

УДК 621.771:67.02.001.57

Н.Г. ИЕВЛЕВ*

АНАЛИЗ ТРЕБОВАНИЙ К ТОЧНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПАРАМЕТРОВ ПРОКАТКИ ДЛЯ АСУ ТП ТОЛСТОЛИСТОВЫХ СТАНОВ

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, г. Киев, Украина

Анотація. Одним із найважливіших показників роботи товстолистого стану є точність реалізації заданих геометричних розмірів прокатної продукції. Значною мірою цей показник залежить від точності прогнозування параметрів прокатки за математичними моделями. Тому визначення вимог до точності цих математичних моделей є актуальним завданням. У процесі автоматичного розрахунку управлень режимом обтиснень на товстолистому стані використовуються математичні моделі основних параметрів прокатки, що забезпечують необхідну точність заданих значень координат об'єкта автоматизації. При цьому отримання високих точностних характеристик пов'язане з жорсткістю вимог до якості технологічної інформації, ускладненням моделей і процедур їх адаптації. У зв'язку з цим доцільно оцінити вплив точності математичних моделей різних параметрів на відхилення останніх від заданих значень і їх значимість у дотриманні основних вимог до автоматизованих систем управління. У статті проведено аналіз вимог до точності математичних моделей параметрів прокатки для АСК ТП товстолистових станів. Отримані вирази, що дозволяють, задаючись вимогами до точності кінцевих товщини і ширини листа, визначити допустимі похибки моделей зусилля прокатки, деформації горизонтальної і вертикальної клітей, природного і додаткового розширення. Викладений у статті підхід до визначення вимог до точності математичних моделей параметрів прокатки був використаний при розробці та впровадженні автоматизованих систем керування процесом прокатки на ряді листових станів. Розроблені відповідно до цих вимог математичні моделі показали високі результати щодо точності прогнозування і забезпечили необхідну точність реалізації заданих геометричних розмірів при автоматичному управлінні.

Ключові слова: товстолистий стан, математичні моделі, вимоги до точності, адаптація, АСК ТП.

Аннотация. Одним из важнейших показателей работы толстолистого стана является точность реализации заданных геометрических размеров прокатной продукции. В значительной степени этот показатель зависит от точности прогнозирования параметров прокатки по математическим моделям. Поэтому определение требований к точности этих математических моделей является актуальной задачей. В процессе автоматического расчета управлений режимом обжатий на толстолистовом стане используются математические модели основных параметров прокатки, обеспечивающие необходимую точность заданных значений координат объекта автоматизации. При этом получение высоких точностных характеристик связано с ужесточением требований к качеству технологической информации, усложнением моделей и процедур их адаптации. В связи с этим целесообразно оценить влияние точности математических моделей различных параметров на отклонение последних от заданных значений и их значимость в соблюдении основных требований к автоматизированным системам управления. В статье проведен анализ требований к точности математических моделей параметров прокатки для АСУ ТП толстолистовых станов. Получены выражения, позволяющие, задаваясь требованиями к точности конечных толщин и ширины листа, определить допустимые погрешности моделей усилия прокатки, деформации горизонтальной и вертикальной клетей, естественного и дополнительного уширения. Изложенный в статье подход к определению требований к точности математических моделей параметров прокатки был использован при разработке и внедрении автоматизированных систем управления процессом прокатки на ряде листовых станов. Разработанные в соответствии с этими требованиями математические модели показали высокие результаты по точности про-

гнозирования и обеспечили необходимую точность реализации заданных геометрических размеров при автоматическом управлении.

Ключевые слова: толстолистовой стан, математические модели, требования к точности, адаптация, АСУ ТП.

Abstract. One of the most important indicator of the rolling stand operation is the accuracy of the implementation of the specified geometric dimensions of rolled products. Largely, this indicator depends on the accuracy of prediction of rolling parameters according to mathematical models. Therefore, determining the accuracy requirements of these mathematical models is an urgent task. In the process of automatic calculation of the control of the mode of compression on the rolling mill, mathematical models of the basic rolling parameters are used to ensure the required accuracy of the specified values of the coordinates of the automation object. At the same time, obtaining high accuracy characteristics is associated with stricter requirements to the quality of technological information, complication of models and procedures for their adaptation. In this regard, it is advisable to assess the impact of the accuracy of mathematical models of various parameters on the deviation of the latter from the given values and their significance in meeting the basic requirements for automated control systems. The paper analyzes accuracy requirements of mathematical models of rolling parameters for the automated process control system of rolling stands; expressions are obtained that make it possible to determine the allowable errors of rolling effort, deformation of horizontal and vertical stands, natural and additional broadening. The outlined approach for determining the accuracy requirements for mathematical models of rolling parameters was used in the development and implementation of automated rolling process control systems on a number of rolling stands. The mathematical models developed in accordance with these requirements showed high results in forecasting accuracy and ensured the necessary accuracy in the implementation of specified geometrical dimensions with automatic control.

Keywords: rolling stand, mathematical models, accuracy requirements, adaptation, ACS TP.

