УДК 512.544

Л. А. Курдаченко, В. В. Пылаев

О группах с минимаксными фактор-группами

Рассматриваются группы, в которых всякая нормальная подгруппа, не являющаяся минимаксной, определяет минимаксную фактор-группу. Если G — группа с таким свойством, то, очевидно, либо G обладает возрастающим рядом нормальных подгрупп с минимаксными факторами, либо G включает в себя такую нормальную минимаксную подгруппу H, что G/H не имеет уже минимаксных нормальных неединичных подгрупп. В частности, всякая собственная фактор-группа G/H минимаксна. В данной работе рассматривается первая ситуация.

Розглядаються групи, в яких кожна нормальна підгрупа, що не є мінімаксною, визначає мінімаксну фактор-групу. Якщо G — група з такою властивістю, то, очевидно, або G має зростаючий ряд нормальних підгруп з мінімаксними факторами, або G містить в собі таку нормальну мінімаксну підгрупу H, що G/H не має вже мінімаксних нормальних неодиничних підгруп. Зокрема, всяка власна фактор-група G/H є мінімаксна. В даній роботі розглядається перша ситуація.

При изучении разрешимых групп с условием максимальности для нормальных подгрупп естественным образом выделились группы, у которых некоторые дополнительные ограничения налагались на все собственные фактор-группы (т. е. на фактор-группы по нееднничным нормальным подгруппам). Так, Маккарти [1, 2] и Уилсон [3] изучали группы, все собственные фактор-группы которых конечны. Гровс [4] начал изучать группы с собственными полициклическими фактор-группами. Такие группы обстоятельно исследовали Робинсон и Уилсон [5]. Вместе с тем начали разрабатывать и группы с ограничениями не на все собственные фактор-группы, а лишь на некоторые. Так, Робинсон изучал конечнопорожденные группы, все конечные фактор-группы которых нильпотентны (см. [6], теорема 10.51), Сегал — группы со сверхразрешимыми конечными фактор-группами [7], Д. И. Зайцев [8] — группы, периодические фактор-группы которых локально нильпотентны, Чемберлен и Каппе [9] — нильпотентные группы, конечные фактор-группы которых циклические. Естественно возникает и другой подход. Пусть P — теоретико-групповое свойство. Можно изучать группы, в которых всякая нормальная подгруппа, не имеющая свойства P, определяет фактор-группу со свойством P. Такие группы можно рассматривать как естественное обобщение групп, все собственные фактор-группы которых имеют свойство P. Например, класс групп, все бесконечные нормальные подгруппы которых имеют конечные индексы, содержит некоторые черниковские группы. В настоящей работе изучаются группы, в которых всякая неминимаксная нормальная подгруппа определяет минимаксную фактор-группу (группа называется минимаксной, если она обладает конечным субнормальным рядом, факторы которого удовлетворяют условиям минимальности или максимальности для подгрупп). Если G — группа с таким свойством, то, очевидно, либо G обладает возрастающим рядом нормальных подгрупп с минимаксными факторами, либо G включает в себя такую нормальную минимаксную подгруппу H, что G/H не имеет неединичных минимаксных нормальных подгрупп. В частности, всякая собственная фактор-группа G/H минимаксна. В настоящей работе рассматривается первая ситуация. Группы, все собственные фактор-группы которых минимаксны, требуют отдельного рассмотрения.

В дальнейшем через $P'_n(\mathfrak{F} \cup \mathfrak{A}_2)$ обозначим класс групп, обладающих возрастающим рядом нормальных подгрупп, факторы которого конечны или абелевы минимаксные группы. Положим также $FC(G) = \{x \in G \mid |G : G_G(x)| < \infty\}$. $FC(G)$ — характеристическая подгруппа G, ее называют FC-центром G. Отправляясь от FC-центра, можно построить верхний FC-центральный ряд G: это ряд $\langle 1 \rangle = F_0 \leqslant F_1 \leqslant \ldots \leqslant F_\gamma$, в котором $F_{\alpha+1}/F_\alpha = FC(G/F_\alpha)$, $\alpha < \gamma$. Если последний член $F_\gamma = FC_\infty(G)$ (верхний FC-гиперцентр) совпадает с G, то группу G называют FC-гиперцентральной. Очевидно, если $G \in P'_n(\mathfrak{F} \cup \mathfrak{A}_2)$, $H \lhd G$ и H — периодическая, то $H \leqslant FC_\infty(G)$.

