

УДК 523.4

И. В. Котова¹, В. А. Котов²

¹Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, географический факультет, 119899 Россия, Москва, Университетский проспект, 13

²Крымская астрофизическая обсерватория, 98409, Крым, п. Научный

О вращении Юпитера и Сатурна

Предложен новый метод определения периодов вращения планет-гигантов. Он основан на анализе среднего движения массивных спутников, для частот обращения которых вычисляется так называемый «резонанс-спектр». Найдено, что «динамический» период вращения Сатурна равен 10.76 ± 0.15 ч. Он согласуется с периодом вращения магнитного поля планеты 10.66 ч, определенным космической станцией «Вояджер-1» и является хорошей проверкой метода. Однако для Юпитера новое значение 10.69 ± 0.15 ч существенно отличается от общепринятого (≈ 9.9 ч) ранее определенного также по вращению магнитного поля и из радионаблюдений. Делается вывод, что периоды планет-гигантов, найденные по вариациям магнитного поля, не обязательно отражают вращение основной гравитирующей массы планеты. Причиной может быть дифференциальное вращение магнитосферы и магнитного поля планеты — явление, аналогичное дифференциальному вращению магнитного поля Солнца.

ПРО ОБЕРТАННЯ ЮПІТЕРА І САТУРНА, Котова І. В., Котов В. А. — Запропоновано новий метод визначення періодів обертання планет-гігантів. Він базується на аналізі середнього руху масивних супутників, для частот обертання яких обчислюється так званий резонанс-спектр. Знайдено, що «динамічний» період обертання Сатурна становить 10.76 ± 0.15 год. Він збігається з періодом 10.66 год обертання магнітного поля планети, визначеним космічною станцією «Вояджер-1». Однак для Юпітера нове значення 10.69 ± 0.15 год суттєво відрізняється від загальноприйнятого (≈ 9.9 год), раніше визначеного також за обертанням магнітного поля і із радіоспостережень. Робиться висновок, що періоди планет-гігантів, визначені по обертанням магнітного поля, не обов'язково відображають обертання основної гравітуючої маси планети. Причиною може бути диференціальне обертання магнітосфери і магнітного поля планети — явище, аналогічне диференційному обертанням магнітного поля Сонця.

ON ROTATION OF JUPITER AND SATURN, by Kotova I. V., Kotov V. A. — The method based on analysis of mean motion of massive satellites is

proposed to deduce rotation periods of giant planets. A computation of the so-called «resonance-spectrum» is applied for analysis of satellite frequencies. It is found that the Saturn's «dynamical» period is equal to 10.76 ± 0.15^h . It agrees fairly well with the value 10.66^h determined earlier by the Voyager-1 spacecraft (reflecting rotation of magnetic field of the planet), and thus gives a good check-up of the method. But the new period of Jupiter, 10.69 ± 0.15 h, significantly differs from the commonly accepted value ≈ 9.9 h, determined also by the magnetic field rotation, or from radio-observations. It is concluded that periods of giant planets determined by variations of magnetic field, can not necessarily reflect rotation rate of the main gravitating body of a planet. The cause might be differential rotation of magnetosphere and magnetic field of a planet — the phenomenon analogous to differential rotation of magnetic field of the Sun.

ВВЕДЕНИЕ

Внимание к вращению планет и астероидов было стимулировано Альвеном [8], указавшим, что объекты Солнечной системы, не подвергавшиеся приливному трению, демонстрируют удивительный изохронизм. Подавляющее большинство тел вращается с периодами от 2.3 ч до 48 ч, хотя их массы различаются примерно на 11 порядков. Причина такой избирательности к вращению остается загадкой [2]. В то же время вращение может содержать ценную информацию об образовании и эволюции тел Солнечной системы. В случае планет-гигантов оно играет фундаментальную роль при изучении их недр и для моделирования.

Планеты-гиганты — газожидкие конвективные тела, наружные слои которых вращаются дифференциально. Многие авторы полагают, что наиболее точно их периоды определяются по вращению магнитного поля, а точнее — по модуляции радиоэмиссии, вызванной вращением, или по наблюдениям периодических радиовсплесков. Причем такой период называется периодом вращения планеты лишь условно. (Неизвестно, имеют ли гигантские планеты твердые ядра; внутреннее строение этих планет до сих пор плохо изучено [3]. Сейчас более или менее общепризнано, что такие «газовые» гиганты, как Юпитер и Сатурн, внутри имеют каменное ядро, окруженное обширной водородно-гелиевой оболочкой. «Замерзшие» гиганты — Уран и Нептун обладают «ледяными» мантиями, окружающими их центральные ядра, и мощными атмосферами [17]).