1. Введение

Одним из важнейших показателей работы толстолистого стана является точность реализации заданных геометрических размеров прокатной продукции. В значительной степени этот показатель зависит от точности прогнозирования параметров прокатки по математическим моделям. Поэтому определение требований к точности этих математических моделей является актуальной задачей.

Целью настоящей статьи является анализ требований к точности математических моделей параметров прокатки для АСУ ТП толстолистовых станов и получение математических выражений, позволяющих, задаваясь требованиями к точности конечных толщины и ширины листа, определять допустимые погрешности моделей усилия прокатки, деформации горизонтальной и вертикальной клетей, естественного и дополнительного уширения.

2. Изложение основного материала

В процессе автоматического расчета управлений режимом обжатий на толстолистовом стане (ТЛС) используются математические модели основных параметров прокатки, обеспечивающие необходимую точность заданных значений координат объекта автоматизации. При этом получение высоких точностных характеристик связано с ужесточением требований к качеству технологической информации, усложнением моделей и процедур их адаптации. В свою очередь, допустимая погрешность в получении заданных координат состояния зависит от значимости конкретного параметра в технологическом процессе. Так, математические модели усилия прокатки и деформации клетки являются основными для расчета управлений, обуславливающих заданные геометрические размеры листа, и соответственно должны обеспечивать достаточную точность расчетов. К моделям, обуславливающим расчет величины максимально допустимых обжатий, предъявляются другие, бо-

лее низкие требования [1]. В связи с этим целесообразно оценить влияние точности математических моделей различных параметров на отклонение последних от заданных значений и их значимость в соблюдении основных требований к автоматизированным системам управления.

Математические модели параметров прокатки, не учитывающие ряд факторов, имеющих место в реальном процессе, обусловят отклонения расчетных данных от действительных, которые являются случайными для принятой модели. Поскольку каждый из неучтенных моделью факторов вызывает взаимно независимые случайные отклонения результатов вычислений, согласно теореме Ляпунова [2] можно сделать правомочное предположение о распределении отклонений, близком к нормальному закону. В дальнейшем будем исходить также из того, что путем многочисленных расчетов и коррекции модели удалось свести математическое ожидание ошибки для всего объема расчетов к нулю (это не исключает наличия ненулевого среднего значения ошибки расчета по выбранной модели на этапе, цикле прокатки или при расчете параметров прокатки некоторой партии слябов) [3].

Погрешности измерения различными датчиками, отработки раствора валков также предполагаются независимыми случайными величинами с нормальным законом распределения.

Расчетная (требуемая) толщина проката определяется из условия получения заданной ширины (для последнего пропуска указанного этапа) или реализации определенной стратегии распределения обжатий (толщин по пропускам). Толщина готового листа определяется заданием на прокатку. При реализации заданной толщины h возникает погрешность, вызванная погрешностью прогнозирования необходимого раствора валков H и погрешностью отработки этого раствора следящей системой. С другой стороны, упомянутая погрешность по толщине частично компенсируется за счет «самовыравнивания» системы келья – металл. Прогнозирование H осуществляется по формуле

$$H = h - \left(\chi_j + \frac{P_p}{M_j} \right), \quad (1)$$

где h – заданная толщина раската (листа), P_p – прогнозируемое значение усилия прокатки, $\left(\chi_j + \frac{P_p}{M_j} \right)$ – уравнение прямой, полученной в результате линейной аппроксимации j -го участка кривой деформации клетки ($d = f(P)$, d – деформация, мм), χ_j – отрезок на оси ординат, отсекаемый этой прямой, M_j – модуль клетки, соответствующий j -му участку кривой деформации.

В дальнейшем неточности в определении деформации при заданном усилии прокатки будем относить за счет ошибки в выборе χ_j , поскольку изменением χ_j при постоянном M_j можно всегда добиться прохождения прямой $d = f(P)$ через заданную точку плоскости d, P .

Среднеквадратичная ошибка прогнозирования раствора валков:

$$\sigma_H = \left(\sigma_\chi^2 + \frac{1}{M^2} \sigma_{P_p}^2 \right)^{1/2}. \quad (2)$$

С учетом ошибки отработки задания следящей системой σ_{H_c} фактический раствор валков составит H_ϕ , а среднеквадратичное отклонение раствора валков от требуемого описывается выражением

$$\sigma_{H_\phi} = \left(\sigma_\chi^2 + \frac{1}{M^2} \sigma_{P_p}^2 + \sigma_{H_c}^2 \right)^{1/2}. \quad (3)$$

При небольших разницах в величине обжатий и всех прочих равных условиях в части исходных (до пропуска) параметров сляба и прокатки можно записать [3]

$$\frac{P_p - P_\phi}{h - h_\phi} = \frac{\delta P}{\delta h} = q, \quad (4)$$

где индекс « ϕ » обозначает фактические значения соответствующих параметров, q – жесткость металла при данной температуре.