Лемма 1. *Пусть в группе G существует такая бесконечная цепочка $\langle 1 \rangle = A_0 \leqslant A_1 \leqslant \ldots \leqslant A_n \leqslant \ldots$ нормальных подгрупп, факторы которой — неединичные минимаксные абелевы группы без кручения. Тогда G включает в себя такие нормальные подгруппы B, C, что $C \leqslant B$, C не минимаксна, $B/C = \mathop{\mathrm{X}}\limits_{n \in \mathbb{N}} F_n$, где $\langle 1 \rangle \neq F_n \lhd G/C$ при любом $n \in \mathbb{N}$.*

Это утверждение доказано в работе [10] (см. лемму 5).

Лемма 2. *Пусть G — группа, T — ее центральная периодическая подгруппа, G/T — абелева и без кручения. Если порядки элементов T ограничены в совокупности, то G включает в себя такую нормальную подгруппу без кручения H, что порядки элементов G/H ограничены в совокупности.*

Доказательство. Для каждого $g \in G \setminus T$ отображение $x \to$

$\to [g, x]$, $x \in G$, будет эндоморфизмом G, ядро которого совпадает с $C_G(g)$, а образ — подгруппа T. В частности, порядки элементов $G/C_G(g)$ делят некоторое число r (r — это наименьшее общее кратное порядков элементов подгруппы T). Из равенства $\zeta(G) = \bigcap_{g \in G} C_G(g)$ получаем вложение $G/\zeta(G) \leqslant \prod_{g \in G} G/C_G(g)$, которое показывает, что $G/\zeta(G)$ — группа конечного периода. Подгруппа $H = \zeta(G)^r$ не имеет кручения и порядки элементов G/H ограничены в совокупности. Лемма доказана.

Следуя работе Д. И. Зайцева [11], бесконечную абелеву нормальную в G подгруппу A назовем бесконечно неприводимой в G, если A не включает в себя собственных бесконечных G-допустимых подгрупп и обладает хотя бы одной конечной неединичной G-допустимой подгруппой.

Теорема. *Пусть $G \in P'_n(\mathfrak{F} \cup \mathfrak{A}_2)$. Если G не является минимаксной и всякая неминимаксная нормальная подгруппа G определяет минимаксную фактор-группу, то G включает в себя такую конечную нормальную подгруппу F, что $G/F = \bar{G} \leqslant G_1 \times G_2$, $\mathrm{pr}_{G_i}\bar{G} = G_i$, $i = 1, 2$, причем*

1) *G_1 — минимаксная группа;*

2) *G_2 включает в себя бесконечную элементарную абелеву p-подгруппу $A \leqslant FC(G_2)$, которая нормальна и бесконечно неприводима в G_2;*

3) *$C_{G_2}(A)/A$ конечна;*

4) *G_2/A включает в себя разрешимую минимаксную подгруппу без кручения конечного индекса.*

