

КАСКАДНЫЕ НЕЙРО- НЕЧЕТКИЕ СЕТИ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА РЫНКАХ ЦЕННЫХ БУМАГ

Ю.П. ЗАЙЧЕНКО, ГАМИДОВ ГАЛИБ И.

Аннотация. Рассмотрена проблема прогнозирования на рынках ценных бумаг. Для решения этой задачи предложено использование каскадных нео-фаззинейронных сетей (CNFN). Рассмотрены архитектура нео-фаззи нейрона и архитектура CNFN. Описаны алгоритмы обучения нео-фаззи-нейронной сети в пакетном и он-лайнном режимах. Проведены экспериментальные исследования CNFN в задаче прогнозирования биржевых индексов на рынке ценных бумаг ФРГ. В ходе экспериментов варьировалось число входов нейронной сети, число каскадов, число значений лингвистических переменных, соотношение размеров обучающей и проверочной выборок. В результате экспериментов найдены оптимальные значения указанных параметров для рассматриваемой задачи. Проведены сравнительные эксперименты по оценке эффективности прогнозирования CNFN и нечеткой нейронной сети ANFIS.

Ключевые слова: прогнозирование, рынок ценных бумаг, каскадная нео-фаззи нейронная сеть, ННС ANFIS.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи прогнозирования курсов акций и биржевых индексов на рынках ценных бумаг в последние годы вызывают значительный интерес среди инвесторов и руководства инновационных фондов. Для прогнозирования на финансовых рынках традиционно использовались методы регрессионного анализа, метод экспоненциального сглаживания [1] и метод группового учета аргументов [2]. Однако в последние годы все шире для этих целей используют системы с нечеткой логикой и нечеткие нейронные сети. Их преимуществом являются возможность работы с нечеткой и качественной информацией, а также использование экспертной информации в виде базы нечетких правил вывода.

Для организации применения нейро-нечетких сетей (ННС) в задачах прогнозирования необходимо настроить базу правил и обучить параметры функций принадлежности нечетких правил вывода. Это сопряжено с большими вычислительными затратами и требует значительного времени обучения.

В последние годы появился новый класс ННС — каскадные нео-фаззи нейронные сети (CNFN), которые не требуют обучения базы правил и па-

раметров функций принадлежности нечетких множеств. Они обучаются по выборке только веса связей, что позволяет существенно сократить вычислительные затраты и время обучения [3], а также решать задачи большой размерности. Это дает возможность применения каскадных нео-фаззи сетей в задачах анализа многомерных данных (Big Data Mining).

Цель работы — исследование CNFNN в задачах прогнозирования курсов акций и индексов на финансовых рынках и сравнительный анализ ее эффективности.

НЕО-ФАЗЗИ НЕЙРОН, АРХИТЕКТУРА И ФУНКЦИИ КАСКАДНОЙ НЕО-ФАЗЗИ СЕТИ

Рассмотрим нео-фаззи нейрон с несколькими входами и единственным выходом, который изображен на рис. 1. Он реализуется следующим отображением [2, 3]:

