УДК 517.9, 519.816
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2016.4.02

ОЦІНЮВАННЯ СТІЙКОСТІ ЛОКАЛЬНИХ ВАГ АЛЬТЕРНАТИВ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ МЕТОДУ ПАРНИХ ПОРІВНЯНЬ

Н.І. НЕДАШКІВСЬКА

Анотація. Розроблено метод оцінювання стійкості локальних ваг альтернатив рішень за якісною характеристикою на основі методу парних порівнянь RGMM, який включає оцінювання стійкості локального ранжування альтернатив рішень до змін в експертних оцінках парних порівнянь і оцінювання стійкості узгодженості множини експертних оцінок парних порівнянь до зміни окремих оцінок. Отримано розрахункові формули для інтервалів стійкості елементів матриці парних порівнянь (оцінок експертів) щодо зміни локального ранжування альтернатив рішень. Побудовано інтервали стійкості, що дозволяють знайти критичні елементи задачі, які є експертними оцінками парних порівнянь, чутливими до зміни локального ранжування альтернатив, та експертними оцінками, що характеризуються найбільшою неузгодженістю.

Ключові слова: інтервал стійкості експертних оцінок парних порівнянь, узгодженість експертних оцінок парних порівнянь, стійкість ранжування, індекс стійкості, метод RGMM

ВСТУП

Метод парних порівнянь використовують для розв'язання слабоструктурованих задач підтримання прийняття рішень — для розрахунку відносних ваг альтернатив рішень за якісною характеристикою (критерієм рішень), коли вхідною інформацією є експертні оцінки альтернатив. Цей метод входить до сучасних технологій підтримання прийняття рішень, що ґрунтуються на ієрархічній [1–3] або мережевій [4] структурі критеріїв рішень, технологій PROMETHEE [5], ELECTRE [6] та інших [7], систем підтримання прийняття рішень SuperDecisions [8], Decision Lens [9] та MakeItRational [10].

Суть методу: експерт попарно порівнює всі або окремі пари альтернатив рішень, використовуючи певну шкалу; оцінки експертів організовують у матрицю парних порівнянь (МПП) спеціальної структури і на її основі розраховують коефіцієнти відносних значущостей (локальних ваг) альтернатив.

Умовно можна виокремити дві групи методів парних порівнянь залежно від кількості інформації, яку має надати експерт. Так, методи типу «трикутник» для обчислення ваг n альтернатив потребують надлишкової кількості $n(n-1)/2$ експертних оцінок, які використовуються для оцінювання узгодженості знань експерта. До методів парних порівнянь типу «трикутник» належать EM [1, 2] і RGMM [2]. Відповідно до методів типу «лінія» [3, 7] ваги n альтернатив обчислюються на основі $n-1$ експертних оцінок парних порівнянь і припускається повна узгодженість знань експерта. Порівняння результатів, отриманих за методами цих двох типів [11] шляхом моделювання діяльності експерта високої компетентності за шкалою Сааті, показало, що вимога повної узгодженості експертних оцінок парних порівнянь може внести додаткову помилку в побудову МПП і, як наслідок, у результуючі ваги. Тому методи типу «лінія» в цій роботі не розглядаються.

Метод «трикутник» обґрунтований тільки для МПП з невеликим рівнем неузгодженості [1, 4]. У праці [12] запропоновано метод розрахунку ваг альтернатив рішень за якісним критерієм, який включає етапи оцінювання та коректного підвищення узгодженості МПП залежно від її властивостей.

Для дослідження достовірності отриманого за допомогою методу парних порівнянь розв'язку доцільно визначити залежність між результатами методу та ступенем неточності початкових даних — експертних оцінок. У праці [13] введено поняття інтервалу стійкості (stability interval) оцінки експерта, у межах якого може змінюватися ця оцінка так, щоб неузгодженість всієї множини оцінок залишалася прийнятною.

