом, только на этот раз следует положить $\alpha_k = \psi^{-2}(k)$ и $c_k = \pi^2(a_k^2(f) + b_k^2(f))$.

Первая часть доказанной теоремы, а точнее, равенство (4), позволяет заключить о скорости стремления к нулю величин $E_n(f_2)$, или, что то же самое, величин $\|\rho_n(f;\,x)\|_2$ по информации о $(\psi,\,\bar\beta)$-производной функции $f(\cdot)$. Утверждения подобного типа в теории приближений принято называть прямыми теоремами. Вторая же часть в таком плане представляет обратную задачу — по свойствам последовательности $E_n(f)$ делаем заключение о свойствах самой функции и ее производных.

Отметим еще, что, как следует из равенства (4), $\forall f \in L_2$ и $\forall n \in N$ величина $\psi^2(k)\,E_n^2(f_{\bar\beta}^{\psi})_2 + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1))\,E_k^2(f_{\bar\beta}^{\psi})_2$ при условии ее конечности является инвариантом и не зависит от последовательностей $\psi(k)$ и $\beta(k)$.

Вторая часть теоремы показывает, что функция $f \in L_2$ будет иметь $(\psi,\,\bar\beta)$-производную с конечной L_2-нормой тогда и только тогда, когда сходится ряд (3′). Отсюда, в частности, следует, что $\forall f \in L_2$ $(\psi_1,\,\bar\beta)$-производная при $\psi_1(k) \equiv E_k(f)_2$ не может принадлежать L_2 ни для какой последовательности $\beta(k)$.

Равенство (2) и теорема 1 легко переносятся на случай рядов Фурье и полиномов по произвольным полным ортонормированным системам (о. н. с.) функций. Приведем вначале необходимые определения.

Пусть $\{\varphi_n\}$, $n \in N$,— о. н. с., вообще говоря, комплекснозначных функций, заданных на отрезке $[a,\,b]$. Обозначим через L множество всех суммируемых на $[a,\,b]$ функций $f(\cdot)$, для которых существуют интегралы

$$c_k = c_k(f) = \int_a^b f(x)\,\overline{\varphi}(x)\,dx, \quad k \in N,$$

и через $\Phi[f]$ — ряды Фурье функций $f \in L^{\varphi}$ по системе $\{\varphi_n\}$:

$$\Phi[f] = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x). \tag{8}$$

Пусть, далее, $\psi(k)$, $k \in N$, — произвольная функция натурального аргумента. Предположим, что для функции $f \in L^{\varphi}$ ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{\psi(k)} \varphi_k(x) \tag{8'}$$

опять является рядом Фурье некоторой функции из L^{φ}. Эту функцию обозначим $f^{\psi}(\cdot)$ и назовем ψ-производной функции $f(\cdot)$. Подмножество всех функций из L^{φ}, у которых существуют ψ-производные, обозначим $L^{\varphi,\psi}$. Если $f \in L^{\varphi,\psi}$ и при этом $f^{\psi} \in \mathfrak{N}$, где $\mathfrak{N}$ — некоторое подмножество из $L(\alpha, \beta)$, то будем говорить, что $f(\cdot)$ принадлежит классу $L^{\varphi,\psi}\mathfrak{N}$. Здесь в качестве $\mathfrak{N}$ будем брать пространство $L_2(a, b)$ функций с конечной нормой

$$\|\varphi\|_2 = \left(\int_a^b |\varphi(t)|^2 \, dt \right)^{1/2},$$

а также единичные шары $S_2(a, b)$ в этом пространстве: $S_2(a, b) = \{\varphi : \|\varphi\|_2 \leqslant 1\}$. Условимся опять полагать $L_2(a, b) = L_2$, $S_2(a, b) = S_2$ и $L^{\varphi,\psi}S_2 = L_2^{\varphi,\psi}$. Будем, как и в случае тригонометрической системы, полагать $S_n(f) = \sum_{k=1}^{n} c_k \varphi_k(x)$, $c_k = c_k(f)$, $n \in N$, $\rho_n(f; x) = f(x) - S_{n-1}(f; x)$, и через $P_n(x)$ обозначать полином порядка n по системе $\{\varphi_k\}$:

$$P_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k \varphi_k(x). \tag{9}$$

Системы $\{\varphi_k\}$ всегда считаем полными в L_2. Хорошо известно, что среди всех полиномов порядка n по полным о. н. с. $\{\varphi_k\}$ наилучшее приближение в метрике L_2 для $f \in L_2$ дается частной суммой $S_n(f; x)$ ее ряда Фурье: $E_{n+1}(f)_2 = E_{n+1}(\varphi; f)_2 \overset{\mathrm{df}}{=} \inf \|f - P_n\|_2 = \|f - S_n\|_2$, и так как всякая полная о. н. с. $\{\varphi_n\}$ в пространстве L_2 является также и замкнутой, то $\forall f \in L_2$ справедливо равенство Парсеваля $\sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2 = \|f\|_2^2$, в силу которого $\forall f \in L_2$

$$E_n^2(f)_2 = \|f - S_{n-1}\|_2 = \|f\|_2^2 - \sum_{k=1}^{n-1} |c_k|^2 = \sum_{k=n}^{\infty} |c_k|^2. \tag{10}$$

