

МЕРЕЖЕВА ЕЛЕКТРОННО-ТАБЛИЧНА МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ ІЗ ПРОМІЖНИМИ ПУНКТАМИ

*Інститут проблем реєстрації інформації НАН України, м. Київ, Україна

Анотація. Модель транспортної задачі з проміжними пунктами (ТЗПП) у матричній постановці через свою універсальність і гнучкість є класичною. На її основі були розроблені методи й алгоритми мережевої оптимізації, де враховано специфіку реальних мереж, зокрема, ТЗПП, але серйозною проблемою залишаються критичні вимоги до параметрів пам'яті і швидкодії обчислювачів. Матричні моделі задач мережевої оптимізації мають принциповий недолік, пов'язаний із розмірністю: зазвичай реальне мережеве завдання містить вузли, пов'язані не з усіма іншими вузлами, а тільки з сусідніми, що добре видно на будь-якій географічній карті комунікацій, зате традиційна матрична версія мережевої моделі ТЗПП вимагає враховувати всі n^2 зв'язків у матриці суміжності або nt зв'язків у матриці інцидентів, де n – кількість вузлів, t – кількість дуг. Якщо реально дуг немає, їх показники представляють фіктивними числами. Тому серйозною проблемою залишається здійснення переходу від матриці до мережі, яку в компактній формі можна уявити, зокрема, списками вузлів і дуг у реальній мережі, для чого необхідні спеціальні функції для реалізації певних елементів алгоритму. Таким важливим елементом є реалізація принципу балансу потоків у вузлі, що вперше введений у проблематиці потокової оптимізації, за яким алгебраїчна сума вхідних і вихідних потоків не перевищує потенціал вузла (пропозиція, попит). Електронні таблиці (ЕТ) та їх досконаліші версії з розвиненим набором функцій, процедур і програм-надбудов визначили ефективні інформаційні технології ЕТ-моделювання та ЕТ-оптимізації, які поповнили арсенал сучасної бізнес-аналітики. Саме ці кошти дозволили досліджувати мережеві структури, зокрема, визначаючи їх конфігурацію, вимушено змінну як реакція на зовнішні впливи. Запропонована мережева версія моделі ТЗПП може служити робочим інструментом для дослідження реальних завдань цього типу. Отриманий результат у середовищі електронної таблиці дозволяє адаптувати модель до реального стану об'єкта дослідження шляхом модифікації ЕТ-моделі, визначити дії щодо формування перспективного плану розвитку мережі, досліджуваного на моделі.

Ключові слова: задачі про потоки в мережах, транспортна задача з проміжними пунктами, електронно-табличне моделювання, мережева оптимізація, транспортна задача із проміжними пунктами, оптимізація в електронній таблиці.

Аннотация. Модель транспортной задачи с промежуточными пунктами (ТЗПП) в матричной постановке из-за своей универсальности и гибкости является классической. На ее основе были разработаны методы и алгоритмы сетевой оптимизации, где учтена специфика реальных сетей, в частности, ТЗПП, но серьезной проблемой остаются критические требования к параметрам памяти и быстродействию вычислителей. Матричные модели задач сетевой оптимизации имеют принципиальный недостаток, связанный с размерностью: обычно реальная сетевая задача содержит узлы, связанные не со всеми другими узлами, а только с соседними, что хорошо видно на любой географической карте коммуникаций, зато традиционная матричная версия сетевой модели ТЗПП требует учитывать все n^2 связей в матрице смежности или nt связей в матрице инцидентів, где n – количество узлов, t – количество дуг. Если реально дуг нет, их показатели представляют фиктивными числами. Поэтому серьезной проблемой остается осуществление перехода от матрицы к сети, которую в компактной форме можно представить, в частности, списками узлов и дуг в реальной сети, для чего необходимы специальные функции для реализации определенных элементов алгоритма. Таким важным элементом является реализация принципа баланса потоков в узле, который впервые введен в проблематике потоковой оптимизации, по которому алгебраическая сумма входных и выходных потоков не превышает потенциал узла (предложение, спрос). Электронные таблицы (ЭТ) и их совершенные версии с развитым набором функций, процедур и программ-надстроек определили эффективные информационные технологии ЭТ-моделирования и ЭТ-оптимизации, которые пополнили арсенал современной бизнес-аналитики.