Мета роботи — розширення підходу, запропонованого у праці [13], через уведення інтервалів стійкості, які зберігають ранжування альтернатив. У роботі пропонується метод оцінювання стійкості локальних ваг альтернатив рішень на основі методу парних порівнянь, який включає: 1) оцінювання стійкості локального ранжування альтернатив рішень до змін в експертних оцінках парних порівнянь; 2) оцінювання стійкості узгодженості множини експертних оцінок парних порівнянь до зміни окремих оцінок.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай $D = \{(d_{ij}) \,|\, i, j = 1,...,n\}$ — МПП побудована на основі експертних оцінок парних порівнянь альтернатив рішень $a_1, a_2,..., a_n$ щодо спільної для них характеристики (критерію рішень). Використовуючи метод геометричної середньої (RGMM), ненормовані локальні ваги $v_1, v_2,..., v_n$ альтернатив розраховують за формулою

$$v_i = \left(\prod_{k=1}^{n} d_{ik} \right)^{1/n}, \quad i = 1,...,n . \tag{1}$$

У задачах підтримання прийняття рішень будується локальне ранжування альтернатив у міру спадання цих ваг, де у ранжуванні найкращій альтернативі відповідає найбільша вага. Дослідимо наскільки це ранжування є стійким до зміни оцінок експертів — елементів МПП, зокрема: 1) чи залишається незмінною найкраща альтернатива рішень; 2) чи залишається незмінним усе ранжування альтернатив.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Означення 1. *Інтервалом стійкості експертних оцінок парних порівнянь щодо збереження ранжування альтернатив* (*RSInt*) назвемо діапазон, у межах якого може змінюватися оцінка експерта так, щоб локальне ранжування альтернатив залишалося незмінним.

Означення 2. *Інтервалом стійкості експертних оцінок парних порівнянь щодо збереження узгодженості* (*CSInt*) називається діапазон, у межах якого може змінюватися оцінка експерта так, щоб ступінь неузгодженості всієї множини оцінок не перевищував заданого порогового значення [13].

Означення 3. *Інтервалом стійкості (SInt) експертних оцінок парних порівнянь* називається інтервал, який є перетином інтервалів RSInt і CSInt.

Позначимо через $[\underline{d_{ij}}, \overline{d_{ij}}]$ інтервал стійкості RSInt для оцінки d_{ij}. Без утрати загальності вважатимемо, що альтернативи перенумеровано в міру спадання значущості, тобто ранжування альтернатив має вигляд

$$a_1 \succ a_2 \succ \ldots \succ a_n , \tag{2}$$

де a_1 і a_n — найкраща і найгірша альтернативи рішень відповідно. У термінах ваг (2) це означає, що $v_i > v_j$ для $i < j$.

Спочатку розглянемо випадок, коли зі зміною елемента МПП найкраща альтернатива a_1 залишається незмінною. Нехай елемент d_{1j} МПП, $j \neq 1$ змінюється в інтервалі $[\underline{d_{1j}}, \overline{d_{1j}}]$. Тоді згідно з методом RGMM (1) змінюються ваги альтернатив a_1 і a_j. Ці нові ваги змінюються в інтервалах; позначимо їх як $v_1' = [\underline{v_1}, \overline{v_1}]$, $v_j' = [\underline{v_j}, \overline{v_j}]$, де

$$\underline{v_1} = \left(\frac{\underline{d_{1j}}}{d_{1j}} \right)^{1/n} v_1 \quad \text{і} \quad \overline{v_1} = \left(\frac{\overline{d_{1j}}}{d_{1j}} \right)^{1/n} v_1 ; \tag{3}$$

$$\underline{v_j} = \left(\frac{\underline{d_{j1}}}{d_{j1}} \right)^{1/n} v_j = \left(\frac{\underline{d_{1j}}}{d_{1j}} \right)^{1/n} v_j \ \text{і} \ \overline{v_j} = \left(\frac{\overline{d_{j1}}}{d_{j1}} \right)^{1/n} v_j = \left(\frac{d_{1j}}{\underline{d_{1j}}} \right)^{1/n} v_j . \tag{4}$$

Шукаємо інтервал $[\underline{d_{1j}}, \overline{d_{1j}}]$ такий, що найкраща альтернатива не змінюється, тобто $v_1' > v_j'$, $j \neq 1$ і $v_1' > v_k'$, $k \neq j \neq 1$. Це еквівалентно виконанню двох умов:

$$\underline{v_1} > \overline{v_j} \ ; \ \underline{v_1} > v_k , \tag{5}$$

де $k \neq j \neq 1$.