В ряде случаев, однако, наблюдаемый период магнитного поля может не соответствовать вращению основной массы планеты-гиганта. Поэтому до сих пор периоды, определенные разными методами, существенно различаются. Например, Фридман и Горькавый [12] для Сатурна и Нептуна приводят значения 10.2 ч и 16.05 ч соответственно. Фактически же по вращению магнитного поля для Сатурна получено наиболее достоверное значение 10.66 ч, а для Нептуна новые данные вообще противоречивы: от 12 ч до 19 ч (подробнее см. [15]). По радиозатменным данным станции «Вояджер» период вращения на широте 60° равен 14.1 ч, а по радиопотоку от всей планеты — 16.11 ч. Различие, по-видимому, вызвано дифференциальным вращением конвективной оболочки и магнитного поля магнитосферы; указанные выше периоды Нептуна относятся к наблюдениям в разных длинах волн, и следовательно, — к сильно различающимся по высоте уровням атмосферы, где скорости перемещения атмосферных масс могут различаться в 1.5 раза.

Наши результаты дают для вращения основной гравитирующей массы Юпитера период, существенно отличающийся от общепринятого, см. ниже.

(Известный период Юпитера 9.9 ч найден на основе оптических и инфракрасных наблюдений и подтвержден вариациями радиоизлучения. Он может отражать лишь вращение атмосферы и радиоизлучающей области магнитосферы, тесно связанной с Красным Пятном).

Мы предлагаем определять (или уточнять) периоды вращения планет-гигантов по среднему движению их главных спутников.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О ВОЗМОЖНОМ РЕЗОНАНСЕ

Недавно Панкратов и др. [6] нашли, что периоды осевого вращения Юпитера, Сатурна и Урана находятся в целочисленном отношении с периодами орбитального движения их систем спутников. Минимизируя отношения, они уточнили, в частности, период Юпитера, получив 9.926283 ч; он совпадает со средним периодом II и III координатных систем Юпитера [1].

Необходимо, однако, отметить, что на деле указанные выше отношения далеки от соизмеримости, если в качестве периодов вращения планет взять значения [1] или новые значения, определенные по вращению магнитного поля. Поэтому Панкратову и др. для Юпитера, например, пришлось рассматривать квазисоизмеримость, наблюдаемую за 7 сут — субъективно выбранный временной интервал. Мы предлагаем другой подход к задаче определения истинного «динамического» периода вращения планеты-гиганта. В нем предполагается, что период является наилучшим общим кратным периодов обращения главных массивных спутников центрального тела.

Будем полагать, что внешнее гравитационное поле планеты асимметрично. Такая гипотеза вполне справедлива для большинства планет, как показывает специальное рассмотрение, и в частности — анализ резонансов между вращением гигантских планет и провалами в их кольцах. Франклин и др. [11] доказали, например, что некоторые провалы в кольцах Сатурна могли образоваться только в случае асимметричного гравитационного поля планеты. Это, в свою очередь, требует существенного отклонения распределения масс внутри планеты от центрально-симметричного. Мы предполагаем наличие такой асимметрии у планет-гигантов и, соответственно, резонансов между средними движениями спутников и частотой вращения гармоник гравитационного поля планеты (асимметрия вызвана, в частности, экваториальным выступом из-за вращения планеты).

Существование же соизмеримостей средних движений спутников удовлетворительно объясняется приливным взаимодействием [13]. Согласно теории орбитально-вращательных движений [7] спутники, находящиеся в резонансе, должны располагаться на орбитах, минимизирующих возмущающую силовую функцию их взаимного гравитационного влияния. При более полном рассмотрении в эту функцию должно входить и влияние периодических возмущений со стороны вращающейся центральной планеты. В нашей работе такую задачу мы не ставим. Она носит чисто эмпирический характер и касается резонанса частот как такового.

С физической точки зрения, как обычно, здесь предполагается, что притяжение планеты описывается ньютоновским полем сферы, на которое наложено поле экваториального избытка плюс отклонения из-за асимметричного распределения плотности внутри планеты. Кроме того, спутник сам вызывает приливы на планете, изменяя ее форму. Приливные выступы движутся синхронно с обращением спутника, ритмически возмущая его движение по орбите и приводя также к медленному изменению скорости вращения как спутника, так и самой планеты.

