

УДК 521+528

**Про визначення густини еквігравітуючих стержнів,
за допомогою яких описується
зовнішнє гравітаційне поле планет-гігантів****О. В. Завізіон**Уманський державний педагогічний університет ім. Павла Тичини
20300, Черкаська обл., м. Умань, вул. Садова 2

Запропоновано описання зовнішнього гравітаційного потенціалу осесиметричного тіла потенціалом неоднорідного самогравітуючого стержня. В залежності від форми тіла такі стержні можуть бути як дійсними, так і уявними. Отримано розподіл густини в такому стержні у випадку однорідного еліпсоїда обертання. Знайдено параметри систем неоднорідних стержнів, за допомогою яких описуються зовнішні гравітаційні потенціали планет-гігантів. При обчисленнях вважалось, що планети-гіганти є фігури, які близькі до рівноважних. Динамічні характеристики планет-гігантів взяті з даних астрономічних спостережень.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПЛОТНОСТИ ЕКВИГРАВИТИРУЮЩИХ СТЕРЖНЕЙ, С ПОМОЩЬЮ КОТОРЫХ ОПИСЫВАЕТСЯ ВНЕШНЕЕ ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ ПЛАНЕТ-ГИГАНТОВ, Завизион О. В. — Предложено описание внешнего гравитационного потенциала осесимметричного тела потенциалом неоднородного самогравитирующего стержня. В зависимости от формы тела такой стержень может быть как действительным, так и мнимым. Получено распределение плотности в таком стержне в случае однородного эллипсоида вращения. Найдены параметры систем неоднородных стержней, с помощью которых описываются внешние гравитационные потенциалы планет-гигантов. При вычислениях считалось, что планеты-гиганты представляют собой фигуры, близкие к равновесным. Динамические характеристики планет-гигантов взяты из данных астрономических наблюдений.

DETERMINATION OF THE DENSITY OF THE EQUIGRAVITATING PIVOTS BY WHICH THE EXTERNAL GRAVITATIONAL FIELD OF GIANT PLANETS IS DESCRIBED, by Zavizion O. V. — We propose to describe the external gravitational potential of an axially symmetric body through the potential of an inhomogeneous self-gravitating pivot. Such a pivot can be real or imaginary, depending on the body form. The density distribution of the pivot was obtained in the case of a homogeneous ellipsoid of revolution. The parameters of inhomogeneous pivots systems, which describe the external gravitational potentials of giant planets, were found. In the computations, the

giant planets were considered as figures close to equilibrium. Dynamical characteristics of giant planets were taken from astronomical observational data.

Як добре відомо з теорії [2, 4], зовнішній гравітаційний потенціал осесиметричного тіла має вигляд

$$V(R, z) = G \int \int \int_V \frac{\rho(R', z') R' dR' d\varphi' dz'}{\sqrt{R'^2 + R^2 - 2RR' \cos\varphi' + (z - z')^2}}, \quad (1)$$

який може бути розкладений в ряд

$$V(R, z) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_n P_n(\cos\theta) \left(\frac{a_e}{r} \right)^n \right], \quad (2)$$

де R, φ, z — циліндричні, r, φ, θ — сферичні координати, $\rho(R, z)$ — густина, G — гравітаційна стала, $P_n(\cos\theta)$ — поліноми Лежандра, J_n — гравітаційні моменти, a_e — екваторіальна піввісь тіла обертання, M — маса тіла. Частковим випадком є визначення потенціалу на осі обертання, тобто

$$V(0, z) = 2\pi G \int_0^{R(z)} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\rho(R', z') R' dR' dz'}{\sqrt{R'^2 + (z - z')^2}}.$$

В розкладі (2), враховуючи $P_n(1) = 1$, отримаємо

$$V(0, x) = \frac{GM}{z} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_n \left(\frac{a_e}{z} \right)^n \right].$$

Гравітаційний потенціал тіл обертання однозначно визначається в усьому просторі згідно із значеннями, отриманими на осі обертання [2]. Задача про визначення гравітаційного потенціалу осесиметричних тіл зустрічається в астрономії, астрономічній геодезії, геофізиці. Відображення гравітаційного потенціалу у формі (1) і (2) не завжди є зручним. Тому в теорії потенціалу [1] використовують різні методи його описання. Одним з них є описання потенціалом неоднорідного стержня на осі обертання, який породжує такий же зовнішній потенціал. Тобто зовні деякої сфери, яка охоплює стержень і тіло обертання, повинні бути рівні їхні потенціали.

Визначення аналітичними методами розподілу густини еквігравітуючих стержнів пов'язане із значними математичними труднощами [6], оскільки суттєво залежить від форми тіла обертання.