Підставимо в нерівності (5) вирази (3) і (4), отримаємо обмеження для лівого кінця інтервалу стійкості RSInt:

$$\underline{d_{1j}} > d_{1j} \left(\frac{v_j}{v_1} \right)^{n/2} ; \ \underline{d_{1j}} > d_{1j} \left(\frac{v_k}{v_1} \right)^{n} . \tag{6}$$

На правий кінець інтервалу стійкості не встановлено обмежень, тому вважатимемо, що він дорівнює найбільшому допустимому значенню, а саме: найбільшому значенню шкали Сааті, яку експерт використовує для оцінювання: $\overline{d_{1j}} = 9$. Порівнюючи праві частини нерівностей (6), сформулюємо твердження 1.

Твердження 1. Інтервал стійкості $(\underline{d_{1j}}, \overline{d_{1j}}]$ для оцінки експерта d_{1j}, $j \neq 1$, за якого не змінюється найкраща альтернатива a_1 в ранжуванні альтернатив $a_1 \succ a_2 \succ \ldots \succ a_n$, коли для розрахунку ваг використовується метод RGMM, розраховується за формулами:

$$\underline{d_{1j}} = \max(L_j^1, L_j^2),\ \overline{d_{1j}} = 9,$$

де $L_j^1 = d_{1j}\left(\frac{v_j}{v_1}\right)^{n/2}$, $L_j^2 = \max\limits_{k \neq j \neq 1}\left(d_{1j}\left(\frac{v_k}{v_1}\right)^n\right)$.

Використовуючи аналогічні міркування для розрахунку інтервалів стійкості RSInt, отримаємо твердження 2 і 3.

Твердження 2. Інтервал стійкості $(\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$ для оцінки експерта d_{kj}, $k \neq j \neq 1$, за якого не змінюється найкраща альтернатива a_1 в ранжуванні альтернатив $a_1 \succ a_2 \succ ... \succ a_n$, коли для розрахунку ваг використовується метод RGMM:

$$\underline{d_{kj}} = d_{kj}\left(\frac{v_j}{v_1}\right)^n,\ \overline{d_{kj}} = d_{kj}\left(\frac{v_1}{v_k}\right)^n.$$

Твердження 3. Інтервал стійкості $(\underline{d_{kj}}, \overline{d_{kj}})$ для оцінки експерта d_{kj}, $k < j$, за якого ранжування альтернатив $a_1 \succ a_2 \succ ... \succ a_n$ залишається незмінним, коли для розрахунку ваг використовується метод RGMM:

$$\underline{d_{kj}} = d_{kj}\left(\frac{v_j}{v_k}\right)^{n/2}, \text{ якщо } k+1 = j;$$

$$\underline{d_{kj}} = \max(L_{kj}^1, L_{kj}^2), \text{ якщо } k+1 \neq j, \text{ де } L_{kj}^1 = d_{kj}\left(\frac{v_{k+1}}{v_k}\right)^n,\ L_{kj}^2 = d_{kj}\left(\frac{v_j}{v_{j-1}}\right)^n;$$

$$\overline{d_{kj}} = \min(U_{kj}^1, U_{kj}^2), \text{ де } U_{kj}^1 = d_{kj}\left(\frac{v_j}{v_{j+1}}\right)^n, \text{ якщо } j < n,\ U_{kj}^2 = d_{kj}\left(\frac{v_{k-1}}{v_k}\right)^n.$$

Означення 4. *Індекс стійкості локального ранжування* (RSInd) для елемента d_{kj} МПП D визначимо як

$$I_{kj} = \min((\underline{d_{kj}})^{-1}, \overline{d_{kj}}).$$

Перейдемо до розрахунку інтервалів стійкості ACSInt експертних оцінок парних порівнянь, які зберігають узгодженість цих оцінок. Як міру неузгодженості використаємо геометричний індекс *GCI*:

$$GCI = \frac{1}{(n-1)(n-2)}\sum_{i<j}(\ln e_{ij})^2,$$

де $e_{ij} = d_{ij}\frac{v_j}{v_i}$ — помилка апроксимації відношення ваг $\frac{v_j}{v_i}$ за допомогою елемента d_{ij} МПП із застосуванням методу RGMM для розрахунку ваг.