Сопряжение между спутником и гармониками гравитационного поля

планеты можно рассматривать как орбитальный резонанс при $\nu_p \approx Z^k \cdot \nu_i$. Здесь ν_p — сидерическая частота вращения планеты в системе координат, связанной с барицентром системы, ν_i — средняя частота обращения i -го спутника ($i = 1, 2, \dots, N$), Z — положительное целое число, $k = \pm 1$.

Предполагаем, что частота вращения планеты больше частоты спутника (это условие необязательно, и ниже при вычислениях вполне может быть $\nu_p \leq \nu_i$). Будем также считать, что все спутники имеют прямое обращение, хотя на практике те же резонансные соотношения годятся и для спутников с обратным обращением.

По общепринятой терминологии [13] две частоты ν_p и ν_i близки к соизмеримости, или резонансу, если

$$\left| \frac{\nu_p}{\nu_i} - \frac{Z_1}{Z_2} \right| = \varepsilon, \quad (1)$$

где $\varepsilon > 0$ — достаточно малая величина, а Z_1 и Z_2 — целые положительные числа (часто принимается, что они не превышают 10; значимость квазисоизмеримости уменьшается с увеличением разности $|Z_1 - Z_2|$). В результате приливной эволюции [7, 10, 13] и из-за влияния асимметричного гравитационного поля планеты частоты спутников ν_i становятся квазисоизмеримыми между собой, а также с частотой вращения центральной планеты:

$$\nu_i \approx \frac{\nu_p}{Z_i}, \quad (2)$$

где Z_i — положительное целое число. Отсюда вытекает, что частота вращения должна быть близка к кратности с частотами спутников. Наша эмпирическая задача, таким образом, сводится к нахождению наилучшего общего кратного частот обращения массивных спутников системы.

Момент приливных сил, вызванных спутником на планете и замедляющих ее вращение, равен [14]

$$K \approx \frac{9}{4} G \frac{R_p^5}{Q} \frac{m^2}{a^6}, \quad (3)$$

где G — гравитационная постоянная, R_p — радиус планеты, m — масса спутника, a — большая полуось его орбиты и Q — параметр, определяемый диссипативной функцией планеты (число Q связано с углом запаздывания приливного выступа). Считая, что средние плотности спутников одного порядка величины, получаем

$$K \approx \beta \cdot (R_s/a)^6 \quad (4)$$

(R_s — радиус спутника, β — коэффициент пропорциональности). Отсюда следует, что основную роль в установлении квазирезонанса играют самые массивные и близкие спутники, а влиянием малых спутников, а также далеких спутников, имеющих большие периоды обращения ($P > 100$ сут), можно пренебречь. Движение малых тел, кроме того, возмущается не только самой планетой, но и массивными спутниками, поэтому и с этой точки зрения — в нашей ограниченной задаче — их вклад в резонанс «планета—спутники» можно игнорировать.

Анализ имеет статистический характер, и частоте каждого массивного спутника приписываем одинаковый статистический вес $W = 1$. (Учет реального веса затруднен, поскольку он зависит не только от m , a и ν_i спутника, но и от других плохо известных физических параметров, — таких, например, как число Q и коэффициент приливного эффективного модуля сдвига. Полагаем, что одним из самых главных факторов является

время эволюции системы, а его для каждого массивного спутника можно считать примерно одинаковым, достаточно большим и сравнимым с возрастом Солнечной системы).

РЕЗОНАНС-СПЕКТР

По аналогии со спектром мощности переменного сигнала, сравниваем частоты ν_i спутников с пробной частотой ν , изменяющейся в достаточно широком диапазоне. Следуя [5], определим базовую резонанс-функцию:

$$F(\nu) = \frac{1}{\sigma_0} \left\{ b - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [r_i - \text{int}(r_i + 0.5)]^2 \right]^{1/2} \right\}, \quad (5)$$

где $b = 12^{-1/2}$, $\sigma_0 = (60 \times N)^{-1/2}$ и $r_i \geq 1$ — отношение пар частот, ν_i и ν . Функция $\text{int}(x)$ находит целую часть аргумента x . Параметр b соответствует пределу, к которому стремится среднее квадратичное значение остатков $\Delta = r_i - \text{int}(r_i + 0.5)$ при увеличении количества случайно распределенных отношений r_i , а коэффициент σ_0 делает стандартное значение $F(\nu)$ равным единице [4].