Состояние системы клеть – металл после захвата характеризуется уравнением

$$H_\phi = h_\phi - \left(\chi + \frac{P_\phi}{M} \right). \quad (5)$$

Переходя к отклонениям переменных, получаем

$$\delta H_\phi = \delta h_\phi + \frac{\delta P_\phi}{M}. \quad (6)$$

Заменим δP_ϕ на $q\delta h_\phi$:

$$\delta H_\phi = \delta h_\phi + \frac{q\delta h_\phi}{M}, \quad (7)$$

$$\delta h_\phi = \left(\frac{M}{M+q} \right) \delta H_\phi. \quad (8)$$

Переходя от абсолютных значений отклонений к их среднеквадратичному выражению и используя формулу (3) для σ_{H_ϕ} , получаем для среднеквадратичных значений отклонения толщины раската от заданной

$$\sigma_{h_\phi} = \frac{M}{M+q} \left(\sigma_\chi^2 + \frac{1}{M^2} \sigma_{P_p}^2 + \sigma_{H_c}^2 \right)^{1/2}. \quad (9)$$

Отсюда, задаваясь необходимыми величинами среднеквадратичных отклонений конечной толщины листа σ_{h_ϕ} при автоматической прокатке, можно определить допустимые для соблюдения этих отклонений среднеквадратичные погрешности прогнозирования усилия прокатки с учетом различных значений q и максимальной погрешности модели деформации клетки, которая, как правило, не превышает 5%.

При отсутствии на стане вертикальной клетки ширина раската формируется в черновой горизонтальной клетке на этапе разбивки ширины (с учетом уширения раската на последующих этапах прокатки). В связи с этим проанализируем вопросы обеспечения заданной точности на этапе разбивки ширины.

Толщина раската в последнем пропуске разбивки ширины определяется как

$$h_k = \frac{b_0 h_0}{b_3}, \quad (10)$$

где h_k , h_0 – соответственно толщина в последнем пропуске этапа и толщина раската при поступлении в черновую клеть кварто, b_0 , b_3 – начальная и конечная ширина раската на этапе разбивки ширины.

Полученная в результате прокатки в черновой клетки ширина раската

$$b_k^{(\phi)} = \frac{b_0 h_0}{h_{k\phi}}, \quad (11)$$

где $h_{k\phi}$ – фактическая толщина раската после разбивки ширины в k -м пропуске.

Погрешность полученной ширины относительно заданной будет обусловлена:

- а) допусками на исходные размеры σ_{b_0} , σ_{h_0} ;
- б) погрешностью реализации $h_k(\sigma_{h_{k\phi}})$, которая в свою очередь зависит от точности установки раствора валков, точности прогнозирования усилия прокатки и деформации клетки, что составит

$$\sigma_{h_{k\phi}} = \frac{M}{M+q} \left(\sigma_{\chi}^2 + \sigma_{H_c}^2 + \left(\frac{\sigma_{P_p}}{M} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Считая погрешности в исходных размерах перед разбивкой ширины σ_{b_0} , σ_{h_0} и $\sigma_{h_{k\phi}}$ взаимонезависимыми и учитывая (11), получаем выражение среднеквадратичного значения отклонения ширины раската от заданной:

$$\begin{aligned} \sigma_b^{(\phi)} &= \left\{ \left(\sigma_{b_0} \frac{b_3 h_0^{(\phi)}}{b_0 h_0} \right)^2 + \left(\sigma_{h_0} \frac{b_0^{(\phi)} b_3}{b_0 h_0} \right)^2 + \left(\frac{b_0^{(\phi)} h_0^{(\phi)}}{h_k^2} \sigma_{h_{k\phi}} \right)^2 \right\}^{1/2} \approx \\ &\approx \left\{ \left(\sigma_{b_0} \frac{b_3}{b_0} \right)^2 + \left(\sigma_{h_0} \frac{b_3}{h_0} \right)^2 + \left(\frac{b_0 h_0}{h_k^2} \sigma_{h_{k\phi}} \right)^2 \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из выражения (13) с учетом (12) можно, задавшись требуемой точностью получения заданной ширины σ_b и допусками на исходные размеры σ_{b_0} и σ_{h_0} , определить требования к точности математических моделей параметров, прогнозируемых на этапе разбивки ширины (P и d).

При наличии на стане вертикальной клетки ширина формируется как в горизонтальной, так и в вертикальной клетки. При этом на точность получения заданной конечной ширины листа решающее влияние оказывают математические модели уширения полосы при прокатке в системе вертикальная-горизонтальная клетки и деформации вертикальной клетки (после этапа разбивки ширины, как правило, осуществляется прокатка в вертикальной клетки), а также характеристики объекта управления.

В связи с этим целесообразно установление зависимости между вектором параметров, характеризующих процесс прокатки, вектором погрешностей математических моделей управления шириной и точностью получения заданной ширины листа при автоматическом управлении режимами обжатий на толстолистовом стане, в состав которого входит вертикальная клеть [4].

