

ІНТЕРПРЕТАЦІЯ ПРЕДИКАТНИХ ЗАПИТІВ НА ОСНОВІ ПРЕМОНОЇДНОЇ ДЕДУКЦІЇ В СЕМАНТИЧНІЙ СТРАТЕГІЇ І СИСТЕМІ ОБМЕЖЕНЬ

В.І.Шекета, М.Я.Бестильний, Р.І.Храбатин

Національний технічний університет нафти і газу, кафедра програмного забезпечення,
76019, м. Івано-Франківськ, вул.Карпатська,15
факс. (380) 03422 4 2139, тел. (380) 03422 4 2127, моб.8 097 337 6402, sheketa@mail.ru

Показано спосіб побудови процедур одержання ланцюга премоноїдних інтерпретацій модифікаційних предикатних запитів із премоноїдною ко-границею, яка може бути розширена до рівня моделі модифікаційних предикатних запитів у заданій категорійній стратегії та системі обмежень. Введено транзитивну систему для премоноїдних дедукцій модифікаційних предикатних запитів, як розширення базової транзитивної систе для категорійної дедукції через введення премоноїдних уніфікаторів. Введені реіндексуєчі функтори виконують відображення дедукції і зберігають введені премоноїдні структури, що дозволяє виконати оголошення скінченної премоноїдної інтерпретації, яка є основою для побудови премоноїдної моделі модифікаційних предикатних запитів. Виконано побудову премоноїдної індексованої категорії із підкатегорією простих премоноїдних дедукцій із фіксованими доменами і ко-домена.

The method is proposed for procedures construction for getting of premonoidal interpretations chain of modifications predicate queries with premonoidal co-limit which can be extended to the level of an model for modification predicate queries in given categorical strategy and imposed restrictions system. The transitive system is introduced for premonoidal deductions of modification predicate queries, as extension of the base transitive system for categorical deduction through adding of premonoidal unificators. The introduced reindexed functors executes mappings of deductions and preserves the entered premonoidal structures, that allows to execute declaration of finite premonoidal interpretation which is the basis for construction of premonoidal model of modification predicate queries. The construction of premonoidal indexed category is done with the subcategory of simple premonoidal deductions with the fixed domains and co-domains and with natural transformations in quality of the selected elements.

Категорійні підходи до логічного програмування з'явилися разом із категорійним підходом до процедури уніфікації [1-9]. Основним результатом стало введення категоріальної формалізації для синтаксису логіки тверджень Хорна і її розширення на основі семантики теоретичних топосів. В [10], розвиваючи деякі базові ідеї, сформульовані в [11], виконано категоріальний аналіз логічних програм і виконано побудову відповідних моделей на основі використання індексованих моноїдних категорій.

Всі ці підходи зосереджені на побудові суто теоретико-операційних моделей. В той же час мало уваги приділяється застосуванню денотаційних семантик до побудови операторів на зразок оператора безпосереднього слідування, який є суто важливим із точки зору побудови логічних програм і дослідження їх семантик [12]. Більшість досліджень семантик логічних програм зосереджено на побудові формальних конструкцій на основі теорії фіксованих значень. Тому саме з цих причин доцільним є подальше дослідження застосувань категорійного апарату, який включає в себе семантики на основі фіксованих значень. Першою роботою даного напрямку була [13], в якій введено поняття категоріального синтаксису над множиною скінченних категорій. Це послужило вихідним пунктом для введення як поняття категорійної дедукції, так і денотаційних семантик, що є відповідника семантик коректних рішень для логічних Хорн - програм. Такі семантики можуть бути обчислені на основі конструкцій для фіксованих значень, що не виходить за рамки категоріальної дедукції. Однією з переваг такого підходу є те, що категорія термів не обов'язково повинна співпадати з відповідною алгебраїчною категорією для заданої множини функціональних символів.

Всі рішення в нафтогазовій предметній області приймаються на основі аналізу висновків експертів, спеціалістів з великим досвідом роботи. В [14] база знань інформаційної системи розглядається як набір інформаційних сутностей атомарних предикатів з деякого скінченного інформаційного простору \mathfrak{R} . Всі зміни, що відбуваються в базі знань, розглядаються як наслідок модифікаційних предикатних запитів Q_m . Основою сах запитів є набір модифікаційних предикатних правил:

$$Q_M \longleftrightarrow (K_B)_{\Xi}^{<< \left\| \begin{matrix} K_{B_-(o)} \\ K_{B_+(o)} \end{matrix} \right.}^{SO, \Xi} <<$$

де $o, o_n, p_n \in \mathfrak{R}$. $K_{B_+(o)}$ означає, що атомарний предикат o повинен бути включений в базу знань K_B , а K_{B_-} означає, що o повинен бути виключений з бази знань; $(K_B)^{<<}$ - означає модифікацію бази знань на рівні логічної зв'язаності предикатних правил як наслідок виконання операцій додавання і вилучення правил; $<<$ — дескриптор модифікації, який розглядається як категорійна стрілка, SO - система обмежень, Ξ - категорійна стратегія. Недослідженим залишається питання категорійної інтерпретації сах модифікаційних предикатних запитів.

Таким чином, метою даної статті є введення і дослідження категорійної моделі модифікаційних предикатних запитів на основі денотаційної семантики в рамках теорій фіксованих значень [15,16] і категоріальної дедукції згідно заданої категорійної стратегії та систе обмежень.

Для заданої скінченної категорії добуток термів K монострілки можна розглядати як предикати. Припустимо, що хочемо побудувати модифікаційний предикатний запит, використовуючи множину предикатів X_1, \dots, X_k типів $\theta_1, \dots, \theta_k$.

Основна ідея, яку прагнемо досягнути в даному дослідженні, є побудова синтаксичної категорії, де значення предикатів X_1, \dots, X_k є явно заданими і інтерпретація (функтора), що відображає одержану синтаксичну і семантичну категорії предикатних запитів способом, сумісним із твердження, що утворюють сам запит. Коли говоримо про явний спосіб задання значень предикатів X_i в синтаксичній категорії, то маємо на увазі, що для кожного терма $\ell : r \gg \theta_i$ зворотний зсув X_i вздовж ℓ є відповідним підоб'єктом для r . Іншими словами, це буде означати, що $X_i(\ell)$ є істинним незалежно від набору тверджень, що утворюють предикатний запит. У даному випадку множина предикатів не вимагає введення систем обмежень, як і в класичних логічних Хорн-програмах.