Функция $F(\nu)$, таким образом, нормирована: ее стандартное отклонение равно 1.00 для случайных частот ν_i и ν , и она нормально распределена около нулевого среднего значения. Ей соответствует резонанс-спектр (РС), или просто спектр:

$$F_0(\nu) = F(\nu) \cdot |F(\nu)|, \quad (6)$$

положительные значения которого отвечают резонансу. Частоту ν' , показавшую минимум суммы квадратов отклонений r_i от ближайших целых чисел — и, соответственно, максимум $F_0(\nu)$, назовем наилучшей квазисоизмеримой, или наиболее резонансной, частотой для данной выборки частот (спутников).

Ниже на рисунках приводятся значения РС $F_0(\nu)$, т. е. квадраты базовой функции $F(\nu)$, но с учетом знака. Поэтому, например, уровню априорной (т. е. на заданной частоте ν) значимости $P' = 2\sigma$ отвечает значение $F(\nu) = 2$, или $F_0(\nu) = [F(\nu)]^2 = 4$, а уровню $P' = 3\sigma$ — значение $F_0(\nu) = 9$, и т. д.

Так как число N для каждой планеты-гиганта невелико, спектры $F_0(\nu)$ вычисляем для сравнительно узких диапазонов пробных частот, а именно — вблизи частот, которые уже известны из предыдущих исследований. (Полагаем, что резонансные частоты, определяемые здесь, должны лишь уточнить истинные периоды планет).

О ВРАЩЕНИИ ПЛАНЕТ-ГИГАНТОВ

Периоды, приведенные Алленом [1] для планет-гигантов, нельзя считать точными, общепризнанными и окончательными, так как наблюдается большой разброс оценок, полученных разными методами. Иногда невозможно утверждать, отражает ли данный период вращение «твердого ядра», или только вращение атмосферы, или ее «пятен», магнитного поля и магнитосферы и т. д.

Для Сатурна в работе [1] приведен сидерический период $P = 10.233$ ч и, одновременно, — 10.633 ч для его умеренных широтных зон. Дольфюс [9] получил несколько другие значения периодов вращения атмосферы Сатурна: 10.242 ч на экваторе и 10.665 ч на широте $+57^\circ$. В 1980 г. космическая станция «Вояджер-1» зарегистрировала всплески радиоэмиссии

Главные спутники Юпитера и Сатурна (большая полуось a — в радиусах планеты)

| Спутник | a | Период, сут |
|---------------|--------|-------------|
| Юпитер | | |
| Ио | 5.905 | 1.7691 |
| Европа | 9.397 | 3.5518 |
| Ганимед | 14.99 | 7.1546 |
| Каллисто | 26.37 | 16.6890 |
| Сатурн | | |
| Мимас | 3.075 | 0.9424 |
| Энцелад | 3.945 | 1.3702 |
| Тетфия | 4.884 | 1.8878 |
| Диона | 6.256 | 2.7369 |
| Рея | 8.736 | 4.5175 |
| Титан | 20.253 | 15.9454 |
| Гиперион | 24.550 | 21.2766 |
| Япет | 59.030 | 79.3302 |

Сатурна, повторяющиеся с сидерическим периодом 10.657 ч [18]. Явление обусловлено вращением магнитосферы, и сейчас условно считается, что период соответствует вращению самой планеты, или, скорее, ее глобального магнитного поля. (Интересно, что этот период хорошо согласуется с одним из значений Дольфюса [9]. Хит [16] сообщил о ярком пятне на широте $+38^\circ$, которое в 1983 г. вращалось с периодом 10.680 ч).

ВРАЩЕНИЕ САТУРНА

Прежде всего рассмотрим наиболее интересный (т. е. с наибольшим числом массивных спутников) объект — систему Сатурна.

В анализ включаем все восемь главных спутников планеты согласно таблицы. Резонанс-спектр $F_0(\nu)$ для их периодов показан на рис. 1, где только два пика превышают уровень априорной значимости $P' = 3\sigma$: $P_1 = 10.88 \pm 0.15$ ч и $P_2 = 10.64 \pm 0.15$ ч; их значимости $P' \approx 4.3\sigma$ и $\approx 3.2\sigma$ соответственно (ошибки периодов определяем примерно так же, как при анализе обычного спектра мощности).