Именно эти средства позволили исследовать сетевые структуры, в частности, определяя их конфигурацию, вынужденно изменяемую как реакция на внешние воздействия. Предложенная сетевая версия модели ТЗПП может служить рабочим инструментом для исследования реальных задач этого типа. Полученный результат в среде электронной таблицы позволяет адаптировать модель к реальному состоянию объекта исследования путем модификации ЭТ-модели, определить действия по формированию перспективного плана развития сети, исследуемого на модели.

Ключевые слова: задачи о потоках в сетях, транспортная задача с промежуточными пунктами, электронно-табличное моделирование, сетевая оптимизация, транспортная задача с промежуточными пунктами, оптимизация в электронной таблице.

Abstract. The model of the transport problem with intermediate points (TPIP) in the matrix formulation because of its versatility and flexibility is classical, based on its methods and algorithms of network optimization were developed, which takes into account the specificity of real networks, in particular, TPIP, although the critical problem remains critical requirements to the memory parameters and the speed of the calculators. Matrix models of network optimization tasks have a fundamental drawback associated with the dimension: usually the actual network task contains nodes that are not connected with all other nodes, but only with neighboring nodes, as can be clearly seen on any geographic communication map, but the traditional matrix version of the TPIP network model requires taking into account all n^2 links in the adjacency matrix or nm bonds in the incidence matrix, where: n is the number of nodes, m is the number of arcs, if there are not really arcs, their exponents represent fictitious numbers. Therefore, a serious problem remains the implementation of the transition from the matrix to the network, which in compact form can be represented, in particular, by lists of nodes and arcs in the real network, which requires special functions to implement certain elements of the algorithm. An important such element is the implementation of the flow balance principle in the node, first introduced in the problems of streamline optimization, according to which the algebraic sum of the input and output streams does not exceed the node potential (supply, demand). Spreadsheets (SS) and their perfect versions with a developed set of functions, procedures and add-on programs have identified effective information technologies SS-modeling and SS-optimization, which have replenished the arsenal of modern business analytics. It is these tools that made it possible to examine network structures, in particular, determining their configuration, which is forced to change as a response to external influences. The proposed network version of the TPIP model can serve as a working tool for investigating real problems of this type, the result obtained in a spreadsheets environment allows to adapt the model to the real state of the research object by modifying the SS model, to determine the actions for the formation of the long-term plan for the development of the network studied on the model.

Keywords: flows in networks problems, transportation problem with intermediate points, spreadsheets modeling, network optimization, transshipment problem, optimization with spreadsheets.

1. Вступ

Розв'язання реальної транспортної задачі на ламповій ЕОМ щойно винайденим симплекс-методом¹ – історична подія в області прикладної математики, організаційної і планово-управлінської практики, яка визначила появу нового класу математичних моделей – лінійного програмування (ЛП, [1]), що дало потужний поштовх щодо розробки досконалих засобів комп'ютерного моделювання та їх активного використання. За свою універсальність і гнучкість модель транспортної задачі ЛП (ТЗ ЛП) у матричній постановці стала класичною. На її основі були поставлені нові задачі, розроблені методи і алгоритми мережевої оптимізації, де якнайкраще врахована специфіка реальних мереж, зокрема, ТЗПП, хоча серйозною проблемою залишаються критичні вимоги до параметрів пам'яті й швидкодії обчислювачів.

¹ Dantzig G.B. Application of the Simplex Method to a Transportation Problem. Перша публікація про симплекс-метод та його успішне використання у Працях конференції «Activity Analysis of Production and Allocation», 1949 р.

За усталеною методологією, ТЗПП має аналогічну матричну постановку, де до джерел і стоків додані проміжні пункти, які можуть бути джерелами, стоками чи транзитними пунктами, тож розміри матриць питомих вартостей й шуканих невідомих солідно зростають і фахівцями здійснюються вимушені спроби дещо штучно їх зменшувати. Зокрема, за методом декомпозиції Данцига-Вульфа, загальну задачу розділяють на окремі підзадачі допустимих розмірів, результати розв'язання яких згодом об'єднують за спеціальною методикою. Чи не єдиним виходом залишається бурхливий прогрес розвитку комп'ютерної техніки та методів організації обчислень типу розподілу обчислювального процесу, за якими вдається організувати роботу з матрицями великого розміру.