Позначимо через $[\underline{\delta_{rs}(\Delta)}, \overline{\delta_{rs}(\Delta)}]$ інтервал стійкості для оцінки експерта d_{rs} за заданого Δ, де Δ — обмеження на значення *GCI*, $GCI' - GCI < \Delta$; GCI' — нове значення *GCI* для МПП після зміни оцінки d_{rs}.

Означення 5. *Абсолютний інтервал стійкості (ACSInt)* для оцінки d_{rs}, $r \neq s \neq 1$, за заданого Δ визначено $[\underline{\gamma_{rs}(\Delta)}, \overline{\gamma_{rs}(\Delta)}]$, де $\underline{\gamma_{rs}(\Delta)} = d_{rs}\underline{\delta_{rs}(\Delta)}$, $\overline{\gamma_{rs}(\Delta)} = d_{rs}\overline{\delta_{rs}(\Delta)}$.

Інтервали стійкості експертних оцінок щодо їх узгодженості розраховуються на основі таких тверджень.

Твердження 5 [13]**.** Якщо елемент d_{rs} МПП D змінено і нове значення дорівнює d'_{rs} ($r \neq s \neq 1$), то геометричний індекс узгодженості GCI МПП змінюється на величину

$$GCI' - GCI = \frac{2n}{(n-1)(n-2)} \ln(\rho) \ln((e_{rs})^2 \rho^{n-2}),$$

де $\rho = \left(\dfrac{d'_{rs}}{d_{rs}}\right)^{1/n}$, $e_{rs} = d_{rs}\dfrac{v_s}{v_r}$.

Твердження 6 [13]**.** Відносний інтервал стійкості для елемента d_{rs} МПП, $r \neq s \neq 1$, за заданого рівня Δ для GCI розраховується таким чином:

$$\underline{\delta_{rs}(\Delta)} = \exp(n \ln(\rho_{\min})), \quad \overline{\delta_{rs}(\Delta)} = \exp(n \ln(\rho_{\max})),$$

де $[\ln \rho_{\min}, \ln \rho_{\max}]$ — інтервал для $\ln \rho_{rs}$, який визначається з нерівності другого порядку:

$$\frac{2n}{(n-1)(n-2)}[(n-2)(\ln \rho_{rs})^2 + 2\ln e_{rs} \ln \rho_{rs}] \leq \Delta. \tag{7}$$

У нерівності (7) вільний член ($-\Delta$) від'ємний, тому гарантується існування розв'язку $\ln \rho_{\min}$ і $\ln \rho_{\max}$ цієї нерівності. Позначимо: $\Delta' = \dfrac{(n-1)(n-2)}{2n}\Delta$. Розв'язок останньої нерівності відповідає тим точкам, у яких парабола $(n-2)(\ln \rho_{rs})^2 + 2\ln e_{rs} \ln\rho_{rs} - \Delta'$ набуває від'ємних значень. Оскільки вільний член $-\Delta'$ від'ємний, то гарантовано існує два розв'язки для $\ln \rho_{rs}$ — додатний і від'ємний — і як наслідок два значення $\rho_{\min}$ і $\rho_{\max}$ — більше і менше за одиницю відповідно. Ці значення дозволяють отримати $\underline{\delta_{rs}(\Delta)}$ і $\overline{\delta_{rs}(\Delta)}$ на основі твердження 6.

Означення 6. *Індекс стійкості за узгодженістю* (CSInd*)* для елемента d_{rs} МПП D за заданого Δ [13]

$$\delta_{rs} = \min((\underline{\delta_{rs}})^{-1}, \overline{\delta_{rs}}).$$

Слід зазначити, що для $n = 3$ за умов твердження 6 індекси стійкості за узгодженістю для трьох елементів d_{12}, d_{23}, d_{13} МПП D збігаються.

ІНТЕРВАЛИ СТІЙКОСТІ ДЛЯ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК ПАРНИХ ПОРІВНЯНЬ РІЗНОГО РІВНЯ УЗГОДЖЕНОСТІ

Розглянемо декілька МПП, побудованих на основі експертних оцінок парних порівнянь за шкалою Сааті. Для оцінювання узгодженості цих МПП використаємо показник GCI, а для розрахунку ваг на основі МПП — метод RGMM. Для елементів кожної з цих МПП знайдемо інтервали стійкості RSInt, ACSInt і SInt та індекси стійкості CSInd.