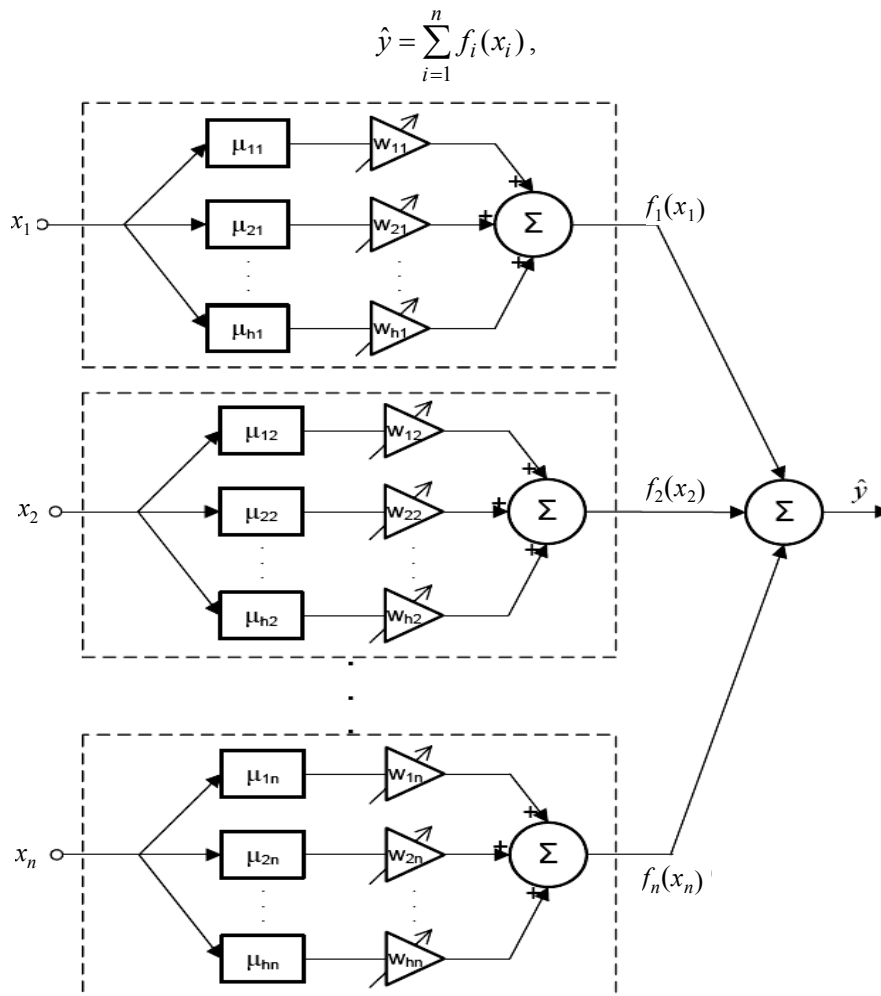


Рис. 1. Архитектура нео-фаззи нейрона

где x_i — i -й вход ($i = 1, 2, \dots, n$); \hat{y} — выход системы.

Структурный блок нео-фаззи нейрона является нелинейным синапсом NS_i , который переводит i -й входной сигнал в форму $f_i(x_i) = \sum_{j=1}^h w_{ji} \mu_{ji}(x_i)$ и выполняет нечеткий вывод: если x_i есть x_{ji} , то выходом есть w_{ji} , где x_{ji} — нечеткое число, функция принадлежности которого μ_{ji} ; x_{ji} — синаптический вес. Очевидно, что нелинейный синапс фактически реализует нечеткий вывод Такаги–Сугено нулевого порядка [2].

Когда векторный сигнал $x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))^T$ ($k = 1, 2, \dots$ дискретное время) подается на вход нео-фаззи нейрона, выход его определяется обеими функциями принадлежности $\mu_{ji}(x_i(k))$ и настраиваемыми синаптическими весами $w_{ji}(k-1)$, которые получены в предыдущей эпохе обучения:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i(k)) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^h w_{ji}(k-1) \mu_{ji}(x_i(k)).$$

Таким образом, нео-фаззи нейрон содержит hn синаптических весов, которые необходимо определить.

АРХИТЕКТУРА КАСКАДНОЙ НЕО-ФАЗЗИ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Архитектура каскадной нео-фаззи сети показана на рис. 2, и характеризующие ее отображения имеют следующий вид:

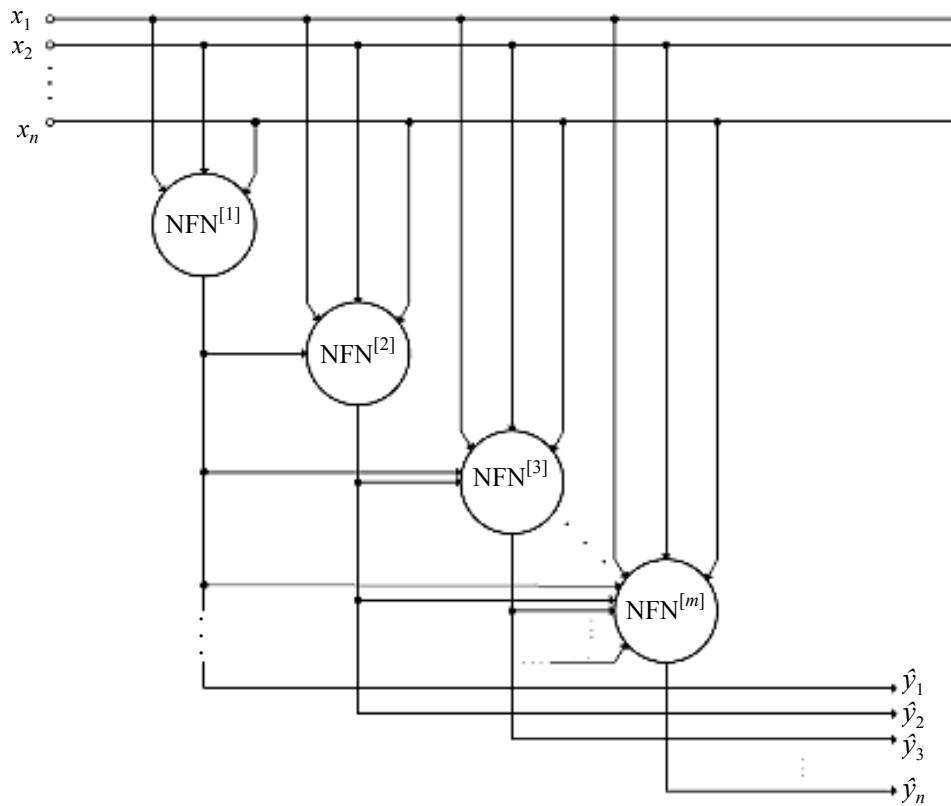


Рис. 2. Структура каскадной нео-фаззи сети

– нео-фаззи нейрон первого каскада (NFN^[1])

$$\hat{y}^{[1]} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^h w_{ij}^{[1]} \mu_{ji}(x_i);$$