Доказательство. Обозначим через $G_{\mathfrak{F}}$ пересечение всех подгрупп, имеющих в G конечный индекс, и положим $H = G/G_{\mathfrak{F}}$. Предположим, что $FC(H)$ бесконечна. Пусть $1 \neq x_1 \in FC(H)$. Тогда подгруппа $X_1 = \langle x_1 \rangle^H$ конечна. Так как H финитно аппроксимируема, то существует подгруппа $R_1 \lhd H$ со свойствами $R_1 \cap X_1 = \langle 1 \rangle$, $|H : R_1|$ конечен. В частности, $FC(H) \cap R_1$ бесконечна. Пусть $1 \neq x_2 \in FC(H) \cap R_1$. Снова подгруппа $X_2 = \langle x_2 \rangle^H$ конечна. Выбираем подгруппу $R_2 \lhd G$ такую, что $|H : R_2|$ конечен и $R_2 \cap X_1X_2 = \langle 1 \rangle$. Рассуждая аналогично, построим такое бесконечное семейство $\{X_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ конечных неединичных нормальных подгрупп H, что $\langle X_n \mid n \in \mathbb{N} \rangle = \mathop{\mathrm{X}}_{n \in \mathbb{N}} X_n$. Но тогда H включает в себя нормальную подгруппу, не являющуюся минимаксной, фактор-группа по которой также не будет минимаксной. Полученное противоречие доказывает конечность $FC(H)$. Это означает, что H включает в себя нормальную абелеву минимаксную подгруппу B без кручения. Обозначим через $\mathfrak{S}$ семейство всех нормальных в H подгрупп конечного индекса и пусть $C = \bigcap_{S \in \mathfrak{S}} BS$. Тогда, очевидно, C абелева, нормальна в H и H/C финитно аппроксимируема. Периодическая часть подгруппы C конечна. Чтобы не вводить новых обозначений, можно считать, что C без кручения. C включает в себя H-допустимую минимаксную подгруппу D. Обозначим через E_1/D периодическую часть C/D. Тогда $E_1 \lhd H$ и $\Pi(E_1/D)$ конечно, т. е. E_1 минимаксна. В фактор-группе C/E_1 снова выбираем сервантную минимаксную H-допустимую подгруппу E_2/E_1 и т. д. Лемма 1 показывает, что процесс выбора подгрупп E_n не может быть бесконечным, т. е. $E_k = C$ для некоторого $k \in \mathbb{N}$. Если H/E_k непериодическая, то, повторяя приведенные выше рассуждения, продолжим строить ряд H-допустимых подгрупп с минимаксными абелевыми факторами без кручения. Лемма 1 показывает, что построение такого ряда нельзя продолжать бесконечно. Следовательно, H/E_t — периодическая финитно аппроксимируемая группа для некоторого $t \in \mathbb{N}$. Но тогда H/E_t — FC-гиперцентральна. Как и выше, можно показать, что $FC(H/E_t)$ конечна. Это означает, что $H = G/G_{\mathfrak{F}}$ минимаксна, почти разрешима и почти без кручения.

Пусть $\langle 1 \rangle = B_0 \leqslant B_1 \leqslant \ldots \leqslant B_\gamma = G_{\mathfrak{F}}$ — ряд G-допустимых подгрупп $G_{\mathfrak{F}}$, факторы которого конечны или минимаксные абелевы. Не ограничивая общности, можно считать, что если $B_{\alpha+1}/B_\alpha$ — бесконечный фактор, то он без кручения (этого можно добиться, уплотняя ряд). Если $B_{\alpha+1}/B_\alpha$ — конечный фактор, то индекс $|G : C_G(B_{\alpha+1}/B_\alpha)|$ конечен, т. е. $C_G(B_{\alpha+1}/B_\alpha) \geqslant G_{\mathfrak{F}}$. Пусть теперь $B_{\alpha+1}/B_\alpha$ бесконечен. Из следствия 10.37

книги [6] получаем, что абелевы подгруппы $G/C_G(B_{\alpha+1}/B_\alpha)$ минимаксны, а из теоремы Бэра — Зайцева (см., например, [6], теорема 10.36) следует, что $G/C_G(B_{\alpha+1}/B_\alpha)$ минимаксна. Очевидно, она не включает в себя квазициклических подгрупп, поэтому $G/C_G(B_{\alpha+1}/B_\alpha)$ финитно аппроксимируема (см., например, [6], теорема 9.31). Снова $G_{\mathfrak{F}} \leqslant C_G(B_{\alpha+1}/B_\alpha)$. Это означает, что $B_{\alpha+1}/B_\alpha$ — центральный фактор $G_{\mathfrak{F}}$ для любого $\alpha < \gamma$, т. е. $G_{\mathfrak{F}}$ гиперцентральна. Пусть T — периодическая часть $G_{\mathfrak{F}}$. Из леммы 1 получаем, что $G_{\mathfrak{F}}/T$ обладает конечным рядом G-допустимых подгрупп с минимаксными абелевыми факторами без кручения. Но тогда G/T финитно аппроксимируема (см., например, [6], теорема 9.31). Это означает, что $G_{\mathfrak{F}} = T$, т. е. $G_{\mathfrak{F}}$ — периодическая гиперцентральная подгруппа. Если предположить, что $T = T^p$ для любого простого p, то из теоремы С. Н. Черникова (см., например, [6], теорема 9.24) следует, что T — делимая абелева группа. Предположим, что T не является черниковской. Тогда хотя бы для одного простого числа p нижний слой S силовской p-подгруппы T бесконечен. Но тогда G/S минимаксна, в частности, T/S черниковская, т. е. T не может быть делимой. Полученное противоречие показывает, что $T \neq T^p$ для некоторого простого числа p. Если T/T^p конечна, то G/T^p минимаксна и не включает в себя квазициклических подгрупп. Следовательно, G/T^p финитно аппроксимируема (см. [6], теорема 9.31). Полученное противоречие показывает, что T/T^p бесконечна, а потому T^p черниковская. Обозначим через K ее делимую часть. Фактор-группа T/K периодическая, бесконечная и порядки ее элементов делят некоторое число k, в частности, подгруппа $FC(G/K) \cap T/K$ бесконечна. Пусть $yK \in FC(G/K) \cap T/K$, тогда $\langle yK\rangle^{G/K}$ конечна.