В загальному випадку, якщо ідентифікуємо X_i підоб'єктом θ_i , то не можемо бути впевнені, що вищевказана властивість задовольняється. Тому потрібно знайти спосіб вільного під'єднання підоб'єкта θ_i для кожного X_i таким чином, що всі його ініціалізації будуть існувати і являтимуть собою відповідні підоб'єкти заданого коректного типу. Отримаємо нову категорію, яку будемо позначати $K[X_1, \dots, X_k]$.

Тепер можемо ввести поняття категорійної дедукції. Нехай ціль задано у вигляді послідовності атомарних цілей і твердження є парою, утвореною із цілі Ch і атомарної цілі (заголовка) $X_i(\ell)$. Використовуватимемо запис $X_i(\ell) \gg Ch$. В першому наближенні будемо розглядати категорійну дедукцію, як послідовність кроків в транзитивній системі з мітка. Позначатимемо даний факт $\sim >$. Таким чином, якщо Z_1 і Z_2 є ціля, φ — підстановкою і t — твердженням вигляду $X_\ell(t_1) \gg Ch$, тоді

$$Z_1 \varphi.t \sim > Z_2,$$

де $Z_1 = X_{j_1}(\zeta_1), \dots, X_{j_k}(\zeta_k), \dots, X_{j_l}(\zeta_l)$ для деякої стрілки $\zeta : Y_1 \gg \theta_k$;

$$Z_2 = \sigma^- X_{j_1}(\zeta_1), \dots, \varphi^- Ch, \dots, \sigma^- X_{j_l}(\zeta_l).$$

У даному випадку пара σ, φ є уніфікатором для ζ і ζ_1 маємо пару стрілок замість одної, оскільки виконуємо уніфікацію стрілок із різних джерел (що відповідає операції попереднього переіменування термів).

Таким чином, категорійну дедукцію будемо розглядати як дедукцію в транзитивній системі $\sim >$. Категорійним спрощенням вважатимемо категорійну дедукцію, що закінчується порожньою ціллю. Для заданої дедукції $kd = Z_1 \xrightarrow{\sigma_1, t_1} \sim > \dots \xrightarrow{\sigma_k, t_k} \sim > Z_k$ обчислюваний розв'язок для kd означимо через композицію $\sigma_k; \dots; \sigma_1$.

Інтерпретацією в даному випадку буде функтор, що зберігає скінченні добутки

$$[F]: K[X_1, \dots, X_k] \gg SO, \exists \text{Slt}^{K^\emptyset},$$

розширює Y — вбудування (тобто таке, що $[F] = H(F, \theta)$ для кожного $\theta \in O_K$) і виконує прив'язку підоб'єкта $H(F, \theta_i)$ до X_i . Можна показати, що для заданої прив'язки підоб'єктів для X_i існує тільки одна інтерпретація, яка розширює дану прив'язку.

Тепер введемо оператор на множині інтерпретації R_Q , параметризація якого задана по відношенню до запиту Q :

$$R_Q([F])(X_i) = \bigcup_{X_i(t) \gg Ch \in Q} \text{Im}_{[t]}([Ch]),$$

де $\text{Im}_f(X)$ - образ монострілки X вздовж стрілки f .

Тому замість розгляду цілей як монострілок в категорії K використаємо індексовану категорію над K . Об'єкт на шарі $\theta \in O_K$ буде категорійним відповідником цілі типу θ . Тобто не виходимо за рамки стандартної категорійної інтерпретації логіки першого порядку.

Означення 1. (Категорійна стратегія) Категорійною стратегією $\wedge \Pi$ будемо вважати індексовану категорію Ξ_1 над базовою категорією K . Для кожного $\theta \in O_K$ об'єкти і стрілки в $\Xi_1 \theta$ будемо називати формула і доведення (абстрактного типу θ) відповідно. Будемо використовувати термін ціль як синонім формули. Для заданої цілі Z абстрактного типу θ і $f : r \gg \theta$ в K і $f : Z = Z(f)$ є ініціалізацією для Z .

Будемо записувати $Z : \theta$ і $f : \theta$ як скорочені позначення для $Z \in O_{\theta}$ і $f \in M_{r_{\theta}}$. Для заданої $\wedge \Pi$ категорійної стратегії твердженням (абстрактного типу θ) є об'єкт tr із відповідною парою (Ch, Zh) цілей абстрактного типу θ . Позначимо даний факт як $Zh \gg Ch$.

Означення 2. (Модифікаційний запит) Модифікаційним запитом будемо вважати пару (Q, Ξ_1) , де $\Xi_1 \in \wedge \Pi$ — категорійною стратегією і Q – множиною тверджень. Будемо говорити, що Q є запитом над Ξ_1 .

Модифікаційний запит можна розглядати також як індексовану категорію Q над O_K , таку, що $Q(\theta) \in$ категорією об'єктів абстрактного типу θ стрілок $tr : Zh \gg Ch$ тверджень типу θ .

Нехай задано сигнатуру першого порядку M_{F_1} , утворену із множини F функціональних символів і множин Π - предикатних символів відповідної розмірності. Побудуємо категорію $T_{M_{F_1}}$ як алгебраїчну категорію на основі F . Об'єкти $T_{M_{F_1}}$ - натуральні числа, стрілки з k до $l \in l$ - кортежі із термів, побудовані на основі множини змінних $\{w_1, \dots, w_k\}$.

$$O_{T_{M_{F_1}}} = N, \quad T_{M_{F_1}}(k, l) = S_{M_{F_1}}(\{w_1, \dots, w_k\})^l.$$

Тепер виконаємо побудову синтаксичної категорії $\Xi_{M_{F_1}}^1$ над T , заданої наступним чином.

1. Для кожного $k \in N$ $\Xi_{M_{F_1}}^1(k)$ є дискретною категорією атомарних цілей, утвореною із змінних w_1, \dots, w_k .