– нео-фаззи нейрон второго каскада (NFN^[2])

$$\hat{y}^{[2]} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^h w_{ji}^{[2]} \mu_{ji}(x_i) + \sum_{j=1}^h w_{j,n+1}^{[2]} \mu_{j,n+1}(\hat{y}^{[1]});$$

– нео-фаззи нейрон третьего каскада (NFN^[3])

$$\hat{y}^{[3]} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^h w_{ji}^{[3]} \mu_{ji}(x_i) + \sum_{j=1}^h w_{j,n+1}^{[3]} \mu_{j,n+1}(\hat{y}^{[1]}) + \sum_{j=1}^h w_{j,n+2}^{[3]} \mu_{j,n+2}(\hat{y}^{[2]});$$

– нео-фаззи нейрон m -го каскада (NFN^[m])

$$\hat{y}^{[m]} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^h w_{ji}^{[m]} \mu_{ji}(x_i) + \sum_{l=n+1}^{n+m-1} \sum_{j=1}^h w_{j,l}^{[m]} \mu_{j,l}(\hat{y}^{[l-n]}). \quad (1)$$

Следовательно, каскадная нео-фаззи нейронная сеть содержит $h(n + \sum_l^{m-1} l)$ настраиваемых параметров и, что важно, все они линейно включены в описание (1).

Пусть вектор функций принадлежности m -го нео-фаззи нейрона размерности $h(n + m - 1)$ имеет вид

$$\mu^{[m]} = (\mu_{11}(x_1), \dots, \mu_{h1}(x_1), \mu_{12}(x_2), \dots, \mu_{h2}(x_2), \dots, \mu_{ji}(x_i), \dots, \mu_{hn}(x_n), \mu_{1,n+1}(\hat{y}^{[1]}), \dots, \mu_{h,n+1}(\hat{y}^{[1]}), \dots, \mu_{h,n+m-1}(\hat{y}^{[m-1]}))^T,$$

а соответствующий вектор синаптических весов:

$$w^{[m]} = (w_{11}^{[m]}, w_{21}^{[m]}, \dots, w_{h1}^{[m]}, w_{12}^{[m]}, \dots, w_{h2}^{[m]}, \dots, w_{ji}^{[m]}, \dots, \dots, w_{hn}^{[m]}, w_{1,n+1}^{[m]}, \dots, w_{h,n+1}^{[m]}, \dots, w_{h,n+m-1}^{[m]})^T,$$

который имеет ту же размерность. Тогда можно выражение (1) представить в векторном виде

$$\hat{y}^{[m]} = w^{[m]T} \mu^{[m]}.$$

ОБУЧЕНИЕ КАСКАДНОЙ НЕО-ФАЗЗИ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Обучение каскадной нео-фаззи нейронной сети может быть выполнено как в пакетном режиме, так и в режиме последовательной обработки информации (адаптивной настройки весов).

Пусть рассматривается ситуация, когда обучающая выборка определена априорно, т.е. имеется выборка значений $x(1), y(1); x(2), y(2); \dots; x(k), y(k); \dots; x(N), y(N)$. Для нео-фаззи нейрона первого каскада NFN^[1] выборка значений функций принадлежности $\mu^{[1]}(1), \mu^{[1]}(2), \dots, \mu^{[1]}(k), \dots, \mu^{[1]}(N)$,₁ (вектора размерности $h(n + m - 1)$) определяется как

$$\mu^{[1]}(k) = (\mu_{11}(x_1(k)), \dots, \mu_{h1}(x_1(k)), \mu_{12}(x_2(k)), \dots, \mu_{h2}(x_2(k)), \dots, \mu_{ji}(x_i(k)), \dots, \mu_{hn}(x_n(k)))^T.$$

Тогда, минимизируя критерий обучения

$$E_N^{[1]} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N e^{[1]}(k)^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}^{[1]}(k))^2,$$

вектор синаптических весов можно оценить так:

$$w^{[1]}(N) = \sum_{k=1}^N (\mu^{[1]}(k) \mu^{[1]T}(k))^+ \sum_{k=1}^N \mu^{[1]}(k) y(k) = P^{[1]}(N) \sum_{k=1}^N \mu^{[1]}(k) y(k), \quad (2)$$

где $(\bullet)^+$ означает псевдоинверсию Мура–Пенроуза.