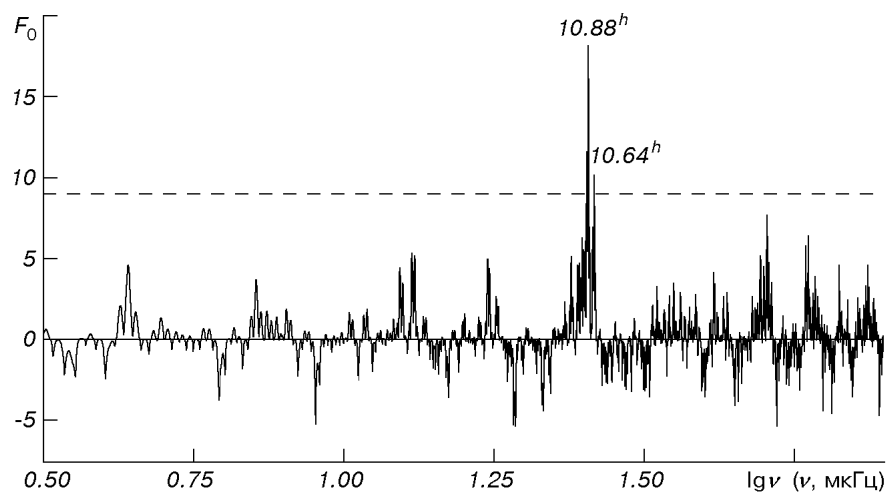


Рис. 1. Резонанс-спектр $F_0(\nu)$, вычисленный для восьми массивных спутников Сатурна. Штриховая линия соответствует уровню априорной значимости $P' = 3\sigma$

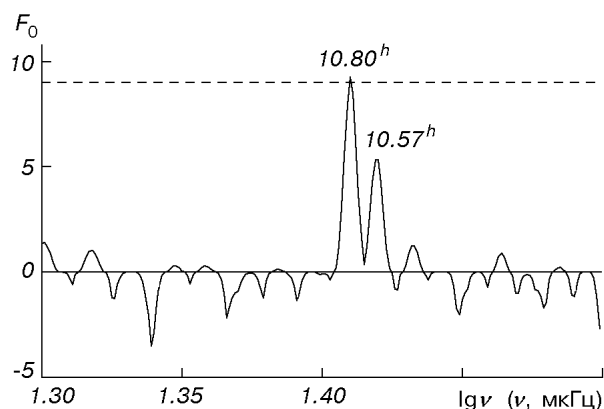


Рис. 2. То же, что на рис. 1, для четырех галилеевых спутников Юпитера

На основе РС для среднего, наиболее вероятного, периода Сатурна следует принять значение $P = 10.76 \pm 0.15$ ч. Последнее в пределах ошибки совпадает с периодом 10.66 ч, найденным из анализа радиоданных «Вояджера-1» [18], что является хорошей проверкой метода. Исходя из этого совпадения, можно утверждать, что фактическая достоверность результата соответствует $P \approx 4\sigma$.

ЮПИТЕР

Для Юпитера все три значения периода вращения, определяющие его три координатные системы, находятся в пределах 9.84—9.93 ч [1].

Для нашего анализа считаем известные периоды априорными, что позволяет сузить область пробных частот; а это необходимо сделать, так как анализируем вращение всего лишь четырех самых массивных спутников Юпитера (таблица). Спектр $F_0(\nu)$ для них приведен на рис. 2. Два существенных пика соответствуют периодам 10.80 ± 0.15 ч и 10.57 ± 0.15 ч ($P' = 3.0\sigma$ и 2.3σ). Учитывая возможные неопределенности, связанные с ограниченностью анализа (игнорирование возмущений со стороны других спутников, неучет реальных статистических весов и т. д.), для среднего периода принимаем значение $P = 10.69 \pm 0.15$ ч. Удивительно, что оно в пределах ошибки совпадает с периодом Сатурна, но оно существенно отличается от общепринятого значения 9.9 ч, причем различие выходит за рамки возможных ошибок. (Период $P = 9.9$ ч соответствует $\lg \nu \approx 1.45$ на рис. 2 и, соответственно, отрицательному значению $F_0(\nu)$).