Получение листа заданной ширины обуславливается выбором управления B_N – раствора валков вертикальной клетки до прокатки в последнем пропуске вертикальной клетки, определяемого в соответствии с выражениями:

$$B_N = b_V - d_V, \quad (14)$$

$$b_V = b_s - \delta b_\Sigma, \quad (15)$$

где b_s – заданная ширина листа, δb_Σ – суммарное уширение раската при прокатке в горизонтальной клетки после последнего пропуска в вертикальной клетки, d_V – деформация вертикальной клетки, b_V – ширина раската на выходе из вертикальной клетки.

Значения δb_Σ и d_V прогнозируются на базе соответствующих математических моделей.

При определении управления B_N из выражений (14), (15) ошибка составит

$$\sigma_B = \left(\sigma_{\delta b_\Sigma}^2 + \sigma_{d_V}^2 + K_{\delta b_\Sigma, d} + K_{d, \delta b_\Sigma} \right)^{1/2}, \quad (16)$$

где $\sigma_B, \sigma_{\delta b_\Sigma}, \sigma_{d_V}$ – среднеквадратичные ошибки соответственно в определении управления B_N , модели δb_Σ и расчете d_V , $K_{\delta b_\Sigma, d}, K_{d, \delta b_\Sigma}$ – корреляционные моменты соответственно между ошибками в расчетах δb_Σ и d_V и между ошибками в расчетах d_V и δb_Σ .

Корреляционный момент $K_{d, \delta b_\Sigma} = 0$, так как прогноз уширения не зависит от расчета деформации клетки: сначала рассчитывается уширение, а, следовательно, и ширина на выходе из вертикальной клетки b_V и на ее основе – деформация клетки.

Деформация клетки прогнозируется по формуле

$$d_V = P/m, \quad (17)$$

где P – прогнозируемое усилие прокатки в вертикальной клетки, m – модуль жесткости вертикальной клетки.

Усилие прокатки является функцией вектора параметров \vec{X} , в том числе зависящей и от ширины полосы на выходе из вертикальной клетки b_V :

$$P = f(\vec{X}, b_V). \quad (18)$$

Выражение (16) с учетом (17), (18) можно преобразовать к виду [4]:

$$\sigma_B = \left\{ \sigma_{d_V}^2 + \left[1 + \frac{q^{np}}{m} + \left(\frac{q^{np}}{m} \right)^2 \right] \sigma_{\delta b_\Sigma}^2 \right\}^{1/2}, \quad (19)$$

где $q^{np} = -\partial P / \partial b_V$ – прогнозируемый модуль жесткости полосы при прокатке в вертикальной клетки, σ_{d_V} – среднеквадратичная ошибка модели деформации вертикальной клетки (среднеквадратичная ошибка прогноза деформации вертикальной клетки при заданной ширине раската на выходе из клетки).

Отрабатывая рассчитанное значение управления B_N , следящая система обусловит дополнительную погрешность, вызванную зоной нечувствительности позиционного регу-

лятора. Таким образом, среднеквадратичное отклонение отработанного управления от требуемого σ_{B_ϕ} выражается формулой

$$\sigma_{B_\phi} = (\sigma_B^2 + \sigma_c^2)^{1/2}, \quad (20)$$

где σ_c – ошибка следящей системы. Фактическое управление B_ϕ вызовет состояние объекта, выраженное уравнением

$$b_\phi = B_\phi + d_{V_\phi} + \delta b_{\Sigma_\phi}, \quad (21)$$

где $d_{V_\phi}, \delta b_{\Sigma_\phi}, b_\phi$ – фактические значения деформации вертикальной клетки, суммарного уширения раската и ширины листа.

Величина

$$b_V^{\text{Re}} = B_\phi + d_{V_\phi} \quad (22)$$

представляет собой ширину раската после обжатия в вертикальной клетки. Отклонение ширины раската на выходе из вертикальной клетки от требуемой δb_V^{Re} связано с отклонением фактического управления от требуемого δb соотношением [5].

$$\delta b_V^{\text{Re}} = \frac{m}{m+q} \delta B. \quad (23)$$

Отклонение ширины листа от заданной δB определяется по выражению

$$\delta b = \delta b_V^{\text{Re}} + \delta(\delta b_\Sigma)^{\text{Re}}, \quad (24)$$

где $\delta(\delta b_\Sigma)^{\text{Re}}$ – изменение величины уширения, вызванное отклонением ширины δb_V^{Re} (то есть отклонением значения обжатия в вертикальной клетки от требуемого) и отклонениями реализованных толщин по пропускам в горизонтальной клетки от заданных (то есть от распределения толщин по пропускам, в соответствии с которыми производился расчет уширения).