2. Для $\iota = \langle \iota_1, \dots, \iota_l \rangle \gg k \gg l$ $\Xi_{M_{F_1}}^1(\iota)$ є функтором, що задає відображення атомарної цілі Z в $Z[w_1 / \iota_1, \dots, w_l / \iota_l]$.

Припустимо тепер, що K є категорією скінченних добутків. Можемо розглядати K як зв'язану модель відповідної сигнатури, що описується багатьма абстрактними типами, а також побудувати синтаксичну стратегію для модифікаційних предикатних запитів, де тер будуть елемента результуючої категорії. Нехай Π – сигнатура предикатів над K , тобто, фактично, множина предикатних символів відповідного типу в O_K . Будемо записувати $\pi : \theta$, якщо $\pi \in$ предикатним символом типу θ . Тоді можемо назвати індексовану категорію Ξ_{Π}^1 над K такою:

1. $\Xi_{\Pi}^1(\theta)$ - дискретна категорія, об'єкта якої є пари $\langle \pi, f \rangle$ такі, що $\pi : r \in \Pi$ і $f : \theta \gg r$ є стрілкою в K . Будемо записувати $\pi(f)$ замість $\langle \pi, f \rangle$.

2. $\Xi_{\Pi}^2(\theta)$, де $F : r \gg \theta$ є функтором, що задає відображення $\pi(\iota) \in O_{\Xi_{\Pi}^1(\theta)}$ в $O(f, \iota)$.

Відмітимо, що коли K є незв'язаною алгебраїчною категорією для сигнатури M_{F_1} на множині предикатних символів, то тоді Ξ_{Π}^1 і $\Xi_{M_{F_1}}^1$ ізоморфні.

Припустимо тепер, що маємо два предикатних символи π і πr типу $r \times r$ і хочемо додати до синтаксичної категорійної стратегії властивість того, що πr є симетрично замкнутим для π . Тоді довільним чином виконаємо приєднання до Ξ_{Π}^1 двох стрілок у шарі $r \times r$:

$$a_1 : \pi \gg \pi r; \quad a_2 : \pi \gg \pi r(\langle p_2, p_1 \rangle).$$

Одержимо нову категорійну стратегією $\Xi_{\theta}^{\pi r}$.

Функтори $\wedge \Pi$ – категорійної стратегії будемо розглядати як інтерпретації. Якщо $[F] = (F, \iota)$ є інтерпретацією із Ξ_1 в Ξ_2 , тоді позначатимемо $F(x)$ через $[X]$ для кожного об'єкта або стрілки x в K . Більш того, для кожної цілі або доведення X в шарі θ позначимо $\iota_{\theta}(x)$ як $[X]_{\theta}$.

Означення 3. Системою абстрактних типів для модифікаційних предикатних запитів вважатимемо триплет (M_F^1, M_F^2, φ) , де M_F^1 - прототип абстрактного типу; M_F^2 - прототип терму; φ - повне відображення.

Означення 4. (Система обмежень). Нехай $ST = \langle M_F^1, M_F^2, \psi \rangle$ – система абстрактних типів даних. Системою обмежень для систе абстрактних типів даних модифікаційних предикатних запитів ST є система обмежень $SO = \{SO_w\}_{w \in \Gamma_F(w_1)}$, де $SO_w \subseteq F_{M_F^1, w}$ є замкнутою відносно операцій диз'юнкції і кон'юнкції; Γ_F -

прототип функторного відображення; $w_1 \subseteq O$. Множина SO_w має фіксованим верхнім елементом логічну константу “істина”, фіксованим нижнім елементом – логічну константу “хиба”.

Означення 5. (Модель модифікаційного предикатного запиту). Для заданого запиту Q над категорійною стратегією Ξ_1 моделлю Q буде пара $([F], \nu)$, де $[F]: \Xi_1 \xrightarrow{SO, \Xi} \Xi_2$ є інтерпретацією і ν є функцією, що виконує відображення твердження $Zh \ll Ch \in Q$ у стрілку $[Zh] \ll^{v(r)} [Ch]$.

Якщо розглянемо запит як індексовану категорію, то тоді ν є функтором із Q в $T(\Xi_2)$, де $T: \text{IKt} \xrightarrow{SO, \Xi} \text{IKt}$ є функтором, який задає відображення індексованої категорії над K в індексовану категорію над O_K , опускаючи всі стрілки в базовій категорії. Формально кажучи, якщо $\Xi_2: K \xrightarrow{SO, \Xi} Kt$, то маємо, що $T(\Xi_2): O_K \xrightarrow{SO, \Xi} Kt$ таке, що $T(\Xi_2)(\theta) = \Xi_2(\theta)$.

В загальному випадку модель $Md: \Xi_1 \xrightarrow{SO, \Xi} \Xi_2$ для запиту Q будемо розглядати, як один із видів ціленезалежних семантик для Q . Для заданої цілі Z абстрактного типу θ відповідні семантики можна розглядати як клас стрілок, напрямлених на $Md_\theta(Z)$ в Ξ_2 .

Розглянемо тепер $\wedge \Pi$ -категорійну стратегію $\Xi_{M_F}^1$, запит Q і індексовану категорію Ξ_2 над $T_{M_{F_1}}$:

1. $\Xi_2(k) = r_F(S_{M_{F_1}}(\emptyset)^k)$, що є впорядкованою множиною, яка розглядається як категорія.
2. $\Xi_2(i)(X) = \{ \langle i_1, \dots, i_k \rangle \mid i[w_1/i_1, \dots, w_k/i_k] \in X \}$. Іншими словами, переіндексований функтор дає нам факторизацію всіх кортежів термів X через i .

Інтерпретація $[F]$ задає відображення атомарної цілі в $\Xi_\theta^1(k)$, тобто атомарної цілі із k вільних змінних в множини k -кортежів базових термів. Зокрема, якщо оголосимо $[V]_\theta$ як множини частково коректних базових відповідей для V в запиті Q , тоді можна виконати розширення $[F]$ моделі, виконуючи відображення твердження $V_1 \ll^{tr} V_2$ у відображення включення $[V_1] \subseteq [V_2]$. Можливо також виконати узагальнення введеної інтерпретації для роботи з абстрактною синтаксичною категорійною стратегією такою, як Ξ_Π^1 .