Положим $C_1/K = C_{G/K}(\langle yK\rangle^{G/K})$, тогда индекс $|G:C_1|$ конечен. Если $x \in C_1$, то $y^x = yz$, $z \in K$. Ясно, что $K \leqslant \zeta(T)$, поэтому $[y, z] = 1$. Имеем тогда $1 = (y^k)^x = (y^x)^k = (yz)^k = y^k z^k$, т. е. $z^k = 1$. Это означает конечность подгруппы $\langle y\rangle^{C_1}$, т. е. $y \in FC(C_1)$. Из конечности индекса $|G:C_1|$ следует тогда включение $y \in FC(G)$, в частности, индекс $|G:C_G(y)|$ конечен. Но тогда $y \in \zeta(T)$. Итак, $\zeta(T)$ — нечерниковская подгруппа, поэтому она включает в себя бесконечную G-допустимую элементарную абелеву подгруппу A_1. Если предположить, что A_1 не удовлетворяет Min — G, то, рассуждая как и выше, можно было бы выделить в A_1 подгруппу, разложимую в прямое произведение бесконечного множества конечных G-допустимых подгрупп. Но это невозможно. Пользуясь условием Min — G, в подгруппе A_1 можно выделить G-допустимую бесконечно неприводимую подгруппу A_2. Фактор-группа G/A_2 минимаксна, в частности, A_1/A_2 конечна. Так как $A_2 \leqslant \zeta(T)$, то $[A_2, K] = \langle 1\rangle$. Если предположить, что $C_{G/K}(AK/K)$ непериодический, то он включает в себя G-допустимую подгруппу L_1/K без кручения. Из леммы 2 получаем существование в L_1 нормальной подгруппы L_2 без кручения, для которой порядки элементов L_1/L_2 делят некоторое число k_1. Но тогда $L_1^{k_1} = L_3 \leqslant L_2$, т. е. L_3 — G-допустимая подгруппа без кручения. Ясно, что индекс $|L_1 : A_2L_3|$ конечен. Если $C_{G/L_3}(A_2L_3/L_3)$ снова непериодическая, то повторяем эти рассуждения и т. д. Поскольку ранг G/A_2 конечен, то через конечное число шагов приходим к такой нормальной подгруппе L, что $L \cap A_2 = K \cap A_2$ и $C_{G/L}(A_2L/L)$ конечен. Подгруппа $F = L \cap A_2$ конечна. Положим теперь $G_2 = G/L$, $A = A_2L/L$, $G_1 = G/A_2$. Теорема доказана.

Рассмотрим теперь подгруппу G_2. Если центр $G_2/C_{G_2}(A)$ нееденичен, то о группе G_2 можно получить дополнительную информацию.

С л е д с т в и е. *Если $\zeta(G_2/C_{G_2}(A)) \neq \langle 1\rangle$, то G_2 включает в себя такую гиперцентральную нормальную подгруппу $H \geqslant A$ конечного индекса, что*