СООТНОШЕНИЕ ЛАПЛАСА

Давно известно, что галилеевы спутники Юпитера вовлечены в квазисоизмеримость двух или трех тел. Самым известным является соотношение Лапласа для средних движений Ио, Европы и Ганимеда:

$$\nu_{\text{И}} - 3\nu_{\text{Е}} + 2\nu_{\text{Г}} = 0. \quad (7)$$

Интерес представляет РС, вычисленный только для этих трех спутников (рис. 3). Видим четкую последовательность пиков, отвечающих резонансу с периодом $P_{\text{Ю}} \approx 10.7$ ч (или с каким-либо другим периодом, квазисоизмеримым с $P_{\text{Ю}}$). Нетрудно видеть, что периоды P_j всех положительных пиков связаны с $P_{\text{Ю}}$ простым соотношением $P_j \approx j \cdot P_{\text{Ю}}$, где $j = 16, 8, 4, 2, 4/3, 4/5, 2/3$ и т. д. Появление пиков, периоды которых квазисоиз-

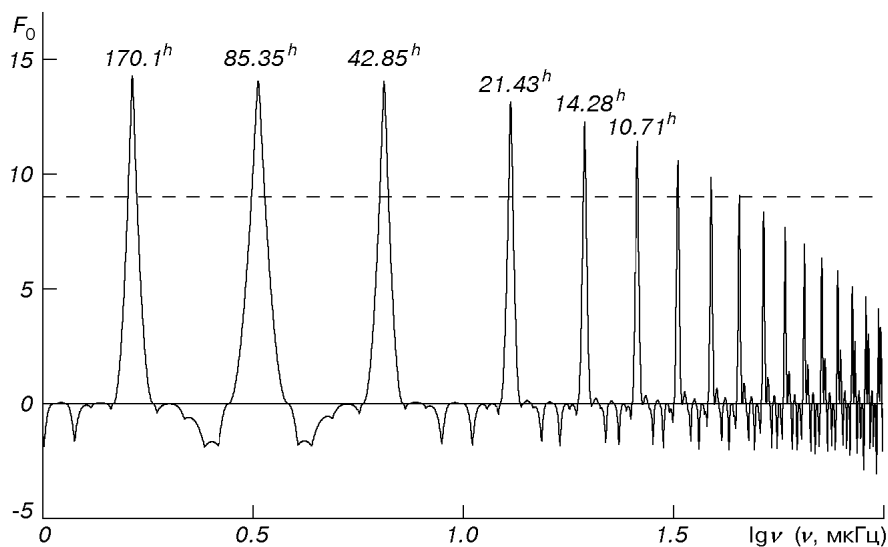


Рис. 3. То же, что на рис. 2, для средних движений трех спутников Юпитера: Ио, Европы и Ганимеда

меримы с периодом реального пика, аналогично возникновению «боковых лепестков» в обычном спектре мощности, что вызывается неравномерностью временного ряда, пропусками данных или просто ограниченностью ряда.

Рис. 3 — хорошая иллюстрация как резонанса Лапласа, так и примененного метода анализа. (Но из него, конечно, не следует однозначно, что именно период 10.71 ч является «наилучшим общим кратным» для системы спутников Юпитера. Этот наш вывод вытекает из РС для всех четырех массивных спутников, показанного на рис. 2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вычисление резонанс-спектра $F_0(\nu)$ для набора частот по существу эквивалентно анализу переменного во времени сигнала с помощью спектра мощности (получаемого часто посредством дискретного преобразования Фурье), с той принципиальной разницей, что для $F_0(\nu)$ главным аргументом является не время, а частота. Как и в случае спектра мощности, метод позволяет более или менее надежно оценить значимость максимума $F_0(\nu)$ на частоте найденного резонанса.

В случае Сатурна полученный нами «динамический» период 10.76 ± 0.15 ч очень близок к общепринятому значению [1] и согласуется с новым значением 10.66 ч, определенным «Вояджером-1» [18]. Поэтому для этой планеты надо принять, что фактическая значимость периода P практически совпадает с априорной значимостью $P' \approx 4\sigma$ (достоверность 99.99 %).

Для Юпитера найденный динамический период, 10.69 ± 0.15 ч, хотя и близок к общепринятому 9.9 ч, в то же время существенно отличается от него. Учитывая эту разность, а на деле — число независимых пробных частот, из априорной значимости $P' \approx 3.1\sigma$ для фактической значимости получаем $P \approx 2.5\sigma$ (достоверность 98.8 %).