Розглянемо $\wedge \Pi$ -категорійну стратегію Ξ_Π^1 і індексовану категорію Ξ^2 над K :

1. Для кожного $\theta \in O_K$ $\Xi^2(\theta) = r_f(H(1, K))$, яка є впорядкованою множиною, що розглядається як категорія;
2. Для кожного $f \in H_K(\theta, r)$ $\Xi^2(f)(X) = \{ S \in H(1, \theta) \mid f \in X \}$.

Інтерпретація $[F]$ задає відображення атомарної цілі типу θ на множини стрілок із граничного об'єкта для K в Q . Ці стрілки фактично є категорійними відповідниками базових термів.

Коли семантична стратегія є дискретною, то процедура інтерпретації із Ξ^1 в Ξ^2 може відображати кожен об'єкт із Ξ^1 в деякий об'єкт в Ξ^2 , за умови, що таке відображення є обґрунтованим по відношенню до операції переіндексації. Хоча, в загальному випадку, може виникнути потреба в накладанні додаткових обмежень на процедуру відображення.

Розглянемо тепер $\wedge \Pi$ -категорійну стратегію Ξ^2 . Інтерпретація $[F]$ із Ξ^1 в Ξ^2 зводиться до відображення стрілок S_1 і S_2 на множини стрілок в Ξ^2 . Це в свою чергу означає, що $[\pi\rho] \supseteq [\pi]$ і $[\pi\rho] \supseteq [\pi(\langle p_1, p_2 \rangle)]$, тобто $[\pi\rho] \supseteq [\pi]; \langle p_1, p_2 \rangle$.

Інші слова, інтерпретація для $[\pi\rho]$ повинна містити як інтерпретацію для π , так і для семантичного компонента.

Одним із можливих способів отримання моделі модифікаційного предикатного запиту Q в Ξ^1 є вільне приєднання тверджень Q до відповідних шарів індексованої категорії Ξ^1 . В результаті отримуємо формальну модель для Q .

Означення 6. (Формальна модель модифікаційного запиту). Для заданого модифікаційного предикатного запиту Q над Ξ^1 будемо вважати формальною моделлю, якщо вона існує, модель $Md: \Xi^1 \xrightarrow{SO, \Xi} \Xi^2$ таку, що для кожної іншої моделі Md' для Q існує унікальна інтерпретація I така, що $Md' = (Md; I)$.

Легко довести, що якщо Md і Md' - дві формальні моделі для запиту Q і двох різних $\wedge\Pi$ - категорійних стратегій Ξ^3 і Ξ^4 , то тоді Ξ^3 і Ξ^4 є ізоморфними.

Нехай тепер для заданої цілі Z типу θ в модифікаційному запиті (Q, Ξ^1) прагнемо виконати дедукцію Z , використовуючи як стрілки, розміщені в шарах Ξ^1 , так і твердження самого запиту. Тобто, якщо $x : Z \ll Ch$ є твердженням або стрілкою в Ξ^1 , то потрібно виконати дедукцію із Z до Ch . Таким чином, єдині модифікації, які можемо безпосередньо застосовувати до Z , задаються правилами (стрілка або твердження) типу θ . Можливим є виконання модифікації через використання твердження tr іншого типу r , такого, що Z і заголовок твердження tr стають рівними відразу після виконання їх переіндексації в шарі γ .

Означення 7. (Модифікаційний уніфікатор). Для двох заданих цілей $Z_1 : \theta_1$ і $Z_2 : \theta_2$ в $\wedge\Pi$ - категорійній стратегії Ξ^1 модифікаційним уніфікатором для них будемо вважати з'єднувач $\langle \iota_1, \iota_2 \rangle$ стрілок базової категорії, таких, що

$$\iota_1 : \gamma \gg \theta_1 \xrightarrow{SO, \Xi} \iota_2 : \gamma \gg \theta_2 \text{ та } \iota_1 Z_1 = \iota_2 Z_2.$$

Модифікаційні уніфікатори для пари цілей утворюватимуть категорію UM_{Z_1, Z_2} , де стрілки із $\langle \iota_1, \iota_2 \rangle$ до $\langle S_1, S_2 \rangle$ задаються на основі загального означення стрілок між з'єднувача, тобто морфізмом $f : M_{\text{dom}}(\iota_1) \xrightarrow{SO, \Xi} M_{\text{dom}}(S_1)$ таким, що $f; S_1 = \iota_1$ і $f; S_2 = \iota_2$.

Означення 8. Найбільш загальним уніфікатором U_{mg} для цілей $Z_1 : \theta_1$ і $Z_2 : \theta_2$ в $\wedge\Pi$ - категорійній стратегії Ξ^1 будемо вважати максимальний елемент в UM_{Z_1, Z_2} .

Тепер розглянемо індексовану категорію $\Xi^1_{M_{r_1}}$. Для заданих цілей $\pi_1(\iota_1) : \theta_1$; $\pi_2(\iota_2) : \theta_2$ модифікаційним уніфікатором є пара стрілок $S_1 : \gamma \gg \theta_1$ і $S_2 : \gamma \gg \theta_2$. Проте немає уніфікатора між цілями $\pi_1(\iota_1)$ і $\pi_2(\iota_2)$ у випадку, коли $\pi_1 \neq \pi_2$.

Можна виконати редукцію цілі $Z : \theta$ зі стрілкою $f : Zh \ll Ch$ в шарі r , якщо існує стрілка $S : r \gg \theta$ така, що $S \sim Z = Zh$. Будемо називати пару $\langle S, f \rangle$ з такі властивостями редукційною. Всі редукційні пари утворюють категорію таку, що $t \in M_{r_x}$ є стрілкою з $\langle S_1, f_1 \rangle$ в $\langle S_2, f_2 \rangle$, якщо $S_1 = t$; S_2 і $t \sim f_2 = f_1$. Найбільш загальною будемо вважати максимальну редукційну пару.

Означення 9. (Категорійна дедукція). Для заданого запиту (Q, Ξ^1) означимо транзитивну систему з мітка $(U_{\theta \in O_k} O_{\Xi^1 \theta}, \sim \gg f)$, де в якості об'єктів будуть:

1. Твердження зворотного ланцюга $Z \ll^{S, \iota, tr} \gg \iota \sim Ch$, якщо tr є твердженням типу $Zh \ll^{tr} Ch$ і $\langle S, \iota \rangle$ є уніфікатором для Z і Zh (тобто $S \sim Z = \iota \sim Zh$).