Суммарное уширение при прокатке в системе вертикальная – горизонтальная клеть представляет собой сумму дополнительного δb_Δ и естественного δb_e уширений, причем на величину δb_Δ влияет только прокатка в вертикальной клетки (необходимо только, чтобы величина обжатия в горизонтальной клетки была не менее величины наплывов, вызванных прокаткой в вертикальных валках), а на величину δb_e – прокатка в горизонтальных валках [6]. В связи с этим возможно условное разделение 1-го пропуска в горизонтальной клетки на два пропуска: проглаживающий, при котором происходит лишь обжатие наплывов и ширина увеличивается на величину дополнительного уширения (этот пропуск не входит в счет пропусков горизонтальной клетки), и размерный, при котором происходит естественное уширение, и тогда отклонение ширины листа δb можно представить следующим образом:

$$\delta b = (1 - K_\Delta) \delta b_V^{\text{Re}} + \sum_{i=1}^n K_{\text{обл}x_i}^h \delta h_{\text{обл}x_i} + \sum_{i=2}^n K_{\text{ax}_i}^b \delta b_{\text{ax}_i} + \sum_{i=1}^n K_{\text{ax}_i}^b \delta h_{\text{ax}_i}, \quad (25)$$

где $K_{\mathcal{D}} = \frac{\partial \delta b_{\mathcal{D}}}{\partial \Delta b}$ – чувствительность дополнительного уширения к изменению обжатия в вертикальных валках, $K_{\text{вых}_i}^h = \left(\frac{\partial \delta b_e}{\partial h_{\text{вых}_i}} \right)_i$, $K_{\text{ex}_i}^h = \left(\frac{\partial \delta b_e}{\partial h_{\text{ex}_i}} \right)_i$, $K_{\text{ex}_i}^b = \left(\frac{\partial \delta b_e}{\partial h_{\text{ex}_i}} \right)_i$ – соответственно чувствительность естественного уширения к изменению выходной $\delta h_{\text{вых}_i}$, входной δh_{ex_i} толщины и входной ширины δb_{ex_i} раската в i -м пропуске горизонтальной клетки, n – количество пропусков в горизонтальной клетки (счет пропусков начинается после окончания прокатки в вертикальной клетки). Изменение входной ширины определится по формулам

$$\delta b_{\text{ex}_1} = (1 - K_{\mathcal{D}}) \delta b_V^{\text{Re}}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \delta b_{\text{ex}_i} = & (1 - K_{\mathcal{D}}) \delta b_V^{\text{Re}} \prod_{j=1}^{i-1} (1 + K_{\text{ex}_j}^b) + \sum_{j=1}^{i-1} K_{\text{вых}_j}^h \delta h_{\text{вых}_j} \prod_{k=j+1}^{i-1} (1 + K_{\text{ex}_k}^b) + \\ & + \sum_{j=2}^{i-1} K_{\text{ex}_j}^h \delta h_{\text{ex}_j} \prod_{k=j+i}^{i-1} (1 + K_{\text{ex}_k}^b), \quad (i = 2, \dots, n). \end{aligned} \quad (27)$$

Среднеквадратичное отклонение ширины листа от заданной σ_b , исходя из уравнения (25) и с учетом того, что $\delta h_{\text{вых}_j} = \delta h_{\text{ex}_{j+1}}$, можно определить по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 = & \left\{ (1 - K_{\mathcal{D}}) \left[1 + K_{\text{ex}_1}^b + \sum_{i=2}^n K_{\text{ex}_i}^b \prod_{j=1}^{i-1} (1 + K_{\text{ex}_j}^b) \right] \frac{m}{m+q} \sigma_{B_\phi} \right\}^2 + \\ & + \sum_{i=1}^n (K_{\text{вых}_i}^h + K_{\text{вых}_i}^h K_{\text{ex}_{i+1}}^b + K_{\text{ex}_{i+1}}^h)^2 \times \\ & \times \left[1 + K_{\text{ex}_{i+2}}^b + \sum_{j=i+3}^n K_{\text{ex}_j}^b \prod_{k=i+2}^{j-1} (1 + K_{\text{ex}_k}^b) \right]^2 \sigma_h^2, \end{aligned} \quad (28)$$

где σ_h – среднеквадратичное отклонение фактической толщины от заданной (выражение (28) записано в общем виде; часть членов (28), индексы при которых больше n , обращаются в 0).

Оценим значение ошибки в определении σ_b , вызванной заменой чувствительностей, являющихся функциями параметров проката, постоянными величинами:

$$K_{\text{ex}_i}^b = K_{\text{ex}_i}^b, K_{\text{ex}_i}^h = K_{\text{ex}_i}^h, K_{\text{вых}_i}^h = K_{\text{вых}_i}^h.$$

В этом случае выражение (28) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \sigma_b^2 = & \left[(1 + K_{\text{ex}}^b)^n (1 - K_{\mathcal{D}}) \frac{m}{m+q} \sigma_{B_\phi} \right]^2 + \\ & + \left\{ \frac{(1 + K_{\text{ex}}^b)^{2(n-1)} - 1}{(1 + K_{\text{ex}}^b)^2 - 1} \left[K_{\text{вых}}^h (1 + K_{\text{ex}}^b) + (K_{\text{вых}}^h)^2 \right] \right\} \sigma_h^2. \end{aligned} \quad (29)$$