Для последовательной обработки данных используется рекуррентный метод наименьших квадратов [1, 2]:

$$\begin{cases} w^{[1]}(k+1) = w^{[1]}(k) + \frac{P^{[1]}(k)(y(k+1) - w^{[1]T}(k)w^{[1]}(k+1))}{1 + \mu^{[1]T}(k+1)P^{[1]}(k)\mu^{[1]}(k+1)} \mu^{[1]}(k+1), \\ P^{[1]}(k+1) = P^{[1]}(k) - \frac{P^{[1]}(k)(\mu^{[1]}(k+1)\mu^{[1]T}(k+1)P^{[1]}(k))}{1 + \mu^{[1]T}(k+1)P^{[1]}(k)\mu^{[1]}(k+1)}, P^{[1]}(0) = \beta I, \end{cases} \quad (3)$$

где β — большое положительное число; I — единичная матрица соответствующей размерности.

Возможно использование алгоритмов адаптации (3) приводит к сокращению вычислительной сложности процесса обучения. В любом случае использование процедур (2), (3) существенно сокращают время обучения по сравнению с градиентным методом, лежащим в основе алгоритма back propagation [2, 3].

После обучения первого каскада синаптические веса нео-фази нейрона $NFN^{[1]}$ становятся «замороженными», все значения $\hat{y}^{[1]}(1), \hat{y}^{[1]}(2), \dots, \hat{y}^{[1]}(k), \dots, \hat{y}^{[1]}(N)$ определены: получаем второй каскад сети, который состоит из единственного нео-фази нейрона $NFN^{[1]}$. Он имеет один дополнительный вход для сигнала выхода первого каскада. Затем снова используем процедуру (2) для настройки вектора весовых коэффициентов $w^{[2]}$, размерность которого $h(n+1)$.

В он-лайн методе нейроны обучаются последовательно, т.е. на основании входных сигналов $x(k)$. Пусть оценены синаптические веса $w^{[1]}(x)$ и получен вектор выходов $\hat{y}^{[1]}(k)$. Тогда, используя вектор входов второго каскада $(x^T(k), \hat{y}^{[1]}(k))$, вычисляем веса $w^{[2]}(x)$ и выходы $\hat{y}^{[2]}(k)$. Для этой цели можно использовать одинаково успешно алгоритмы (2) и (3).

Процесс роста нейронной сети (увеличивающееся количество каскадов) продолжается до тех пор, пока не получим требуемую точность решения или пока величина общего критерия не начнет возрастать, а для настройки

весовых коэффициентов последнего m -го каскада используем следующие выражения [3]:

$$w^{[m]}(N) = \sum_{k=1}^N (\mu^{[m]}(k) \mu^{[m]T}(k))^+ \sum_{k=1}^N \mu^{[m]}(k) y(k) = P^{[m]}(N) \sum_{k=1}^N \mu^{[m]}(k) y(k)$$

в пакетном режиме;

$$\begin{cases} w^{[m]}(k+1) = w^{[m]}(k) + \frac{P^{[m]}(k)(y(k+1) - w^{[m]T}(k)w^{[m]}(k+1))}{1 + \mu^{[1]T}(k+1)P^{[1]}(k)\mu^{[1]}(k+1)} \mu^{[m]}(k+1), \\ P^{[m]}(k+1) = P^{[m]}(k) - \frac{P^{[m]}(k)(\mu^{[m]}(k+1)\mu^{[m]T}(k+1)P^{[m]}(k))}{1 + \mu^{[m]T}(k+1)P^{[m]}(k)\mu^{[m]}(k+1)}, P^{[m]}(0) = \beta I, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} w^{[m]}(k+1) = w^{[m]}(k) + (r^{[m]}(k+1))^{-1} (y(k+1) - w^{[m]T}(k)\mu^{[m]}(k+1))\mu^{[m]}(k+1), \\ r^{[m]}(k+1) = \alpha r^{[m]}(k) + \|\mu^{[m]}(k+1)\|^2, 0 \leq \alpha \leq 1 \text{ в последовательном режиме.} \end{cases}$$

Таким образом, предложенная каскадная сеть CNFNN значительно превосходит стандартную каскадную архитектуру в скорости обучения и может обучаться как в пакетном режиме, так и в последовательном (адаптивном) режиме. Лингвистическая интерпретация полученных результатов значительно расширяет функциональные средства каскадной нео-фаззи нейронной сети.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАСКАДНОЙ НЕО-ФАЗЗИ СЕТИ

Цель исследований — анализ работы каскадной нео-фаззи нейронной сети для прогнозирования поведения рынка ценных бумаг Германии, динамика биржевого индекса которого приведена в табл. 1. Данные представляют собой отношения NAS по методологии 2008 Systems of National Account.