2. Стрілки зворотного ланцюга $Z \ll^{S, f} \gg Ch$, якщо Z є ціллю в шарі θ і $f : Zh \ll Ch$ - стрілкою в шарі r , а $\langle S, f \rangle$ - редукційною парою для Z .

Категорійною дедукцією будемо вважати дедукцію в даній транзитивній системі.

Якщо обмежимо кроки дедукції суто до виконання найбільш загальних уніфікаторів і найбільш загальних редукційних пар, то одержимо нову транзитивну систему $(U_{\theta \in O_k} O_{\Xi^1 \theta}, \sim \gg f_2)$ і відповідне поняття найбільш загальної категорійної дедукції.

Для заданої послідовності цілей Z_0, \dots, Z_i і послідовності міток m_0, \dots, m_{i-1} , де $i \geq 0$, таких, що

$$Z_0 \overset{m_0}{\sim} Z_1 \dots Z_{i-1} \overset{m_{i-1}}{\sim} Z_i$$

введемо категорійну дедукцію $Z \overset{C}{\sim} \gg *Z_i$, де $C = m_0 \dots m_{i-1}$ є рядком, отриманим в результаті конкатенації всіх міток. Позначати \emptyset_z порожню дедукцію, що стартує з цілі Z .

Означення 10. Для заданої категорійної дедукції C , обчислюваною відповіддю для C , будемо вважати (і відповідно позначати $Vd(C)$) деяку стрілку в K , означену наступним чином:

$$Vd(\emptyset_z) = \text{id}_\theta, \text{ } \forall \hat{\iota} \hat{\iota} Z : \theta \gg \text{ } Vd(\langle s, f \rangle, C) = Vd(C); S \gg \text{ } Vd(\langle s, \iota \rangle, C) = Vd(C); S.$$

Найбільш загальними обчислюваними відповідями будемо вважати такі, що відповідають найбільш загальній категорійній дедукції.

Для виконання застосування процедури категорійної резолюції до випадку премоноїдних структур на шарах індексованої категорії модифікаційних предикатних запитів введемо нове означення для уніфікатора.

Означення 11. (Премоноїдний уніфікатор). Для заданої премоноїдної $\wedge\Pi$ - категорійної стратегії Ξ^1 над K і цілей $Z:\theta$ і $Z':r$ премоноїдним уніфікатором з Z' в Z будемо вважати кортеж $\langle S, \iota, Z_1, Z_2 \rangle$ такий, що існує $\gamma \in O_K$, де $S:\gamma \rightarrow \theta$, $\iota:\gamma \rightarrow r$, $Z_1:\gamma$, $Z_2:\gamma$, $Z_1 \Theta_\gamma \iota \sim Z' \Theta_\gamma Z_2 = S \sim Z$.

Для заданих уніфікаторів $\langle S, \iota, Z_1, Z_2 \rangle$ і $\langle S', \iota', Z'_1, Z'_2 \rangle$ стрілкою з першого уніфікатора в другий є стрілка f в K така, що

$$\text{dom}(f) = \text{dom}(S), \text{cod}(f) = \text{dom}(S'), f \circ S' = S, f \circ \iota' = \iota, f \sim Z'_1 = Z_1, f \sim Z'_2 = Z_2.$$

Тому премоноїдні уніфікатори для Z та Z' утворюють категорію. Максимальні елементи даної категорії будемо називати найбільш загальними премоноїдними уніфікаторами.

Для заданої категорії $\Xi_{M_{F_2}}^\ominus$ розглянемо ціль $Z' = \pi_1(f_1), \dots, \pi_k(f_k)$ типу θ і атомарну ціль $Z = \pi_i(f)$ типу r . Якщо маємо діаграму зворотного зсуву, де премоноїдні уніфікатори із Z' в Z мають максимальний елемент заданий через

$$\langle S, \iota, S^-(\pi_1(f_1), \dots, \pi_{i-1}(f_{i-1})), S^-(\pi_{i+1}(f_{i+1}), \dots, \pi_k(f_k)) \rangle,$$

і якщо $\pi_i = \pi_j$ для деякого j та f і f_j має найбільш загальний премоноїдний уніфікатор $N_{mg}^K(S', \iota')$, тоді максимальний елемент не є унікальним із точністю до ізоморфізму, оскільки хоча

$$\langle S', \iota', (S')^-(\pi_1(f_1), \dots, \pi_{j-1}(f_{j-1})), S^-(\pi_{j+1}(f_{j+1}), \dots, \pi_k(f_k)) \rangle$$

є максимальним, проте не ізоморфний до попереднього елемента.

Якщо візьмемо транзитивну систему для категорійної дедукції модифікаційних предикатних запитів, яку означили, і введемо премоноїдні уніфікатори замість звичайних уніфікаторів у правилах зворотного ланцюга, то отримаємо нову транзитивну систему для премоноїдних дедукцій модифікаційних предикатних запитів.

Означення 12. (Премоноїдна дедукція). Для заданої премоноїдної $\wedge\Pi$ - категорійної стратегії Ξ^1 введемо транзитивну систему з мітка $(\bigcup_{\theta \in O_K} O_{\Xi^1, \theta}, \sim)$ з цілями в якості об'єктів відповідно до наступних правил:

1. Для тверджень зворотного ланцюга $Z \langle S, \iota, Z_1, Z_2, tr \rangle \sim Z_1 \Theta \iota \sim Ch \Theta Z_2$, якщо tr є твердженням вигляду $Zh \ll Ch$, тоді $\langle S, \iota, Z_1, Z_2 \rangle$ є премоноїдним уніфікатором для Zh в Z .

2. Для стрілок зворотного ланцюга $Z \xrightarrow{\langle s, f \rangle} Ch$, $(s, f : Zh \ll Ch)$ є редуційною парою для Z .