1) *$H = A \cdot R$, $A \cap R$ конечна, $R/A \cap R$ абелева без кручения;*

2) *если $H = A \cdot R_1$ и $R_1 \cap A = R \cap A$, то подгруппы R и R_1 сопряжены в H.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Положим $C = G_2/C_{G_2}(A)$. Так как $\zeta(C) \neq \langle 1\rangle$, то из следствия леммы 2 работы [11] получаем, что C изоморфна подгруппе $GL_n(\mathbf{F}_p[[X]])$ для некоторого $n \in \mathbb{N}$. Учитывая, что C почти разрешима, из теоремы А. И. Мальцева (см., например, [6], теорема 3.21) получаем, что C включает в себя нормальную подгруппу C_1 конечного индекса, которая сопряжена с некоторой подгруппой из $T_n(F)$, где F — некоторое конечное расширение поля частных кольца $\mathbf{F}_p[[X]]$. Поскольку char $F = p$, то $UT_n(F)$ — p-группа конечного периода, а $T_n(F)/UT_n(F)$ абелева. Отсюда следует, что $t(C_1)$ конечна, а $C_1/t(C_1)$ абелева. Так как G_2/A финитно аппроксимируема, то G_2 включает в себя нормальную подгруппу B конечного индекса, для которой B/A — абелева группа без кручения. Из теоремы A работы Уилсона [12] следует тогда, что A удовлетворяет Min — B. Пусть $S = \mathrm{Soc}_B A$, $H = C_B(S)$. Так как S конечна и G допустима, то $H \lhd G$ и индекс $|G:H|$ конечен. Из теоремы 1 работы Д. И. Зайцева [13] получаем разложение $A = A_1 \times A_2$, где A_1 — локально нильпотентный корадикал H, A_2 — H-гиперцентр A. Но $S \leqslant A_2$, поэтому $A_1 = \langle 1 \rangle$, т. е. H гиперцентральна.

Так как A удовлетворяет Min — H, то A включает в себя бесконечно неприводимую в H подгруппу E_1. Из конечности индекса $|G:H|$ следует, что E_1 имеет в G конечное множество сопряженных. Но тогда A обладает конечным рядом $\langle 1\rangle \leqslant E_1 \leqslant \ldots \leqslant E_{n+1} = A$ из H-допустимых подгрупп, факторы которого бесконечно неприводимы в H. Рассмотрим группу H/E_n. Пусть $xE_n \notin C_{H/E_n}(A/E_n)$. Тогда $[xE_n, A/E_n]$ — H-допустимая подгруппа A/E_n. Если предположить, что она конечна, то $C_{A/E_n}(xE_n)$ бесконечен, а потому $A/E_n = C_{A/E_n}(xE_n)$. Следовательно, бесконечна подгруппа $[xE_n, A/E_n]$, т. е. $A/E_n = [xE_n, A/E_n]$. Для любого $y \in H$ имеем $x^yE_n = xE_n \cdot aE_n$, где $a \in A$. Но тогда $aE_n = [xE_n, a_1E_n]$, $a_1 \in A$, т. е. $(xE_n)^{yE_n} = xE_n[xE_n, a_1E_n] = (xE_n)^{a_1E_n}$. Отсюда следует $(yE_n)(a_1^{-1}E_n) \in P/E_n = C(xE_n)$, т. е. $H/E_n = A/E_n \cdot C_{H/E_n}(xE_n)$. Как уже отмечалось, подгруппа $A/E_n \cap P/E_n = C_{A/E_n}(xE_n)$ конечна. Рассматривая теперь группу P/E_{n-1} и учитывая, что E_n/E_{n-1} — бесконечно неприводимая ее подгруппа, с помощью предыдущих рассуждений убедимся в существовании подгруппы P_1/E_{n-1} со свойствами $P/E_{n-1} = E_n/E_{n-1} \cdot P_1/E_{n-1}$ и пересечение $P_1/E_{n-1} \cap E_n/E_{n-1}$ конечно. Но тогда и $H/E_{n-1} = A/E_{n-1} \cdot P/E_{n-1} = A/E_{n-1} \cdot P_1/E_{n-1}$, причем $P_1/E_{n-1} \cap A/E_{n-1}$ конечно. Рассуждая аналогично, через конечное число шагов получим подгруппу R со свойством $H = A \cdot R$ и пересечение $A \cap R$ конечно.