В результате анализа величин $K_D, K_{вых}^h, K_{ex}^h, K_{ex}^b$ в условиях прокатки на ТЛС с использованием математических моделей естественного и дополнительного уширения [5–7] предварительно установлено, что

$$K_D = 0,3 \div 0,8, \quad K_{ex}^b = -(0,1 \div 0,8) \cdot 10^{-4},$$

$$K_{вых}^h = -(0,3 \div 0,8), \quad K_{ex}^h = 0,3 \div 0,8.$$

В этом случае максимальное значение второго слагаемого в выражении (29) при автоматическом управлении толщиной ($\sigma_h = 0,2$ мм) составит 0,17 мм (при $n=15$), что меньше инструментальной погрешности измерения ширины полосы. Поэтому этим слагаемым можно пренебречь. Также можно не учитывать множитель $(1 + K_{ex}^b)^n$ в первом слагаемом выражения (29), что приведет к ошибке в определении σ_b не более 0,1 %. Тогда

$$\sigma_b = (1 - K_D) \frac{m}{m + q} \sigma_{B_\phi}. \quad (30)$$

Ориентируясь на заданные допуски по ширине листа и погрешность модели деформации клетки, а также учитывая, что расчет управления B_N по моделям должен обеспечивать заданную точность по ширине при любых соотношениях параметров проката (а, значит, и при любых K_D), можно по (19), (20), (30), приняв $K_D=0,3$, определить допустимую ошибку расчета уширения при прокатке, обуславливающую получение требуемой ширины с заданной точностью:

$$\sigma_{\delta b_{\Sigma \text{ доп}}} = \frac{m + q}{0,7m} \left[\frac{\sigma_{b_3}^2 - 0,49 \left(\frac{m}{m + q} \right)^2 (\sigma_{d_v}^2 + \sigma_c^2)}{1 + \frac{q^{np}}{m} + \left(\frac{q^{np}}{m} \right)^2} \right]^{1/2}. \quad (31)$$

Возможны два варианта расчета требуемого управления B_N по (14) и (15), при этом прогнозы по моделям уширения (естественного и дополнительного) являются зависимыми:

- 1) при итерационном расчете (1-й вариант) прогноз δb_e зависит от расчетов δb_D ;
- 2) при прямом расчете (2-й вариант) прогноз δb_D зависит от расчета δb_e .

К тому же, судя по источникам [5–7], естественное уширение сложным образом зависит от входной ширины, а дополнительное уширение – от обжатия, и поэтому при прямом расчете B_N для нахождения значения δb_e по выходной ширине b_3 и значения δb_D по ширине раската после проглаживающего пропуска в горизонтальной клетки необходима организация отдельных итерационных циклов.

При итерационном расчете управления B_N ошибка в определении суммарного уширения составит

$$\delta \delta b_{\Sigma} = \delta \delta b_D + \delta \delta b_e + \delta_e + \delta_{IT}, \quad (32)$$

где $\delta \delta b_{\Sigma}$ – ошибка определения суммарного уширения, $\delta \delta b_D, \delta \delta b_e$ – ошибки модели дополнительного и естественного уширения, $\delta_e = K_{ex}^b \delta \delta b_D$ – ошибка в расчете естественного

уширения, вызванная ошибкой в определении входной ширины, $\delta_{ИТ}$ – отклонение b_k от b_s , вызванное конечным числом итераций расчета. Среднеквадратичная ошибка расчета δb_Σ определится по выражению

$$\sigma_{\delta b_\Sigma} = \left(\sigma_{\delta b_e}^2 + \left[1 + K_{ex}^b + (K_{ex}^b)^2 \right] \sigma_{\delta b_d}^2 + \sigma_{ИТ}^2 \right)^{1/2}, \quad (33)$$

где $\sigma_{\delta b_e}, \sigma_{\delta b_d}$ – среднеквадратичные ошибки модели естественного и дополнительного уширения, $\sigma_{ИТ}$ – среднеквадратичное значение $\delta_{ИТ}$.

При расчете управления B_N по 2-му варианту ошибка в определении δb_Σ составит

$$\delta \delta b_\Sigma = \delta \delta b_e + \delta \delta b_d + \delta_{ИТ} + \delta_d + \delta'_{ИТ}, \quad (34)$$

где $\delta_d = \frac{K_d}{1 - K_d} \left(\delta \delta b_e + \frac{\delta'_{ИТ}}{K_{ex}^b} + \delta''_{ИТ} \right)$ – ошибка в расчете дополнительного уширения, вызванная ошибкой в расчете ширины раската после проглаживающего пропуска в горизонтальной клетке b_r , $\delta'_{ИТ}, \delta''_{ИТ}$ – ошибки, вызванные конечным числом итераций при определении $\delta b_e, \delta b_d$. Среднеквадратичная ошибка расчета δb_Σ в этом случае определится по выражению

$$\sigma_{\delta b_\Sigma} = \left\{ \sigma_{\delta b_d}^2 + \left[1 - \frac{1}{(K_{ex}^b)^2} \right] \sigma_{ИТ}^{\prime 2} + \left[1 + \frac{K_d}{(1 - K_d)^2} \right] \left\{ \sigma_{\delta b_e}^2 + \frac{\sigma_{ИТ}^{\prime 2}}{(K_{ex}^b)^2} + \sigma_{ИТ}^{\prime \prime 2} \right\} \right\}^{1/2}, \quad (35)$$