Премоноїдною дедукцією модифікаційних предикатних запитів будемо вважати дедукцію в даній транзитивній системі. Якщо обмежити правила для тверджень зворотного ланцюга лише для випадку при якому пара $\langle s, \iota \rangle$ утворює найбільш загальний уніфікатор N_{mg} для Zh в Z , а правила стрілок зворотного ланцюга обмежити до випадку, у якому пара $\langle s, f \rangle$ є найбільш загальною редуційною парою, то відповідні премоноїдні дедукції модифікаційних предикатних запитів можна означити тоді наступним чином:

1. $Vd(\emptyset_z) = id_\theta$, якщо $Z \in O_{\Xi^1, \theta}$;
2. $Vd(\langle s, f \rangle * e) = Vd(e) \circ s$;
3. $Vd(\langle s, \iota, Z_1, Z_2, tr \rangle * e) = Vd(e) \circ s$.

Якщо працюємо з $\wedge\Pi$ - категорійною стратегією $\Xi_{M_{F_1}}^1$, то найбільш загальна категорійна дедукція відповідає стандартній Prolog-резолюції для атомарних цілей і бінарних тверджень, за винятком, можливо, $\pi(\iota) \sim \pi(\iota)$. Тепер розглянемо $\Xi_{M_{F_1}}^\ominus$ і премоноїдні дедукції. Припустимо, що Q є запитом над $\Xi_{M_{F_1}}^\ominus$ із тією властивістю, що для кожного твердження $Z \ll Z'$, Z є атомарною ціллю $\pi(\iota)$. Очевидно, що найбільш загальні премоноїдні категорійні дедукції в даному випадку відповідають стандартній процедурі Prolog-резолюції. Більше того, якщо e є премоноїдною дедукцією, тоді $Vd(e)$ є її коректною обчислюваною відповіддю. Якщо ж e є найбільш загальною премоноїдною дедукцією, тоді $Vd(e)$ є простою обчислювальною відповіддю.

Проте, наприклад, для твердження $\pi(t_1), \pi(t_2) \ll Z$ немає відповідника в стандартній процедурі Prolog-резолюції, оскільки в даному випадку це твердження не є еквівалентним парі тверджень $\pi_1(t_1) \ll Z$ і $\pi_2(t_2) \ll Z$. Якщо виберемо скінченні добутки як структуру представлення, то одержимо проєкційні стрілки $p : \pi_1(t_1), \pi_2(t_2) \rightarrow \pi_i(t_i)$. Далі виконаємо підстановку в ціль $\pi_i(t_i)$ значення p_i , а тоді значення tr , щоб отри-

мати Z . Проте в премоноїдній структурі не маємо prj -стрілок. Тому не зможемо виконати редукцію $\pi_1(t_i)$ за допомогою твердження tr .

Використаємо введені означення премоноїдної дедукції для побудови моделі модифікаційного предикатного запиту Q в премоноїдній $\wedge\Pi$ -категорійній стратегії Ξ^1 .

Для цього спершу введемо поняття згладженої і простої премоноїдних категорійних дедукцій.

Означення 13. Премоноїдну дедукцію будемо вважати згладженою,

якщо для кожного кроку $Z \xrightarrow{\sim} Z'$ матимемо, що $s = id_\theta$, коли Z знаходиться в шарі θ .

Означення 14. Премоноїдну дедукцію будемо вважати простою, коли немає двох послідовних кроків для стрілок зворотного ланцюга і не існує жодного кроку для стрілок зворотного ланцюга із f в якості ідентифікаційної стрілки.

Для заданої згладженої дедукції $e: Z \rightsquigarrow^* Z'$ в шарі θ і стрілки $l: r \rightarrow \theta$ в K означимо нову згладжену дедукцію $l \frown e: Z \rightsquigarrow^*(Z')$ на шарі r , виконуючи заміну:

- 1) кожного кроку $Z_x \xrightarrow{\sim} Z_y$ на $Z_x \xrightarrow{\sim} Z_y$;
- 2) кожного кроку $Z_1 \xrightarrow{\sim} Z_2$ на $l \frown (Z_x) \xrightarrow{\sim} l \frown (Z_y)$.

Більше того, якщо $e: Z_1 \rightsquigarrow Z_2$ є дедукцією із Z_1 типу θ , $Vd(e) = f$, тоді для кожного Z типу θ означимо нову дедукцію

$$Z \Theta e: Z \Theta Z_1 \rightsquigarrow^* f \frown Z \Theta Z_2$$

через виконання індукції на структурі e :

- 1) $Z \Theta \emptyset_{Z_1} = \emptyset_{Z \Theta Z_1}$;
- 2) $Z \Theta (< s, f > * e) = < s, s \frown Z \Theta f > * (s \frown Z \Theta e)$;
- 3) $Z \Theta (< s, t, Z_x, Z_y, tr > * e) = < s, t, tr, s \frown Z_x, Z_y > * (s \frown Z \Theta e)$.

Подібним чином, можна оголосити ще одну нову дедукцію:

$$\ell \Theta Z: Z_1 \Theta Z \rightsquigarrow Z_2 \Theta f \frown Z.$$

Тепер виконаємо побудову премоноїдної такої індексованої категорії Ξ^2 :

1) $\Xi^2\theta$ є підкатегорією простих премоноїдних дедукцій типу θ , із фіксованими доменами і ко-доменами;

2) премоноїдна структура в $\Xi^2\theta$ задається через θ і нейтральний елемент I_θ для $\Xi^1\theta$. Природні перетворення γ, ν і r є виділеними елементами;

3) для кожного $f: \theta \rightarrow r$ в K реіндексуєчий функтор $\Xi^2 f$ задає відображення дедукції e в $f \frown e$. Крім того, даний функтор зберігає премоноїдні структури. Таким чином, можемо виконати оголошення премоноїдної інтерпретації $[F] = (id_K, \eta)$ із Ξ^1 в Ξ^2 і функції вибору ν для тверджень в Q такої, що

- 1) $\left[f: Z \gg Z' \right]_\theta = Z' \xrightarrow{\sim} Z$;
- 2) $\nu \left(Zh \xleftarrow{tr} Ch \right) = Zh \xrightarrow{\sim} Ch, Z' \xrightarrow{\sim} Z$.