Таблица 1. Динамика биржевого индекса рынка ценных бумаг ФРГ 2010–2016)

Месяц	Годы						
	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Январь	100	112,5032	96,8841	123,189	154,8426	140,4772	127,3783
Февраль	91,32258	119,0592	107,396	122,1897	155,3302	148,9331	123,2948
Март	96,74254	116,4645	109,996	122,595	154,2723	152,4478	131,1697
Апрель	99,67204	124,9138	105,958	120,2768	156,6237	154,271	135,7509
Май	89,38131	125,5138	98,0491	128,8783	159,2462	154,6962	135,1146
Июнь	88,73958	123,1834	92,7264	127,6049	161,3321	150,7816	132,4843
Июль	92,74674	124,5796	96,2023	127,7148	157,7584	148,275	131,6502
Август	94,39056	101,4666	103,017	132,616	147,5007	144,4888	141,021
Сентябрь	97,24559	88,79165	111,930	135,6962	148,5193	134,0826	140,8114
Октябрь	106,9113	96,40158	112,958	143,4353	136,0243	136,9621	139,7606
Ноябрь	109,9191	94,39673	111,048	147,9172	141,4704	140,8389	136,0866
Декабрь	110,4825	92,2427	118,689	151,2206	144,6012	138,8777	139,7837

Объем выборки — 80 элементов. Обучение сети происходило градиентным методом с коррекцией шага в последовательном режиме

В ходе экспериментов изменялось число входов (длина предыстории), число каскадов, число значений лингвистических переменных (число нечетких множеств), число правил, а также соотношение обучающей и проверяющей выборок ($N_{об} / N_{пров}$, %).

В первой серии экспериментов исследовалось влияние числа каскадов для разного соотношения $N_{об} / N_{пров}$. Соответствующие результаты приведены в табл. 2. В обозначении CNFNN(m, n, k) первое значение m — число каскадов, второе значение n — число входов, третье значение k — число значений лингвистических переменных,

Таблица 2. Зависимость точности прогнозирования от числа каскадов

Точка выборки	Real	CNFNN(2,4,4)	CNFNN(3,4,4)	CNFNN(4,4,4)	CNFNN(5,4,4)
1	123,8357	120,2385	120,0617	120,2182	120,0592
2	126,0397	120,4322	114,1211	117,2790	118,0517
3	128,409	117,7389	114,8922	117,9889	115,4811
4	128,7385	118,4927	113,208	117,6473	113,5136
5	132,4883	121,1244	111,1652	117,0835	112,7041
6	133,1655	121,4939	110,6172	116,9650	111,8039
7	132,7558	119,7117	109,0291	116,5953	110,7565
8	133,6719	120,0188	107,9253	116,2916	109,5454
9	137,1628	122,1271	106,9552	116,0143	108,4890
10	137,3587	122,6921	105,8058	115,7067	107,5251
11	137,8369	121,5249	104,8954	115,4196	106,6397
12	133,7879	121,6437	103,9669	115,1320	105,7586
13	131,7595	123,2983	103,0752	114,8453	104,9126
14	123,0304	123,9825	102,2693	114,5639	104,1018
15	125,2205	123,2698	101,4767	114,2843	103,3391
16	122,7718	123,3236	100,7373	114,0078	102,6109
17	120,376	124,6254	100,0392	113,7343	101,9165
18	126,8454	125,3622	99,3719	113,4634	101,2516
19	124,4129	124,9920	98,7449	113,1955	100,6181
20	126,7627	125,0476	98,1495	112,9303	100,0140
21	131,0407	126,0878	97,5853	112,6678	99,4383
22	128,8726	126,8343	97,0522	112,4080	98,8889
23	126,1661	126,7216	96,5466	112,1510	98,3649
24	123,4818	126,8151	96,0682	111,8966	97,8649
25	115,3801	127,6681	95,6152	111,6448	97,3882
26	119,0233	128,4008	95,1862	111,3956	96,9335
27	117,5468	128,4805	94,7801	111,1490	96,4998
28	113,9723	128,6299	94,3955	110,9050	96,0861
29	105,1481	129,3537	94,0314	110,6634	95,6916
30	103,2481	130,0627	93,6867	110,4244	95,3152
31	107,7221	130,2851	93,3602	110,1878	94,9563