Пусть $\{\varphi_k\}$ — произвольная о. н. с., полная в L_2, и при заданной $\psi(\cdot)$ $f \in L^{\varphi,\psi}L_2$. Если $c_k(f)$ и $c_k(f^{\psi})$, $k \in N$, — коэффициенты Фурье соответственно функций $f(\cdot)$ и $f^{\psi}(\cdot)$, то согласно (8) и (8′)

$$|c_k(f)| = |\psi(k)| |c_k(f^{\psi})|. \tag{11}$$

Стало быть, если $\psi(k)$ ограничена: $|\psi(k)| \leqslant M$, то

$$\sum_{k=1}^{\infty} |c_k(f)|^2 \leqslant M^2 \sum_{k=1}^{\infty} |c_k(f^{\psi})|^2 = M^2 \|f^{\psi}\|_2^2,$$

и так как $f^{\psi} \in L_2$, то ряд $\Sigma |c_k(f)|^2$ сходится. В силу теоремы Фишера—Рисса заключаем, что $f \in L_2$, и приходим к такому утверждению.

П р е д л о ж е н и е 1. *Если* $|\psi(k)| \leqslant M$, *то* $L^{\varphi,\psi}L_2 \subset L_2$.

Докажем еще следующую лемму.

Лемма 2. *Пусть* $f\in L^{\varphi,\psi}L_2\cap L_2$. *Тогда* $\forall n\in N$

$$\|\rho_n(f;x)\|_2=E_n(f)_2\leqslant\nu(n)\|\rho_n(f^\psi;x)\|_2=\nu(n)E_n(f^\psi)_2. \tag{12}$$

Действительно, с учетом формул (10) и (11) имеем

$$\|\rho_n(f;x)\|_2=E_n(f)_2=\left(\sum_{k=n}^{\infty}|c_k(f)|^2\right)^{1/2}=\left(\sum_{k=n}^{\infty}|\psi(k)|^2|c_k(f^\psi)|^2\right)^{1/2}\leqslant$$

$$\leqslant\nu(n)\left(\sum_{k=n}^{\infty}|c_k(f^\psi)|^2\right)^{1/2}=\nu(n)E_n(f^\psi)_2.$$

Теперь докажем утверждение, характеризующее наилучшие приближения $E_n(L_2^{\varphi,\psi})_2$ на классах $L_2^{\varphi,\psi}$ посредством полиномов вида (9): $E_n(L_2^{\varphi,\psi})_2=\sup\limits_{f\in L_2^{\varphi,\psi}}E_n(f)_2$.

Теорема 2. *Пусть* $\psi(k)$ — *произвольная функция, для которой*

$$|\psi(k)|\leqslant M\quad\forall k\in N. \tag{13}$$

Тогда для всякой полной в L_2 *о. н. с.* $\{\varphi_n\}$ *и* $\forall n\in N$

$$E_n(L_2^{\varphi,\psi})_2=\sup_{f\in L_2^{\varphi,\psi}}\|\rho_n(f;x)\|_2=\nu(n). \tag{14}$$

Доказательство. В силу условия (13) и предложения 1 $L_2^{\varphi,\psi}\subset L_2$, поэтому $\forall f\in L_2^{\varphi,\psi}$ выполняется соотношение (12). В рассматриваемом случае $f^\psi\in S_2$, следовательно, согласно (10)

$$E_n^2(f^\psi)_2=\sum_{k=n}^{\infty}|c_k(f^\psi)|_2^2\leqslant\sum_{k=1}^{\infty}|c_k(f^\psi)|^2=\|f^\psi\|_2^2\leqslant 1.$$

Таким образом, $\forall f\in L_2^{\varphi,\psi}\ \|\rho_n(f;x)\|_2=E_n(f)_2\leqslant\nu(n)$ и остается показать, что на всем классе $L_2^{\varphi,\psi}$ эту оценку нельзя улучшить. Рассмотрим два случая. Пусть сначала для данной функции $\psi(\cdot)$ и числа $n\in N$ найдется число k_n такое, что

$$\nu(n)=\sup_{k\geqslant n}|\psi(k)|=|\psi(k_n)|. \tag{15}$$

В таком случае положим $f_n(x)=\gamma_n|\psi(k_n)|\varphi_{k_n}(x)$, $\gamma_n=\|\varphi_{k_n}\|_2^{-1}$. Ясно, что $f_n\in L_2^{\varphi,\psi}$ и $\|\rho_n(f_n;x\|_2=\|\varphi_n\|_2=|\psi(k_n)|=\nu(n)$.