В результаті матимемо, що $([F], \nu)$ утворює премоноїдну модель для (Q, Ξ^1) . Можливим є також виконання адаптації побудованої конструкції до випадку, коли Ξ^1 не є чітко премоноїдною. В такому разі, для кожного θ множина стрілок ϑ_x в $\Xi^2\theta$ задається множиною дедукцій $X \xrightarrow{\sim} I\theta X$, де ϑ_x в редукційних парах є природним ізоморфізмом в $\Xi^1\theta$. Хоча, оскільки ця множина дедукцій повинна бути природною в X , повинні розглядати відношення еквівалентності на множині стрілок для $\Xi^2\theta$ таких, що, наприклад,

$$X \Theta Y \xrightarrow{\sim} (X \Theta I) \Theta Y \xrightarrow{\sim} (X \Theta I) \Theta I \frown Ch$$

є еквівалентною до

$$X \Theta Y \xrightarrow{\sim} \Theta I \frown Ch \xrightarrow{\sim} (X \Theta I) \Theta I \frown Ch.$$

Розглянемо премоноїдну $\wedge\Pi$ – категорійну стратегію $\Xi_{M_{F_2}}^\ominus$ і семантичну $\wedge\Pi$ – категорійну стратегію Ξ^2 .
 Можемо побудувати модель $([F], \nu)$ для базових обчислюваних відповідей через введення для кожного об'єкта Z

$$[Z]_\theta = \{Vd(e) | e:Z \rightsquigarrow *Z', \text{ де } Z':1\}.$$

Якщо $f:Z_1 \rightarrow Z_2$ є стрілкою в шарі θ і e є дедукцією для Z_1 за умови, що $Vd(e) \in H(1, \theta)$, тоді $\langle id_\theta, f \rangle *e$ є дедукцією для Z_2 і

$$Vd(\langle id_\theta, f \rangle *e) = Vd(e) \in H(1, \theta).$$

Тому $[Z_2]_\theta \supseteq [Z_1]_\theta$ і можемо виконати розширення $[F]$ до індексованого функтора

$$[f:Z_1 \rightarrow Z_2]_\theta: [Z_1]_\theta \subseteq [Z_2]_\theta.$$

Те саме має місце і для твердження $Zh \ll^{tr} Ch$, тому можемо оголосити

$$\nu(tr) = [Zh]_\theta \subseteq [Ch]_\theta,$$

що і дає нам шукану модель.

Означення 15. (Премоноїдні семантичні $\wedge\Pi$ - стратегії). Премоноїдною семантичною $\wedge\Pi$ - стратегією є премоноїдна $\wedge\Pi$ - стратегія така, що

- 1) є семантична $\wedge\Pi$ - категорійній стратегії;
- 2) кожний морфізм на шарах є центральним;
- 3) для кожного θ , як об'єкта базової категорії, премоноїдні функтори Θ_θ зберігають канонічні ко-границі для ν -ланцюгів.

Фактично друга умова еквівалентна вимозі того, щоб шари мали моноїдну структуру, задану через $f_1 \Theta f_2 = (f_1 \Theta Z_2) \circ (Z'_1 \Theta f_2) = (Z_1 \Theta f_2) \circ (f_1 \Theta Z'_2)$ для кожного $f_1:Z_1 \gg^{SO, \Xi} Z'_1$ і $f_2:Z_2 \gg^{SO, \Xi} Z'_2$. Можна було б також задати більш детальні обмеження на множину стрілок, але введення більшої степені загальності суттєво не вплине в даному випадку на ефективність формального апарату, який прагнемо побудувати.

У випадку, коли Ξ^1 і Ξ^2 є премоноїдними $\wedge\Pi$ - стратегіями і $[F]$ є премоноїдною інтерпретацією, прагнемо отримати ланцюг премоноїдних інтерпретацій із премоноїдною ко-границею. Після чого можна виконати розширення отриманої ко-границі до рівня премоноїдної моделі.

Для $\eta' = R_Q(\eta)$ і $(\theta_1)' = R_Q(\theta_1)$, коли Z_1 і Z_2 є динамічними цілями матимемо:

$$\eta'_\theta(Z_1 \Theta_\theta Z_2) = \eta'_\theta(Z_1) \Theta_{F_\theta} \eta'_\theta(Z_2), (\theta_1)'_{\theta, Z_1 \Theta_\theta Z_2} = (\theta_1)'_{\theta, Z_1} \Theta_\theta (\theta_1)'_{\theta, Z_2}.$$

Оскільки єдиними стрілками між динамічними цілями є нейтральні елементи або r, ϑ, γ – компоненти премоноїдних структур, то зрозумілим стає і спосіб оголошення η' на множині стрілок, який дозволить одержати моноїдну інтерпретацію. Аналогічне потрібне також для канонічного морфізму для інтерпретацій $\omega:[F] \rightarrow R_Q([F])$:

$$\omega_{\theta, Z_1 \Theta_\theta Z_2} = \omega_{\theta, Z_1} \Theta_{\omega_{\theta, Z_2}}.$$

Таким чином, тепер можна змінити означення для τ , додаючи випадок

$$\tau_{\theta, Z_1 \Theta_\theta Z_2} = \tau_{\theta, Z_1} \Theta_{\tau_{\theta, Z_2}},$$

де Z_1, Z_2 є динамічними цілями.

Завдяки тому факту, що моноїдні оператори зберігають ко-границі для ν -ланцюгів матимемо, що коли побудовано ланцюг

$$[F]^\ominus \xrightarrow{\omega} [F]^1 \xrightarrow{R_Q(\omega)} \dots \xrightarrow{R_Q^k(\omega)} [F]^k \rightarrow \dots,$$

то ко-границя $([F]^\nu, \{\tau_i\}_{i \in N})$ є саме випадком моноїдної ко-границі. Зокрема, для кожного $\theta \in O_\kappa$ і $Z_1, Z_2 \in O_{\Xi^1 \theta}$ матимемо:

$$[Z_1 \Theta Z_2]^\nu = [Z_1]^\nu \Theta [Z_2]^\nu, (\tau_i)_{\theta, Z_1 \Theta Z_2} = (\tau_i)_{\theta, Z_1} \Theta_\theta (\tau_i)_{\theta, Z_2}.$$

Якщо D є ланцюгом інтерпретацій, то $[Z_1 \Theta Z_2]^\nu$ є ко-границею для $D' = D \circ Fb_\theta \circ OF_{Z_1 \Theta Z_2}$. Це у свою чергу означає, що $D'(i) = D(i)_\theta(Z_1 \Theta Z_2) = D(i)_\theta(Z_1) \Theta D(i)_\theta(Z_2)$, оскільки кожна $D(i)$ є моноїдною інтерпретацією і Θ зберігає канонічні ко-границі для ν -ланцюгів.