Окончание табл. 2

Точка выборки	Real	CNFNN(2,4,4)	CNFNN(3,4,4)	CNFNN(4,4,4)	CNFNN(5,4,4)
32	110,0536	130,4976	93,0511	109,9537	94,6139
33	109,9942	131,1365	92,7585	109,7220	94,2873
34	107,4861	131,82	92,4814	109,4927	93,9759
35	105,812	132,1484	92,219	109,2658	93,6788
36	108,7387	132,4245	91,9706	109,0412	93,3955
37	109,2837	133,0117	91,7354	108,8190	93,1252
38	105,0767	133,6728	91,5126	108,5990	92,8674
39	102,8346	134,0803	91,3017	108,3813	92,6215
40	105,3798	134,4172	91,1021	108,1659	92,3870
MAPE,%	–	25,78	23,8	14,3	15,6

Соответствующая зависимость точности прогноза MAPE от числа каскадов показана на рис. 3.

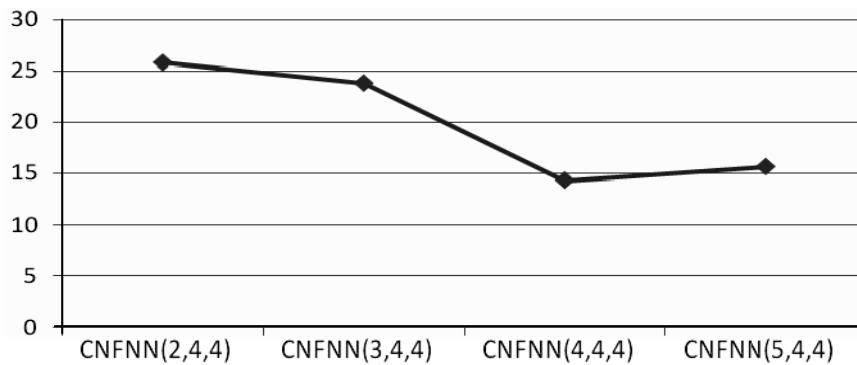


Рис. 3. Зависимость критерия MAPE (%) от числа каскадов для $N_{об} / N_{пров} = 50 / 50$

Как следует из результатов, приведенных на табл. 2 и рис. 3, оптимальное число каскадов для данного эксперимента равно 4.

Результаты исследования зависимости MAPE от числа входов приведены на рис. 4 для соотношения $N_{об} / N_{пров} = 50 / 50$.

Как следует из этих результатов, существует оптимальное число входов, которое в общем случае зависит от соотношения $N_{об} / N_{пров}$. Оптимальное число входов равно 4 (для $N_{об} / N_{пров} = 50 / 50$).

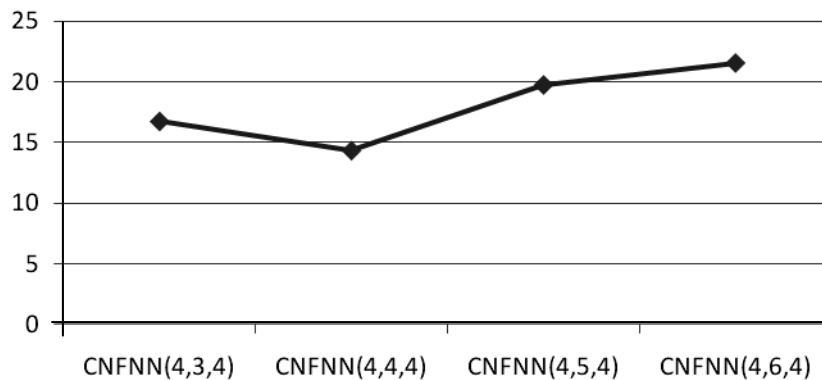


Рис. 4. Зависимость критерия MAPE (%) от числа входов

Важным параметром для каскадной нео-фаззи сети является число значений лингвистической переменной (нечетких множеств). Проведены соответствующие исследования, результаты которых показаны на рис. 5.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что оптимальное число значений лингвистических переменных равно 4 для данной задачи прогнозирования.

Далее были проведены исследования зависимости количества прогноза от соотношения $N_{об} / N_{пров}$. Соответствующие результаты зависимости точности прогноза от числа каскадов для различных соотношений $N_{об} / N_{пров}$ приведены на рис. 6 и табл. 3.