Период 9.9 ч соответствует вращению магнитного поля магнитосферы и совпадает с периодом вращения Красного Пятна. Его существенное отличие от динамического периода 10.69 ч обусловлено, по-видимому, дифференци-

альным вращением магнитосферы Юпитера (аналогичная ситуация и для Нептуна). Заметим однако, что найденный резонанс системы Юпитера обусловлен гравитационным взаимодействием между главными спутниками и планетой. Следует полагать поэтому, что именно динамический период соответствует вращению основной массы этой планеты-гиганта.

Можно сделать вывод, что периоды планет-гигантов, найденные по вариациям магнитного поля, не обязательно соответствуют скорости вращения основной гравитирующей массы планеты. Главной причиной несоответствия может быть дифференциальное вращение магнитосферы и магнитного поля планеты — явление, аналогичное дифференциальному вращению фотосферы и короны Солнца.

(Особый интерес вызывает, конечно, совпадение в пределах ошибки динамических периодов Сатурна и Юпитера, что может быть неслучайным. Но это заслуживает отдельной дискуссии, так же как и определение динамических периодов Урана и Нептуна).

Новый период вращения Юпитера, не претендуя на достоверность 100 %, послужит уточнению движения его спутников, а также истории образования планеты и ее внутреннего строения.

Для нас удовольствие поблагодарить С. Кучми и В. В. Прокофьеву за предоставление некоторых данных о вращении планет и астероидов и полезные дискуссии, а также рецензента за полезные замечания, которые способствовали улучшению статьи.

Работа выполнена при частичной поддержке ГФФИ Украины (грант № Ф 4/174-97).

1. Аллен К. У. Астрофизические величины. — М.: Мир, 1977.—448 с.
2. Альвен Х., Арпенцус Г. Эволюция Солнечной системы. — М.: Мир, 1979.—512 с.
3. Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет. — М.: Наука, 1983.—416 с.
4. Котов В. А. Осцилляции Солнца и вращение тесных двойных систем в Галактике: период 160 минут // Изв. Крым. астрофиз. обсерватории.—1986.—74.—С. 69—84.
5. Котов В. А., Кучми С. Период 160 минут в Солнечной системе: пульсация Солнца и собственное вращение планет и астероидов // Изв. Крым. астрофиз. обсерватории.—1985.—70.—С. 38—46.
6. Панкратов А. К., Нарманский В. Я., Черных Н. С., и др. К вопросу о резонансных свойствах Солнечной системы // Изв. Крым. астрофиз. обсерватории.—1996.—93.—С. 53—57.
7. Хентов А. А. Об одном критерии отбора устойчивых резонансных орбитально-вращательных движений небесных тел // Астрон. журн.—1996.—73, № 2.—С. 331—336.
8. Alfvén H. On the origin of the asteroids // Icarus.—1964.—3, N 1.—P. 52—56.
9. Dollfus A. Mouvements dans l'atmosphère de Saturne en 1960. Observations coordonnées par l'Union Astronomique Internationale // Icarus.—1963.—2, N 2.—P. 109—114.
10. Duncan M. J., Lissauer J. J. Orbital stability of the Uranian satellite system // Icarus.—1997.—125, N 1.—P. 1—12.
11. Franklin F. A., Colombo G., Cook A. F. A possible link between the rotation of Saturn and its ring structure // Nature.—1982.—295, N 5845.—P. 128—130.
12. Fridman A. M., Gorkavyi N. N. Physics of planetary rings. — Berlin: Springer, 1999.—436 p.
13. Goldreich P. An explanation of the frequent occurrence of commensurable mean motions in the Solar system // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.—1965.—130, N 2—3.—P. 159—181.
14. Goldreich P., Soter S. Q in the Solar system // Icarus.—1966.—5, N 4.—P. 375—389.
15. Hammel H. B., Lockwood G. W. Atmospheric structure of Neptune in 1994, 1995, and 1996: HST imaging at multiple wavelengths // Icarus.—1997.—129, N 2.—P. 466—481.
16. Heath A. W. Saturn, 1983 // J. Brit. Astron. Assoc.—1985.—95, N 6.—P. 245—251.
17. Thommes E. W., Duncan M. J., Levison H. F. The formation of Uranus and Neptune in the Jupiter-Saturn region of the Solar System // Nature.—1999.—402, N 6762.—P. 635—638.
18. Warwick J. W., Pearce J. B., Evans D. R., et al. Planetary radio astronomy observations from Voyager 1 near Saturn // Science.—1981.—212, N 4491.—P. 239—243.