Покажемо, що індекс стійкості CSInd дозволяє визначити найбільш критичні за критерієм узгодженості елементи МПП.

Приклад:

$D_1 =$

1	2	4	8
1/2	1	2	4
1/4	1/2	1	2
1/8	1/4	1/2	1

$D_2 =$

1	2	4	3
1/2	1	2	4
1/4	1/2	1	2
1/3	1/4	1/2	1

$D_3 =$

1	2	4	8
1/2	1	2	1
1/4	1/2	1	2
1/8	1	1/2	1

Матриця парних порівнянь D_1 є узгодженою ($GCI = 0$), а МПП D_2 і D_3 — неузгодженими, побудованими шляхом збурення елементів d_{14} і d_{24} МПП D_1 з дотриманням вимоги, щоб ці МПП були слабоузгодженими [14], а також допустимо неузгодженими за показником GCI (виконується $GCI < GCI^{\text{пор}}$, де $GCI^{\text{пор}}$ — порогове значення). Значення параметра Δ при розрахунку інтервалів стійкості ACSInt задамо як $\Delta = GCI^{\text{пор}} - GCI\,(D)$, $\Delta > 0$.

Інтервали стійкості для елементів МПП $D_1 - D_3$ наведено в табл. 1–7. Інтервали RSInt описують межі, у яких зміни оцінок експерта не призводять до зміни найкращої альтернативи або всього ранжування альтернатив. Інтервали ACSInt — це межі, у яких можуть змінюватися оцінки експерта, щоб рівень неузгодженості всієї множини оцінок, що описується показником GCI, залишався допустимим. Більше значення показника GCI свідчить про більшу неузгодженість оцінок. Порівнюючи значення інтервалів (табл. 1, 3, 5) та індексів (табл.7) для різних МПП, доходимо висновку, що більш неузгодженим МПП D_2 і D_3 відповідають більш вузькі інтервали стійкості ACSInt і менші значення індексів стійкості CSInd. Це означає, що для збереження допустимої неузгодженості елементам більш неузгоджених МПП D_2 і D_3 дозволяється змінюватися в менших інтервалах порівняно з елементами узгодженої МПП D_1. Більш неузгодженим МПП в основному відповідають і більш вузькі інтервали RSInt (табл. 1, 3, 5).

Результуючі інтервали стійкості SInt, які є перетином відповідних інтервалів ACSInt і RSInt у табл. 1, 3 і 5, наведено в табл. 2, 4 і 6. Це інтервали, у яких можуть змінюватися елементи МПП так, щоб одночасно зберігалася і допустима неузгодженість усієї МПП, і найкраща альтернатива або все ранжування альтернатив. Найбільш широкі інтервали SInt має узгоджена МПП D_1. Можна також стверджувати, що зі збільшенням ступеня неузгодженості ці інтервали стійкості стають вужчими. Так, в узгодженій МПП D_1 елемент d_{13} може змінюватися в інтервалі [1, 9] (набувати значень з множини $\{1,2,\ldots,9\}$ відповідно до шкали Сааті) (табл. 2). Ці зміни зберігають допустиму неузгодженість МПП D_1 1 і не призводять до зміни найкращої альтернативи. У більш неузгодженій МПП D_2, що отримана зміною елементів d_{14}, і d_{41} МПП D_1, елемент d_{13} може змінюватися в інтервалі [1, 7] (набувати значень з множини $\{1,2,\ldots,7\}$ відповідно до шкали Сааті) (табл. 4). У ще більш неузгодженій МПП D_3 інтервал для елемента d_{13} звузився до [3, 6] (табл. 6). Зокрема, у D_3 для збереження всього ранжування і допустимої неузгодженості елементи d_{23} і $d_{3,4}$ можуть набувати лише одного значення, що дорівнює 2 (табл. 6).