Матричні моделі задач мережевої оптимізації мають ще один принциповий недолік, пов'язаний із розмірністю: зазвичай реальна мережева задача містить вузли, зв'язані не з усіма іншими вузлами, а лише з сусідніми, це добре видно на будь-якій географічній карті комунікацій і зрозуміло будь-якому перевізнику, зате традиційна матрична версія мережевої моделі ТЗПП вимагає враховувати усі n^2 зв'язків у матриці суміжності чи nm зв'язків у матриці інцидентів, де n – кількість вузлів, m – кількість дуг, якщо реально дуг немає, їхні показники представляють фіктивними числами.

Тож серйозною проблемою залишається здійснення переходу від матриці до мережі, яку в компактній формі можна представити, зокрема, списками вузлів і дуг, що є у реальній мережі, для чого необхідні специфічні функції для реалізації певних елементів алгоритму. Важливим таким елементом є реалізація принципу балансу потоків у вузлі, вперше уведений у проблематиці потокової оптимізації [2], за яким алгебраїчна сума вхідних і вихідних потоків не перевищує потенціал вузла (пропозиція, попит).

Винахід електронних таблиць (ЕТ, spreadsheets) та випуск їх досконалих версій із розвиненим набором функцій, процедур і програм-надбудов визначили ефективні інформаційні технології ЕТ-моделювання [4] та ЕТ-оптимізації [5, 6], які поповнили арсенал сучасної бізнес-аналітики [7]. Саме ці засоби дозволили досліджувати мережеві структури, зокрема, визначаючи їх конфігурацію, вимушено змінювану як реакція на зовнішні впливи [8].

2. Матрична версія ЕТ-моделі ТЗПП

Матрична версія задачі ТЗПП є чи не єдиною й досі², що стримує процес її розв'язання для практики. Щоб зрозуміти складності реалізації такої версії для розв'язання серйозної практичної задачі, розглянемо класичний приклад із реалізацією в Excel.

Приклад 1 [3, с. 219]. Змішана мережа складається з 8 вузлів і 10 направлених дуг (рис. 1). Тут явним джерелом є вузол 1 із запасом/пропозицією 10 од., явним стоком – вузол 8 з попитом 8 од., усі інші вузли – проміжні пункти, вузол 4 має запас 4 од., вузли 3 і 6 – попит (-3 і -1), задача замкнута (збалансована). Сума пропозицій дорівнює сумі попиту ($B=12$), дуги мають питомі витрати передачі потоків ними, задані запаси і попити названі «чистими» (ЧЗ, ЧП).

Мета – перерозподілити потенціали вузлів за загальними мінімальними витратами.

Початкова матрична модель – це матриця C питомих витрат у форматі матриць:

- суміжності розміром 8×8 (64 значень, із них 54 фіктивних числа);
- інцидентів розміром 8×10 (80 значень, із них 60 нулів).

Такою є і шукана матриця потоків X .

² Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 436 с., [5].

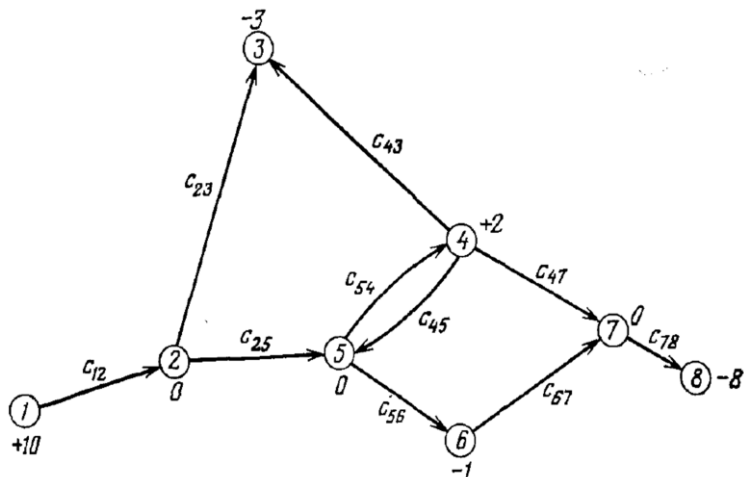


Рисунок 1 – Мережа ([3], с. 221)