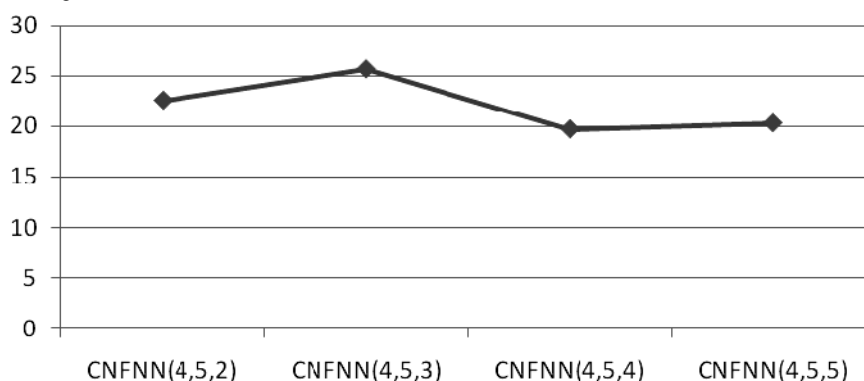


Рис. 5. Зависимость критерия MAPE (%) от числа значений лингвистических переменных

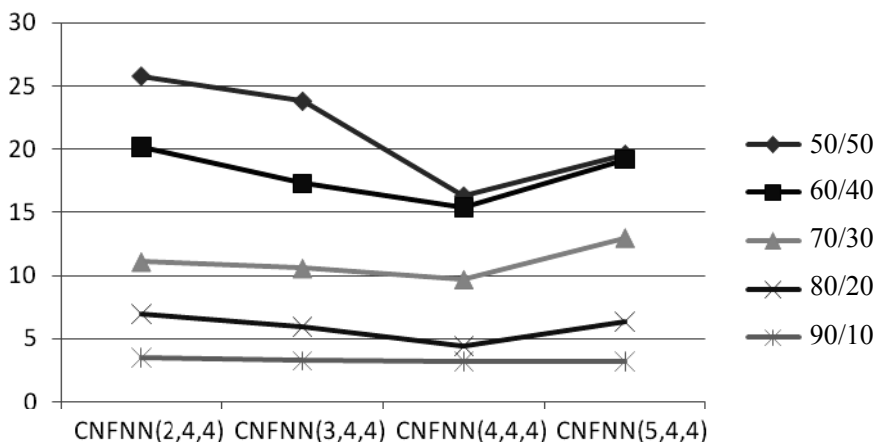


Рис. 6. Зависимость MAPE (%) от числа каскадов для различных соотношений $N_{об} / N_{пров}$

Таблица 3. Зависимость точности прогнозирования (%) от числа каскадов

$N_{об} / N_{пров}$	50/50	60/40	70/30	80/20	90/10
CFNN(2,4,4)	25,78	20,2	11,052	7,0012	3,5213
CFNN(3,4,4)	23,8	17,3	10,5341	5,9654	3,2592
CFNN(4,4,4)	16,3	15,4	9,6584	4,4325	3,1952
CFNN(5,4,4)	19,6	19,2	12,9532	6,3454	3,2421

Найденные зависимости критерия MAPE от числа входов для разных соотношений $N_{об}/N_{пров}$ приведены на рис. 7 и табл. 4.

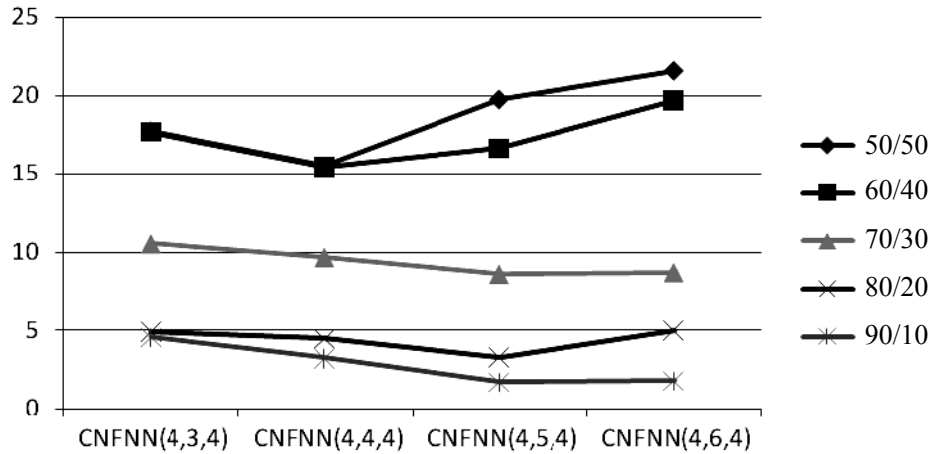


Рис. 7. Зависимость MAPE (%) от числа входов

Таблица 4. Зависимость точности прогнозирования от числа входов

$N_{об} / N_{пров}$	50/50	60/40	70/30	80/20	90/10
CNFNN(4,3,4)	17,7	17,642	10,5329	4,8543	4,5213
CNFNN(4,4,4)	15,5	15,4	9,6584	4,4325	3,1952
CNFNN(4,5,4)	19,7	16,5922	8,5811	3,2151	1,6819
CNFNN(4,6,4)	21,5	19,6483	8,6954	4,9623	1,7651

Исследована зависимость точности прогноза от числа значений лингвистических переменных для различных соотношений $N_{об} / N_{пров}$. Соответствующие результаты показаны на рис. 8.