где $\sigma'_{ИТ}, \sigma''_{ИТ}$ – среднеквадратичное отклонение $\delta'_{ИТ}, \delta''_{ИТ}$. Как видно из (35), ввиду малости K_{ex}^b (см. выше), на величину $\sigma_{\delta b_\Sigma}$ большое влияние оказывает величина $\sigma'_{ИТ}$, то есть итерационный расчет δb_e для определения b_r необходимо вести до тех пор, пока $\sigma'_{ИТ}$ не станет по крайней мере того же порядка, что и K_{ex}^b . Это требует неоправданно высокой точности вычисления δb_e по модели.

Задаваясь ошибкой модели дополнительного уширения, значениями $\sigma_{ИТ}, \sigma'_{ИТ}, \sigma''_{ИТ}$ и допустимой ошибкой расчета δb_Σ , вычисленной по (31), из выражений (33), (35) найдется допустимая погрешность модели естественного уширения:

$$\sigma_{\delta b_{e,доп}} = \left(\sigma_{\delta b_{\Sigma,доп}}^2 - \left[1 + K_{ex}^b + (K_{ex}^b)^2 \right] \sigma_{\delta b_d}^2 - \sigma_{ИТ}^2 \right)^{1/2} \quad (36)$$

при первом варианте расчета и

$$\sigma_{\delta b_{e,доп}} = \left\{ \left[1 - \frac{K_d}{1 - K_d + K_d^2} \right] \sigma_{\delta b_{\Sigma,доп}}^2 - \sigma_{\delta b_d}^2 - \left[1 - \frac{1}{(K_{ex}^b)^2} \right] \sigma_{ИТ}^{\prime 2} - \left[1 + \frac{K_d}{(1 - K_d)^2} \right] \left[\frac{\sigma_{ИТ}^{\prime 2}}{(K_{ex}^b)^2} + \sigma_{ИТ}^{\prime \prime 2} \right] \right\}^{1/2} \quad (37)$$

при втором варианте расчета B_N .

Из рассмотрения выражений (36), (37) можно сделать вывод, что даже при $\sigma'_{ИТ} = 0$, а также при $\sigma_{ИТ} = \sigma''_{ИТ}$ и реальных значениях K_{ex}^b и K_d 2-й вариант расчета B_N предъявляет к точности расчета естественного уширения более жесткие требования, чем 1-й. Поэтому

при автоматическом управлении шириной предпочтительней использовать 1-й вариант расчета B_N . При этом при расчете $\sigma_{\delta b_{e_{доп}}}$ по выражению (36) в последнем можно пренебречь величинами K_{ex}^b и $(K_{ex}^b)^2$, так как они значительно меньше 1, тогда

$$\sigma_{\delta b_{e_{доп}}} = \left(\sigma_{\delta b_{e_{доп}}}^2 - \sigma_{\delta b_d}^2 - \sigma_{ИГ}^2 \right)^{1/2}. \quad (38)$$

Обычно при прокатке на ТЛС после обжатия в вертикальной клетки осуществляется не один, а ряд пропусков в горизонтальной клетки. В этом случае $\sigma_{\delta b_{e_{доп}}}$, найденная по выражению (38), является не ошибкой модели, а суммарной ошибкой расчета естественного уширения, определяемой точностью модели естественного уширения и количеством пропусков в горизонтальной клетки.

Суммарная ошибка представляет собой сумму ошибок расчета естественного уширения, каждая из которых

$$\delta \delta b_{e_i} = \delta'_{e_i} + \delta_{e_i}, \quad (39)$$

где δ_{e_i} – ошибка модели естественного уширения, i – номер пропуска, $\delta'_{e_i} = K_{ex_i}^b \delta b_{ex_i}^{np}$ – ошибка, вызванная ошибкой в прогнозе входной ширины, которая в свою очередь определяется

$$\delta b_{ex_i}^{np} = \sum_{j=1}^{i-1} (1 + K_{ex_j}^b) \delta_{e_j}. \quad (40)$$

Из выражений (39), (40) следует, что ошибка в расчетах естественного уширения в предыдущих пропусках влияет на точность определения величины δb_e в последующем пропуске. В соответствии с вышесказанным и используя указанные ранее значения чувствительности естественного уширения к входной ширине $K_{ex_i}^b$, можно определить среднеквадратичную ошибку расчета суммарного естественного уширения:

$$\sigma_{\delta b_{e_{\Sigma}}} = \left(\sum_{i=1}^n \sigma_{\delta b_{e_i}}^2 \right)^{1/2}, \quad (41)$$

и тогда допустимая погрешность модели естественного уширения находится по выражению

$$\sigma_{\delta b_{e_{доп}}} = \frac{\sigma_{\delta b_{e_{\Sigma доп}}}}{\sqrt{n}}. \quad (42)$$