План перевезень									В
С	2	3	4	5	6	7	8	ЧЗ	Проп.
1	3	99	99	99	99	99	99	10	10
2	0	7	99	3	99	99	99	0	12
4	99	6	0	4	99	5	99	2	14
5	99	99	99	0	3	99	99	0	12
6	99	99	99	99	0	5	99	0	11
7	99	99	99	99	99	0	2	0	12
ЧП	0	3	4	0	1	0	8		
Попит	12	3	12	12	12	12	8		

Транспортна задача								
X	2	3	4	5	6	7	8	
1	10	0	0	0	0	0	0	10
2	2	3	0	7	0	0	0	12
4	0	0	12	0	0	2	0	14
5	0	0	0	5	7	0	0	12
6	0	0	0	0	5	6	0	11
7	0	0	0	0	0	4	8	12
	12	3	12	12	12	12	8	149

Рисунок 2 – Матрична модель ТЗПП → ТЗ ЛП

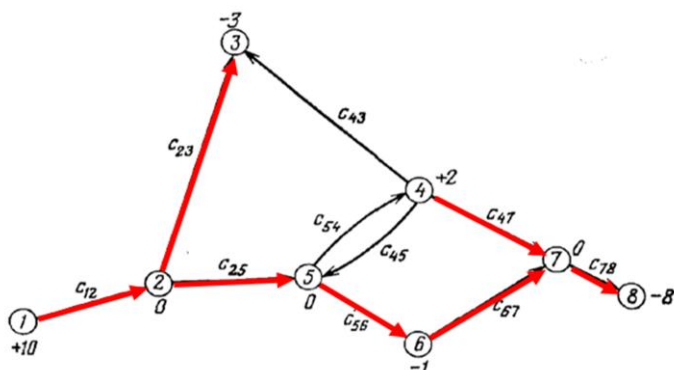


Рисунок 3 – Результат 1

форматі: «Початок, Кінець, Вартість», це 3 стовпці і 10 рядків.

Шукані 10 невідомих – стовпець із 10 клітинок.

Підготовчий етап.

За дещо штучною і неформальною методикою, для якої необхідна спеціальна програма, для зменшення розміру задачі попередньо аналізуються потенціали вузлів та зв'язки між ними. Певними обчисленнями «чисті» показники перетворюються в деформовані початкові дані: 6 пропозицій і 7 попиту у результаті сформованої зменшеної матриці розміром 6×7 зведенням ТЗПП до класичної ТЗ ЛП.

Розмір задачі оптимізації: 42 невідомих, 13 обмежень.

Недолік цієї методики: за кожною зміною початкової структури мережі, що є основною метою мережевого моделювання, її щоразу треба повторювати, щоб утворити нову певного розміру. Тут питомі витрати 32 відсутніх дуг представляють великими числами (99), щоб заповнити матрицю С, діагональні значення $c_{ii} = 0$.

Результат (рис. 2, 3).

Попит вузла:

3 (-3) забезпечується потоком: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$;

6 (-1) – потоком: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6$;

8 (-8) – потоками: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8$ (вузол 6 є одночасно транзитним) та $4 \rightarrow 7 \rightarrow 8$.

3. Мережева версія ЕТ-моделі ТЗПП

Приклад 2. За цими ж початковими даними для змішаної мережі розміром (8, 10) формується спискова версія моделі ТЗПП, де початкові дані представлені списком 8 вузлів (8 клітинок) та списком дуг у фо-

Розмір задачі оптимізації: 10 невідомих і 8 обмежень. Використовуються задані початкові дані.

Результат (рис. 3, 4).