Т а б л и ц я 1 . Інтервали стійкості ACSInt, RSInt, зведені до шкали Сааті, для узгодженої МПП D_1 (GCI=0)

Показник	**ACSInt**				**RSInt (збереження найкращої альтернативи)**				**RSInt (збереження всього ранжування)**			
a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	–	[1/2, 8]	[1, 9]	[2, 9]	–	[1, 9]	[1/3, 9]	[1, 9]	–	[1, 9]	[1/3, 9]	[1, 9]
a_2	–	–	[1/2, 8]	[1, 9]	–	–	[1/9, 9]	[1/9, 9]	–	–	[1, 9]	[1/3, 9]
a_3	–	–	–	[1/2, 8]	–	–	–	[1/9, 9]	–	–	–	[1, 9]

Т а б л и ц я 2 . Інтервали стійкості SInt розв'язку, отриманого методом парних порівнянь RGMM для узгодженої МПП D_1

Показник	**SInt (збереження найкращої альтернативи)**				**Показник**	**SInt (збереження всього ранжування)**			
a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_i	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	–	[1, 8]	[1, 9]	[2, 9]	a_1	–	[1, 8]	[1, 9]	[2, 9]
a_2	–	–	[1/2, 8]	[1, 9]	a_2	–	–	[1, 8]	[1, 9]
a_3	–	–	–	[1/2, 8]	a_3	–	–	–	[1, 8]

Т а б л и ц я 3 . Інтервали стійкості ACSInt, RSInt, зведені до шкали Сааті, для МПП D_2 (GCI=0,16)

Показник	**ACSInt**				**RSInt (збереження найкращої альтернативи)**				**RSInt (збереження всього ранжування)**			
a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	–	[1/2, 3]	[1, 7]	[2, 9]		[1, 9]	[1, 9]	[1, 9]	–	[1, 9]	[1, 9]	[1, 9]
a_2	–	–	[1, 5]	[1, 7]		–	[1/9, 9]	[1/9, 9]		–	[1, 9]	[1, 9]
a_3	–	–	–	[1/2, 3]		–	–	[1/9, 9]		–	–	[1, 9]

Т а б л и ц я 4 . Інтервали стійкості SInt розв'язку методом парних порівнянь RGMM для МПП D_2

Показник	**SInt (збереження найкращої альтернативи)**				**Показник**	**SInt (збереження всього ранжування)**			
a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_i	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	–	[1, 3]	[1, 7]	[2, 9]	a_1	–	[1, 3]	[1, 7]	[2, 9]
a_2	–	–	[1, 5]	[1, 7]	a_2	–	–	[1, 5]	[1, 7]
a_3	–	–	–	[1/2, 3]	a_3	–	–	–	[1, 3]

Таблиця 5. Інтервали стійкості ACSInt, RSInt, зведені до шкали Сааті, для МПП D_3 (GCI=0.32)

Показник	**ACSInt**				**RSInt (збереження найкращої альтернативи)**				**RSInt (збереження всього ранжування)**			
a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	–	[2, 9]	[3, 6]	[2, 9]	–	[1/3,9]	[1/3, 9]	[1/3, 9]	–	[1/3,7]	[2, 9]	[3, 9]
a_2	–	–	[1/2, 2]	[1, 9]		–	[1/9, 9]	[1/9, 9]		–	[2, 7]	[1/3, 9]
a_3	–	–	–	[1/2, 2]		–	–	[1/9, 9]		–	–	[2, 7]

Таблиця 6. Інтервали стійкості SInt розв'язку, отриманого методом парних порівнянь RGMM для МПП D_3

Показник	**SInt (збереження найкращої альтернативи)**				**Показник**	**SInt (збереження всього ранжування)**			
a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_i	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	–	[2, 9]	[3, 6]	[2, 9]	a_1	–	[2, 7]	[3, 6]	[3, 9]
a_2	–	–	[1/2, 2]	[1, 9]	a_2		–	2	[1, 9]
a_3	–	–	–	[1/2, 2]	a_3		–	–	2