Полученные выражения (31), (38), (42) устанавливают связь между вектором параметров, характеризующих процесс прокатки $\vec{Z} = (m, q, \sigma_c, n)$, вектором погрешностей математических моделей, используемых при управлении шириной $\vec{Z}1 = (\sigma_{d_v}, \sigma_{\delta b_d}, \sigma_{\delta b_e}, \sigma_{ИГ})$, и требуемой точностью получения заданной ширины δ_{b_s} . Они позволяют определить допустимые погрешности моделей деформации вертикальной клетки, естественного и дополнительного уширения, обеспечивающие при автоматическом управлении шириной полосы требуемые точностные показатели с учетом вектора характеристик конкретного объекта (жесткости вертикальной клетки, жесткости полосы, точности установки нажимных винтов вертикальной клетки, схемы прокатки).

Ранее было получено выражение (9) для среднеквадратичного отклонения толщины раската от заданной, позволяющее, задаваясь требованиями к точности конечной толщины листа, определить допустимые погрешности моделей усилия прокатки и деформации клетки. Кроме того, получено выражение (13) для среднеквадратичного отклонения ширины раската от заданной (при формировании ширины в горизонтальной клетке и отсутствии на стане вертикальной клетки), позволяющее, задавшись требуемой точностью получения заданной ширины и допусками на исходные размеры заготовки, определить требования к точности прогнозирования усилия прокатки и деформации клетки на этапе разбивки ширины.

3. Выводы

Проведен анализ требований к точности математических моделей параметров прокатки для АСУ ТП толстолистовых станов, получены выражения, позволяющие, задаваясь требованиями к точности конечных толщины и ширины листа, определить допустимые погрешности моделей усилия прокатки, деформации горизонтальной и вертикальной клеток, естественного и дополнительного уширения. Изложенный в статье подход к определению требований к точности математических моделей параметров прокатки был использован при разработке и внедрении автоматизированных систем управления процессом прокатки (АСУТП) на ряде листовых станов, в частности, ТЛС 3600 Бхилайского металлургического завода, ТЛС 3600 металлургического комбината «Азовсталь», ТЛС 2250 Алчевского металлургического комбината, ТЛС 5000 ПО «Ижорский завод», черновой группе клеток листового стана 560 и листовом стане 1500 металлургического завода «Серп и Молот». Разработанные в соответствии с этими требованиями математические модели показали высокие результаты по точности прогнозирования и обеспечили необходимую точность реализации заданных геометрических размеров при автоматическом управлении [3, 5–7]. При этом автоматическое управление не приводило к превышению допустимых энергосиловых параметров, а также не вызывало нарушений технологии, приводящих к браку продукции.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Ієвлев М.Г., Корбут В.В. Автоматизовані системи захисту устаткування прокатних клітей від перевантажень. *Науково-технічна інформація*. 2011. № 4 (50). С. 50–53.
2. Карасев А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Статистика, 1970. 343 с.
3. Ієвлев М.Г., Грабовський Г.Г. Математичні моделі і алгоритми керування в АСК ТП товстолистових прокатних станів. К.: Техніка, 2001. 248 с.
4. Полещук В.В. Анализ точностных параметров математических моделей уширения полосы для АСУТП толстолистового стана. *Рукопись деп. в ЦНИИТЭИ приборостроения*. М.: 1985. № 3036. 15 с.
5. Коновалов Ю.В., Воропаев А.П., Руденко Е.А. Технологические основы автоматизации листовых станов. К.: Техніка, 1981. 128 с.
6. Бровман М.Я., Зеличенко Б.Ю., Герцев А.И. Усовершенствование прокатки толстых листов. М.: Металлургия, 1969. 256 с.
7. Вусатовский З. Основы прокатки. М.: Металлургия, 1967. 584 с.
8. Ієвлев М.Г. Стратегії автоматичного керування режимами прокатки на товстолистових прокатних станах. *Автоматизація виробничих процесів*. 2007. № 1 (24). С. 24–31.
9. Ієвлев Н.Г., Полещук В.В., Полещук Н.П. Математические модели уширения и задача управления шириной листа в АСУТП. *Вопросы комплексной автоматизации технологических процессов прокатного производства*. К.: Институт автоматизации, 1988. С. 69–72.
10. Архангельский В.И., Бычков С.М., Грабовский Г.Г. Автоматизация процесса прокатки на толстолистовом стане 3600. *Сталь*. 1985. № 3. С. 50–53.

11. Бычков С.М., Грабовский Г.Г., Твардовский В.П. АСУТП прокатки на толстолистовом стане 5000. *Вопросы комплексной автоматизации технологических процессов прокатного производства*. К.: Институт автоматики, 1988. С. 59–65.
12. Иевлев Н.Г., Евдоксин А.В., Полещук В.В. Автоматизированное управление процессом прокатки на стане 1500 металлургического завода «Серп и Молот». *Автоматизированное организационно-технологическое управление процессами прокатного производства*. К.: Институт автоматики, 1989. С. 57–60.

Стаття надійшла до редакції 26.10.2018