Если же для функции $\psi(\cdot)$ и некоторого $n\in N$ не найдется такое k_n, чтобы выполнялось (15), то вследствие ограниченности множества $\nu(n)=\sup\limits_{k\geqslant n}\{|\psi(k)|\}\overset{\text{df}}{=}q$ найдется последовательность n_i, $n_i\geqslant n$, $i\in N$, такая, что при $i\to\infty$ числа $|\psi(n_i)|$ не убывая стремятся к $\nu(n)$. Положим $f_{n_i}(x)=\gamma_{n_i}|\psi(n_i)|\varphi_{n_i}(x)$, $\gamma_{n_i}=\|\varphi_{n_i}\|_2^1$, и рассмотрим множество F_n, состоящее из всех функций $f_{n_i}(x)$, $i\in N$. Понятно, что при каждом фиксированном i $f_{n_i}\in L_2^{\varphi,\psi}$ и $\|\rho_n(f_{n_i};x)\|_2=\psi(n_i)$. Значит, и в этом случае

$$E_n(L_2^{\varphi,\psi})_2\geqslant\sup_{f\in F_n}\|\rho_n(f;x)\|_2=\sup_{i\in N}|\psi(n_i)|=\lim_{i\to\infty}|\psi(n_i)|=\nu(n).$$

Следствие 1. *Если в условиях теоремы* 2 *последовательность не возрастает, то* $E_n(L_2^{\varphi,\psi})_2=|\varphi(n)|$.

Приведем теперь утверждение, являющееся аналогом теоремы 1.

Теорема 3. *Пусть* $\{\varphi_k\}$ — *полная в* L_2 *о. н. с. и* $f\in L^{\varphi,\psi}L_2$. *Тогда для того чтобы выполнялось включение* $f\in L_2$, *необходимо и достаточно сходимости ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty}(\psi^2(k)-\psi^2(k-1))E_k^2(f^\psi)$. *Если этот ряд сходится,* *то* $f \in L_2$ *и* $\forall n \in N$

$$E_n^2(f)_2 = \psi^2(n) E_n^2(f^\psi) + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f^\psi)_2.$$

С другой стороны, если $f \in L_2$, *то для того чтобы* $f \in L^{\varphi,\psi}L_2$, *необходимо и достаточно, чтобы сходился ряд* $\sum_{k=1}^{\infty} (\psi^{-2}(k) - \psi^{-2}(k-1)) E_k^2(f)_2$. *Если этот ряд сходится, то* $f \in L^{\varphi,\psi}L_2$ *и* $\forall n \in N$

$$E_n^2(f^\psi)_2 = \psi^{-2}(n) E_n^2(f) + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^{-2}(k) - \psi^{-2}(k-1)) E_k^2(f)_2.$$

Доказательство этой теоремы, как и теоремы 1, вытекает из леммы 1. Чтобы вывести из этой леммы первую часть утверждения теоремы, следует положить $\alpha_k = \psi^2(k)$ и $c_k = |c_k(f^\psi)|^2$; чтобы получить вторую часть теоремы, нужно положить $\alpha_k = \psi^{-2}(k)$ и $c_k = |c_k(f)|^2$.

Понятно, что все выводы, которые были изложены после доказательства теоремы 1, относятся также и к теореме 3. В частности, из утверждения второй части теоремы 3 вытекает, что $\mathrm{A} f \in L_2$ ψ-производная при $\psi(k) \equiv \equiv E_k(f_2)$ не может принадлежать L_2.

1. *Степанец А. И.* Классификация периодических функций и приближение их суммами Фурье.— Киев, 1983.— 57 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 83.69).
2. *Степанец А. И.* Классы периодических функций и приближение их элементов суммами Фурье // Докл. АН СССР.— 1984.— **277**, № 5.— С. 1074—1077.
3. *Степанец А. И.* Классификация и приближение периодических функций.— Киев : Наук. думка, 1987.— 268 с.
4. *Корнейчук Н. П.* Экстремальные задачи теории приближения.— М. : Наука, 1976.— 320 с.
5. *Тихомиров В. М.* Некоторые вопросы теории приближений.— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1976.— 304 с.

Ин-т математики АН УССР, Киев

Получено 25.03.86

УДК 517.946.9:517.947.43

Л. А. Тараборкин, О. Б. Глущенко

Смешанные нелинейные задачи для параболических уравнений с нестационарными граничными условиями и условиями сопряжения

1. В работах [1, 2] подробно изучены возникающие в приложениях задачи для уравнения теплопроводности, содержащие производную по времени от искомой функции в граничных условиях и в условиях сопряжения соответственно, причем нелинейность заключалась лишь в функциях, задающих свободные члены. В работе [3] с помощью громоздкой методики, основанной на методе Ротэ, рассмотрена аналогичная задача для нелинейного параболического уравнения дивергентного вида второго порядка без условий сопряжения.

В настоящей работе исследуется разрешимость смешанных задач для нелинейного параболического уравнения дивергентного вида второго порядка с нелинейными граничными условиями и условиями сопряжения, содержащими дифференцирование по временной переменной.