Вузол	Пот.	Обм.	Дуга	Початок	Кінець	Варт.	План (X)
1	10	10	1	1	2	3	10
2	0	0	2	2	3	7	3
3	-3	-3	3	2	5	3	7
4	2	2	4	4	3	6	0
5	0	0	5	4	5	4	0
6	-1	-1	6	4	7	5	2
7	0	0	7	5	4	5	0
8	-8	-8	8	5	6	3	7
			9	6	7	5	6
			10	7	8	2	8
ЦФ=							149

Рисунок 4 – Результат 2

Приклад 3. Задана змішана мережа розміром (27, 101), де за заданими потенціалами вузлів: 16 джерел (1, 2, 3, ..., 23, 24, 25), 10 стоків (4, 5, 7, ..., 27, 28, 29) і один транзитний вузол (17), сума пропозицій – 197 од., попиту – 165 од., задача відкрита (рис. 5).

Застосовано мережеву версію моделі із списковою організацією даних і шуканих невідомих.

Результат (рис. 6, 7).

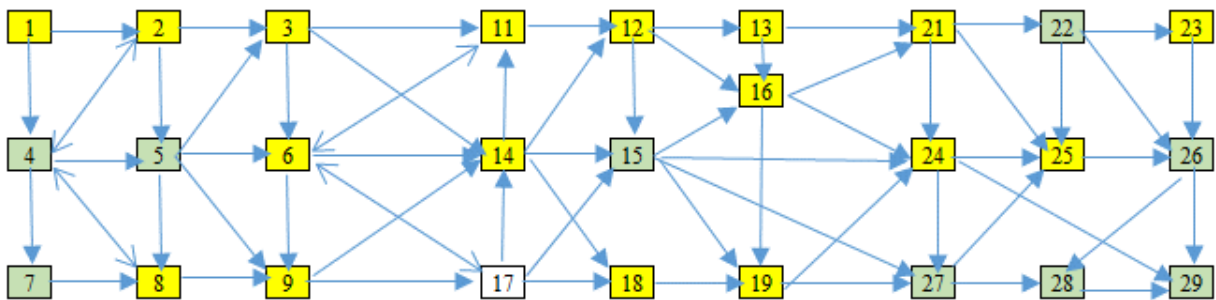


Рисунок 5 – Мережа (27, 101)

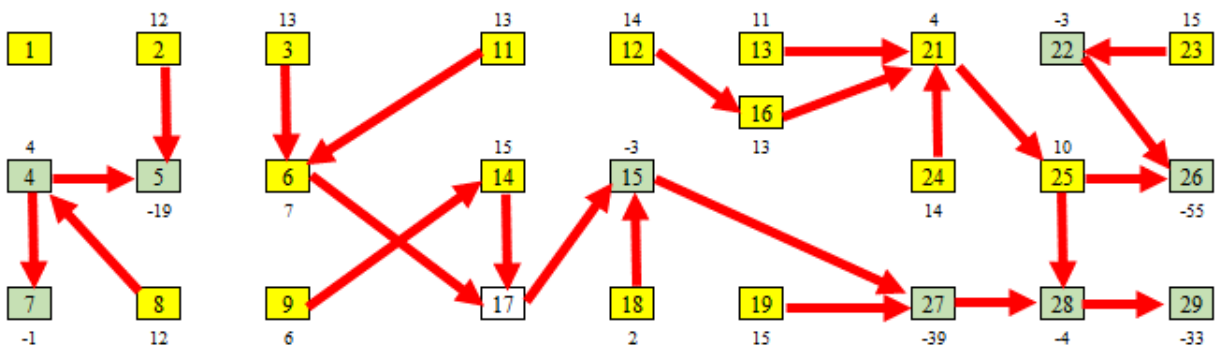


Рисунок 6 – Потіки «джерела → стоки»