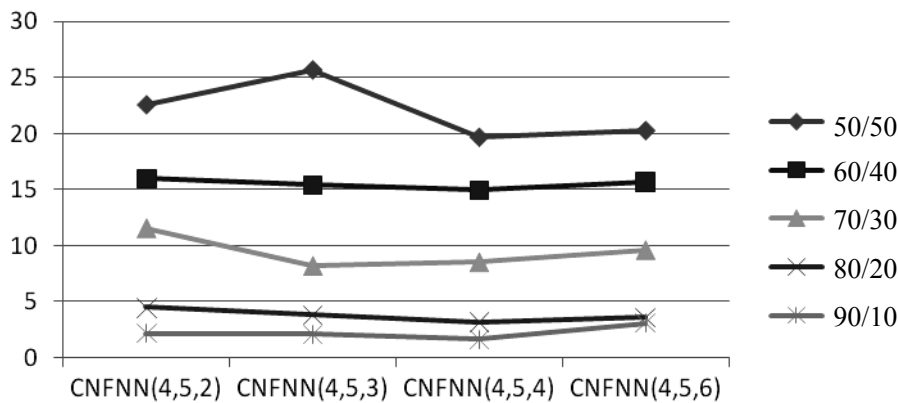


Рис. 8. Зависимость MAPE (%) от числа значений лингвистических переменных

Как видно из полученных результатов, для каждого класса прогнозируемых финансовых процессов имеется свое значение оптимального числа каскадов. При дальнейшем их увеличении ошибка прогноза либо перестает изменяться, либо начинает расти. С ростом числа значений лингвистических переменных ошибка прогноза сначала уменьшается, достигает минимума, а

затем начинает возрастать. Такая же зависимость прослеживается и для числа входов модели и числа значений лингвистических переменных.

Проведены также аналогичные эксперименты по прогнозированию с использованием ННС ANFIS. Число входов и число значений лингвистических переменных выбраны равными 4. Сравнивалась эффективность прогнозирования с каскадной сетью с аналогичными значениями параметров CNFNN (4,4,4). Соответствующие результаты для обеих сетей при варьировании соотношения $N_{об} / N_{пров}$ приведены в табл. 5.

Таблица 5. Сравнение результатов прогнозирования каскадной сети CNFNN и ННС ANFIS

$N_{об} / N_{пров}$	50/50	60/40	70/30	80/20	90/10
FNN ANFIS	19,7	17,65	12,54	6,9554	4,5614
CNFNN(4,4,4)	15,5	15,4	9,6584	4,4325	3,1952

Как показывают результаты сравнения, каскадная нео-фаззи нейронная сеть имеет более высокую точность прогнозирования. Дополнительными преимуществами каскадной сети в сравнении с ННС ANFIS является отсутствие необходимости настраивать параметры функций принадлежности, что позволяет сократить вычислительные затраты и время обучения сети. Эти свойства каскадной сети позволяют использовать ее в задачах анализа с большими массивами данных (Big Data Mining).

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрена каскадная нео-фаззи нейронная сеть (CNFNN), описаны ее алгоритмы обучения в пакетном и последовательном режимах.
2. Проведены экспериментальные исследования CNFNN в задачах прогнозирования финансовых индексов. Исследовалась зависимость точности прогноза от числа каскадов, входов, числа значений лингвистических переменных и соотношения обучающей и проверочной выборок. В результате экспериментов найдены оптимальные значения указанных параметров для конкретной задачи прогнозирования.
3. Проведены сравнительные эксперименты с ННС ANFIS, которые показали преимущество предлагаемой каскадной сети в сравнении с ANFIS в рассмотренной задаче прогнозирования биржевых индексов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей: пер. с англ. / К.Д. Льюис. — М.: Финансы и статистика, 1986. — 133 с.
2. Згуровский М.З. Основы вычислительного интеллекта / М.З. Згуровский, Ю.П. Зайченко. — К.: Наук. думка, 2013. — 406 с.
3. Bodyanskiy Ye. The cascade NFNN learning algorithm / Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov, I. Pliss // Вісн. Ужгород. нац. ун-ту. Серія «Математика і інформатика». — 2008. — Вип. 17. — С. 48–58.
4. Bodyanskiy Ye. Neo-fuzzy neural network structure optimization using GMDH for solving forecasting and classification problems / Ye. Bodyanskiy, Yu. Zaychenko, E. Pavlikovskaya etc // Proc. Int. Workshop on Inductive Modeling 2009. Krynica, Poland, 2009. — P. 77–89.

Поступила 22.02.2017