Пусть R_1 — подгруппа H, для которой $H = A \cdot R_1$ и $A \cap R = A \cap R_1$. Так как $A \cap R \lhd H$, то в фактор-группе $H/A \cap R$ подгруппа $A/A \cap R$ имеет дополнения $R/A \cap R$ и $R_1/A \cap R$. Чтобы не усложнять обозначений, будем считать, что $A \cap R = \langle 1 \rangle$. Тогда $Q/E_n = R_1E_n/E_n$ — дополнение к A/E_n. Пусть $A/E_n \leftthreetimes \langle xE_n\rangle = U/E_n$, $V/E_n = U/E_n \cap Q/E_n$. Имеем $U/E_n = A/E_n \leftthreetimes (Q/E_n \cap U/E_n) = A/E_n \leftthreetimes V/E_n$, т. е. $V/E_n = \langle x_1E_n\rangle$. Далее, $x_1E_n = x^kE_n \cdot a_2E_n$, $a_2 \in A$, причем $k = \pm 1$. Если $k = 1$, то из равенства $A/E_n = [xE_n, A/E_n]$ получаем сопряженность xE_n и x_1E_n, если $k = -1$, то сопряжены элементы $x^{-1}E_n$ и x_1E_n. В любом случае $P/E_n = C_{H/E_n}(x^{\pm 1}E_n) = C_{H/E_n}(x_1^{a_3}E_n) = (C_{H/E_n}(x_1E_n))^{a_3E_n}$, но $C_{H/E_n}(x_1E_n) \geqslant Q/E_n$, т. е. $P/E_n \geqslant (Q/E_n)^{a_3E_n}$. Пусть $x_2E_n \in P/E_n$, тогда $x_2E_n = a_4E_n \cdot x_3E_n$, $a_4 \in A$, $x_3E_n \in (Q/E_n)^{a_3E_n}$, в частности, $x_3E_n \in P/E_n$ и $a_4E_n = x_2x_3^{-1}E_n \in P/E_n \cap A/E_n = \langle 1\rangle$. Это и означает, что $P/E_n = (Q/E_n)^{a_3E_n} = R_1^{a_3}E_n/E_n$. Другими словами, $R_1^{a_3} \leqslant P$. Снова $P/E_{n-1} = E_n/E_{n-1} \leftthreetimes P_1/E_{n-1} = E_n/E_{n-1} \leftthreetimes R_1^{a_3}E_{n-1}/E_{n-1}$. С помощью аналогичных рассуждений докажем включение $R_1^{a_3a_5} \leqslant P_1$ для некоторого $a_5 \in A$. Через конечное число шагов получим сопряженность подгрупп R и R_1. Следствие доказано.

1. *McCarthy D.* Infinite groups whose proper quotient groups are finite. I // Communs Pure and Appl. Math.— 1968.— **21**, N 6.— P. 545—562.
2. *McCarthy D.* Infinite groups whose proper quotient groups are finite. II // Ibid.— 1970.— **23**, № 5.— P. 767—789.
3. *Wilson J. S.* Groups with every proper quotient finite // Proc. Cambridge Phil. Soc.— 1971.— **69**, N 3.— P. 373—391.

4. *Groves J. R. J.* Soluble groups with every proper quotient polycyclic // Ill. J. Math. 1978.— **22**, N 1.— P. 90—95.
5. *Robinson D. J. S., Wilson J. S.* Soluble groups with many polycyclic quotients // Proc. London Math. Soc.— 1984.— **48**.— P. 193—229.
6. *Robinson D. J. S.* Finiteness condition and generalized soluble groups, Pt 1, 2.— Berlin : Springer, 1972.— 210 p., 254 p.
7. *Segal D.* Groups whose finite quotients are supersoluble // J. Algebra.— 1975.— **35**, N 1—3.— P. 56—71.
8. *Зайцев Д. И.* Нильпотентные аппроксимации метабелевых групп // Алгебра и логика.— 1981.— **20**, № 6.— С. 638—653.
9. *Chamberlain R. F., Kappe L. G.* Nilpotent groups with every finite homomorphic image cyclic // Archiv. Math.— 1987.— **49**, N 1.— P. 1—11.
10. *Karbe M., Kurdačenko L. A.* Just infinite modules over locally soluble groups // Ibid.— 1988.— **55**, N 5.— P. 401—411.
11. *Зайцев Д. И.* Бесконечно неприводимые нормальные подгруппы // Строение групп и свойства подгрупп.— Киев : Ин-т математики АН УССР, 1978.— С. 17—38.
12. *Wilson J. S.* Some properties of groups inherited by normal subgroups of finite index // Math. Z.— 1970.— **114**, Н 1.— P. 19—21.
13. *Зайцев Д. И.* Гиперциклические расширения абелевых групп // Группы, определяемые свойствами подгрупп.— Киев : Ин-т математики АН УССР, 1979.— С. 16—37.

Киев. политехн. ин-т — Получено 07.07.87