Розглянемо премоноїдну $\wedge\Pi$ – категорійну стратегію $\Xi_{M_{F_2}}^\ominus$ і премоноїдну семантичну стратегію Ξ^2 . В премоноїдній інтерпретації $[F]$ такій, де $[Z]_\theta = H(1, \theta)$, $\forall \theta \in Z = I_\theta$, виконується відображення моноїдної структури I_θ із $\Xi_{M_{F_2}}^\ominus$ в деяку моноїдну структуру із Ξ^2 . Якщо виконати обчислення семантики фіксованого значення для Q виходячи із $[F]$, то отримаємо модель модифікаційного предикатного запиту.

Висновки та перспективи подальших досліджень.

У даній статті виконано адаптацію введеної процедури категорійної резолюції до випадку премоноїдних структур на шарах індексованої категорії модифікаційних предикатних запитів. Запропоновано нове означення премоноїдного уніфікатора і найбільш загального уніфікатора в премоноїдній категорійній стратегії та системі обмежень. Введено транзитивну систему для премоноїдних дедукцій модифікаційних предикатних запитів, як розширення базової транзитивної систе для категорійної дедукції завдяки премоноїдним уніфікаторам. Премоноїдна дедукція розглядається як дедукція в даній транзитивній системі. Для премоноїдної категорійної стратегії застосовано транзитивну систему із мітка і ціля в якості об'єктів. Введено поняття зглаженої і простої премоноїдних дедукцій із коректних обчислюваних відповіддя. Побудовано премоноїдну індексовану категорію із підкатегорією простих премоноїдних дедукцій з фіксованими доменами і ко-домена та природними перетворення в якості виділених елементів. Введені реіндекуючі функтори виконують відображення дедукції і зберігають застосовані премоноїдні структури, що дозволяє виконати оголошення скінченної премоноїдної інтерпретації, яка є основою для побудови премоноїдної моделі модифікаційних предикатних запитів. Показано спосіб побудови процедур одержання як ланцюга премоноїдних інтерпретацій модифікаційних предикатних запитів із премоноїдною ко-границею, яка може бути розширена до рівня моделі модифікаційних предикатних запитів, так і одержання моноїдної інтерпретації на основі аналізу стрілок між динамічними ціля. Подальші дослідження даного напрямку будуть зосереджені на розширенні одержаної формальної моделі модифікаційних предикатних запитів та побудови її коректних імплементацій.

1. *Burhans D., Shapiro S.* Expanding the notion of answer in rule-based systems / Technical Report 99- 07 // Department of Computer Science and Engineering, SUNY Buffalo. – Nov. 1999. - 155 p.
2. *Abstract diagnosis / M. Comini, G. Levi, M. Meo, G. Vitiello // J. of Logic Programming, 1999. - №39 (1 - 3). - P. 43— 93.*
3. *Comini M., Meo M.* Compositionality properties of SLD-derivations. // Theoretical Computer Science.— №211(1&2). — 1999. — P.275 — 309.
4. *Cousot P., Cousot R.* Temporal abstract interpretation // Confer. Record of the 27 Annual ACM SIGPLAN-SIGACT Symp. on Principles of Programming Languages. — Boston, USA. — January 2000. — New York: ACM Press, —P. 12—25.
5. *Gabbriellini M., Levi G., Meo M.* Resultants semantics for PROLOG // J. of Logic and Computation. 1996.— №6 (4). —P. 491— 521.
6. *Jacobs B.* Categorical Logic and Type Theory. // Studies in Logic and the Foundations of Mathematics. —North Holland, Elsevier.—1999.— 325 p.
7. *Lipton J., McGrail R.* Encapsulating data in logic programming via categorical constraints / Palamidessi C., Glaser H., Meinke K. Editors // Principles of Declarative Programming. — Vol. 1490 of Lecture Notes in Computer Science. — Springer Verlag, Berlin.— 1998. — P. 391-410.
8. *Maleusieux F., Ridoux O., Boizumault P.* Abstract compilation of Prolog. / Ed. Jaar J. // Joint Intern. Conf. and Symp. on Logic Programming. — Manchester, United Kingdom. — June 1998. — MIT Press. — P.130 — 144.
9. *Power J., Robinson E.* Premonoidal categories and notions of computation // Mathematical Structures in Computer Science. —Oct. 1997.— № 7(5).— P. 453—468.
10. *Corradini A., Asperti A.* A categorical model for logic programs: Indexed monoidal categories / Proc. REX Workshop '92 // Springer Lectures Notes in Computer Science. — 1992.—P. 5 — 36.
11. *Corradini A., Montanari U.* An algebraic semantics for structured transition systems and its application to logic programs. // Theoretical Computer Science. —Aug. 1992. — №103(1).— P. 51 — 106.
12. *Barbuti R., Giacobazzi R., Levi G.* A General Framework for Semantics-based Bottom-up Abstract Interpretation of Logic Programs // ACM Transactions on Programming Languages and Systems. — № 15(1). — 1993.—P. 133—181.
13. *Finkelstein S., Freyd P., Lipton J.* Logic programming in tau categories // Computer Science Logic '94, Lecture Notes in Computer Science. — Berlin: Springer Verlag, — 1995. — Vol. 933. - P. 249 — 263.
14. *Шекета В.І.* Модифікаційні предикатні запити // Пробл. програмування. — 2004. — №2 — 3. — С. 339 — 343.
15. *Шекета В.І.* Ініціалізація еластичних семантик над простором Гербранда для модифікаційних предикатних запитів // Міжнар. наук.-техн. журн. «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах»– Хмельницький. – 2003. – № 2(22). – С. 13-18.
16. *Шекета В.І.* Аналіз семантики шаблонів виклику модифікаційних предикатних запитів для інформаційних систем на основі баз даних і знань // Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології: Вісник Національного університету "Львівська політехніка"— Львів.— 2003. — № 496. — С.217—228.