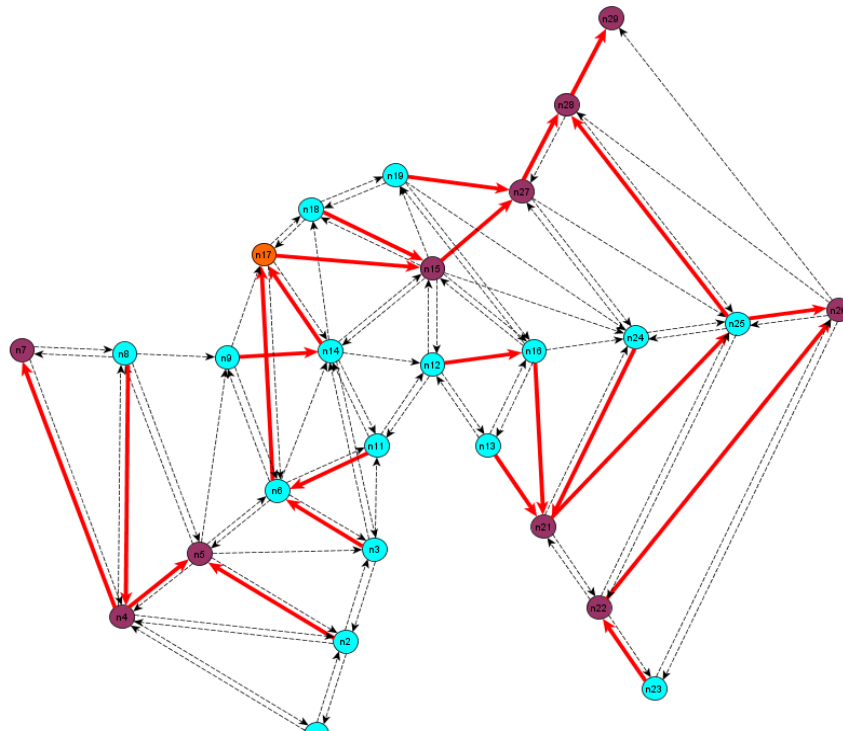


Рисунок 7 – Мережа і потоки

Додатково отримані двоїсті оцінки початкових даних:

- тіньові ціни потенціалів вузлів – від’ємні числа, які вказують на потенційне зниження (для джерел) чи збільшення (для стоків) загальних витрат (значення цільової функції (ЦФ)) при зміні потенціалу вузла на 1. Наприклад, зміна пропозиції вузла-джерела 2 на 1 дозволить зменшити значення ЦФ на 13 гр. од., а збільшення попиту вузла-стоку 29 на 1 приведе до збільшення ЦФ на 63 од. За допомогою цих оцінок можна змінити розподіл запасів на складах для зменшення витрат на перевезення продукту до стоків;
- приведені вартості питомих витрат для дугових потоків – додатні числа, які вказують на зміну (збільшення) значення цільової функції при вимушеному відхиленні від оптимального плану. Скажімо, вимушене перевезення невігідною дугою (1, 4) одиниці продукту збільшить значення ЦФ на 30 гр. од.

Ці об’єктивні і обґрунтовані показники зазвичай застосовують для зміни структури мережевої організації шляхом модифікації наведеної моделі, щоб врахувати специфічні умови реального процесу утворення і розміщення запасів, розташування місць замовлень і шляхів перевезень.

На етапі модифікації моделі за необхідності вводять обмеження знизу/зверху на величину шуканого потоку, щоб врахувати технологічні умови протікання потоку чи пропускну здатність каналу зв’язку.

4. Висновки

Показано на прикладах, що запропонована мережева версія моделі транспортної задачі з проміжними пунктами є цілком робочим інструментом для дослідження реальних задач цього типу. Отриманий результат у середовищі електронної таблиці дозволяє адаптувати модель до реального стану об’єкта дослідження шляхом модифікації ЕТ-моделі, визначати дії щодо формування перспективного плану розвитку мережі, що досліджується на моделі.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения / пер. с англ. М.: Прогресс, 1966. 602 с.
2. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях / пер. с англ. М.: Мир, 1966. 276 с.
3. Вагнер Г. Основы исследования операций / пер. с англ. М.: Мир, 1972. Т. 1. 336 с.
4. Ragsdale C. Spreadsheet Modeling and Decision Analysis. A Practical Introduction to Management Science. 6-ed. Cengage Learn., 2010. 794 p.
5. Baker K. Optimization Modeling with Spreadsheets. 3-ed. Thomson, 2015. 353 p.
6. Кузьмичов А.І. Оптимізаційне моделювання в Excel. Київ: ІПРІ НАНУ, 2017. 438 с.
7. Evans J. Business Analytics. 2-ed. Pearson, 2017. 653 p.
8. Кузьмичов А.І., Додонов Є.О. Оптимізаційні моделі реконфігурації мережевих структур. *Ресурсна, зберігання і обробка даних*. 2017. Т. 19, № 2. С. 24–35.

Стаття надійшла до редакції 20.08.2018