Таблиця 7. Індекси стійкості CSInd для елементів МПП D_1 – МПП D_3

Показник	D_1				D_2				D_3			
a_i	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_1	a_2	a_3	a_4
a_1	–	4,29	4,29	4,29	–	2,00	2,00	**1,61**	–	1,14	1,56	1,14
a_2	4,29	–	4,29	4,29	2,00	–	2,93	2,00	1,14	–	1,14	**1,07**
a_3	4,29	4,29	–	4,29	2,00	2,93	–	2,00	1,56	1,14	–	1,14
a_4	4,29	4,29	4,29	–	**1,61**	2,00	2,00	–	1,14	**1,07**	1,14	-

Розглядаючи значення індексу CSInd для різних елементів МПП (табл. 7), можна стверджувати, що найменше значенням цього індексу відповідає *найбільш неузгодженому елементу* МПП. Так, у МПП D_2 найбільш неузгодженим за побудовою є елемент d_{14}, і цей елемент характеризується найменшим серед усіх інших елементів МПП D_2 значенням CSInd, що дорівнює 1,61. Аналогічно найбільш неузгодженому елементу d_{24} МПП D_3 відповідає найменше значення CSInd, що дорівнює 1,07 (табл.7).

ВИСНОВОК

У роботі розроблено метод оцінювання стійкості локальних ваг альтернатив рішень на основі методу парних порівнянь RGMM, який включає: 1) оцінювання стійкості локального ранжування альтернатив рішень до змін в експертних оцінках парних порівнянь; 2) оцінювання стійкості узгодженості множини експертних оцінок парних порівнянь до зміни окремих оцінок. Отримано розрахункові формули для інтервалів стійкості елементів матриці парних порівнянь (оцінок експертів) щодо зміни локального ранжування альтернатив рішень. Побудовано інтервали стійкості, які дозволяють знайти критичні елементи задачі. Цими критичними елементами є експертні оцінки парних порівнянь, чутливі до зміни локального ранжування альтернатив, та експертні оцінки, які характеризуються найбільшою неузгодженістю.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. — М.: Радио и связь, 1993. — 320 с.
2. *Панкратова Н.Д.* Моделі і методи аналізу ієрархій: Теорія. Застосування: навч. посіб. / Н.Д. Панкратова, Н.І. Недашківська. — К: ІВЦ Вид-во «Політехніка», 2010. — 371 с.
3. *Ногин В.Д.* Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев / В.Д. Ногин // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2004. — **44**, № 7. — С. 1261–1270.
4. *Саати Т.Л.* Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Т.Л. Саати. — 2-е изд. — М.: Книжн. дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 360 с.
5. *Macharis C.* PROMETHEE and AHP: The design of operational synergies in multicriteria analysis. Strenhthening PROMETHEE with ideas of AHP / C. Macharis, J. Springael, K.D. Brucker, A. Verbeke // European Journal of Operational Research. — 2004. — **153**, № 2. — P. 307–317.
6. *Corrente Salvatore.* Multiple Criteria Hierarchy Process with ELECTRE and PROMETHEE / S. Corrente, S. Greco, R. Słowiński // Omega. — 2013. — **41**, Issue 5. — P. 820–846.
7. *Тоценко В.Г.* Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект / В.Г. Тоценко. — К.: Наук. думка, 2002. — 381 с.
8. *СППР* «SuperDecisions» — http://www. superdecisions.com.
9. *СППР* «Decision Lens» — http://www. decisionlens.com.
10. *СППР* «MakeItRational» — http://makeitrational.com/http://www.transparentchoice.com.
11. *Недашковская Н.И.* Сравнительный анализ методов парного экспертного оценивания альтернатив решений / Н.И. Недашковская // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2014. — № 4. — С. 35–44.
12. *Недашківська Н.І.* Метод узгоджених парних порівнянь при оцінюванні альтернатив рішень за якісним критерієм / Н.І. Недашківська // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2013. — № 4. — С.67–79.
13. *Aguarón Juan.* Consistency stability intervals for a judgement in AHP decision support systems / J. Aguarón, M.T. Escobar, J.M. Moreno-Jiménez // European Journal of Operational Research. —2003. — **145, Issue 2**. — P. 382–393.
14. *Pankratova N.* The Method of Estimating the Consistency of Paired Comparisons / N. Pankratova, N. Nedashkovskaya // International Journal «Information Technologies and Knowledge. — **7**. — № 4. — 2013. — P. 347–361.

Надійшла 11.10.2016