Одним з методів є метод моментів [3], який полягає в тому, щоб густина $\mu(x)$ еквівалентного стержня задовольняла систему інтегральних рівнянь

$$\int \int \int_V \rho(R', z') P_n \left(\frac{z'}{r} \right) r'^n R' dR' d\varphi' dz' = \int_1 \mu(z') z'^n dz',$$

де $r = \sqrt{R^2 + z^2}$. У випадку однорідного еліпсоїда обертання дана система набуде вигляду

$$\frac{3 \cdot (-1)^n}{(2n+1)(2n+3)} (a^2 - c^2)^n = \frac{1}{M} \int_{-L/2}^{L/2} \mu(z') z'^{2n} dz'.$$

Точним розв'язком даної системи є параболічний закон розподілу густини еквівалентного стержня довжиною $L_x = 2\sqrt{c^2 - a^2}$:

$$\mu(z) = \frac{\pi \rho a^2 c}{\sqrt{c^2 - a^2}} \left(1 - \frac{z^2}{c^2 - a^2} \right) = -\mu_0 i \left(1 - \frac{4z^2}{L_x^2} \right),$$

де

$$\mu_0 = \frac{\pi \rho a^2 c}{\sqrt{c^2 - a^2}}, \quad i = \sqrt{-1}.$$

Як видно, в залежності від співвідношення екваторіальної (a) і полярної (c) півосей розв'язок може бути дійсним (видовжений еліпсоїд обертання $a < c$) або уявним (стиснений еліпсоїд обертання $a > c$). Причому модель можна використати для описання зовнішніх гравітаційних потенціалів реальних небесних тіл. Якщо розбити фігуру планети на декілька однорідних еліпсоїдальних шарів, кожен з яких має власну густину ρ_i і геометричне стиснення f_i , то зовнішній гравітаційний потенціал планет можна досить точно описати зовнішнім потенціалом системи неоднорідних тонких стержнів. Для цього скористаємося результатами роботи [5] (зокрема табл. 1). Обчислимо згідно з формулами

$$L_{xi} = 2i(a_k^2 - c_k^2)^{1/2}, \quad \mu_{0k} = \frac{\pi(\rho_k - \rho_{k+1})a_k^2 c_k}{\sqrt{a_k^2 - c_k^2}},$$

$$\rho_{k+1} = 0, \quad k = 1, \dots, n,$$

де n — кількість шарів, параметри неоднорідних стержнів, які занесено в таблицю.

Критерієм оцінки точності описання зовнішнього гравітаційного потенціалу планет є відповідність динамічних характеристик моделей [4]

$$J_{2m} = \frac{(-1)^m}{M a_e^{2m}} \sum_{k=1}^n \mu_{0k} \int_{-\frac{L_{xk}}{2}}^{\frac{L_{xk}}{2}} \left(1 - \frac{4z'^2}{L_{xk}^2}\right) z'^{2m} dz'$$

даним астрономічних спостережень.

Даний метод описання зовнішнього гравітаційного потенціалу є ефективним в задачах небесної механіки та астрономічної геодезії. Нерівність гравітаційних моментів викликана неоднорідністю внутрішньої будови і

Параметри моделей планет-гігантів

Номер стержня	k	L_{xk} , км	μ_{0k} , 10^{20} г/см
Юпітер			
	1	906.34 <i>i</i>	0.333
	2	2541.44 <i>i</i>	1.178
	3	28279.20 <i>i</i>	4.675
	4	40818.00 <i>i</i>	1.702
	5	50924.72 <i>i</i>	1.560
Сатурн			
	1	1388.50 <i>i</i>	0.257
	2	7476.62 <i>i</i>	1.676
	3	17838.64 <i>i</i>	0.402
	4	30217.70 <i>i</i>	1.4121
	5	51279.70 <i>i</i>	0.4350
Уран			
	1	2183.70 <i>i</i>	0.288
	2	6429.54 <i>i</i>	1.736
	3	10384.96 <i>i</i>	0.118
Нептун			
	1	3814.16 <i>i</i>	0.726
	2	6660.94 <i>i</i>	1.637
	3	9120.48 <i>i</i>	0.185

відсутністю інформації про геометричне стиснення внутрішніх шарів планет-гігантів.

Відносні похибки визначення перших гравітаційних моментів складають, порівнюючи з середнім значенням даних астрономічних спостережень, $\delta(J_{2n}) < 1\%$, $n = 1, 2$. Порівняння більш високих гравітаційних моментів на даний час неможливе через відсутність надійних даних астрономічних спостережень.

1. Антонов В. А., Железняк О. О., Завізіон О. В. Описання гравітаційного потенціалу тіл обертання // Вісник Астрон. школи.—2000.—1, № 1.—С. 44—50.
2. Антонов В. А., Тимошкова Е. И., Холишевников К. В. Введение в теорию ньютоновского потенциала. — М.: Наука, 1988.—272 с.
3. Ахиезер Н. И. Классическая проблема моментов. — М.: Физматгиз, 1961.—312 с.
4. Дубошин Г. Н. Теория притяжения. — М.: Физматгиз, 1961.—288 с.
5. Завізіон О. В. Самогравітуючі диски як засоби описання зовнішніх гравітаційних полів небесних тіл // Кинематика и физика небес. тел.—2000.—16, № 5.—С. 477—480.
6. Кондратьев Б. П. Теория потенциала: эквигравитирующие стержни для осесимметричных тел // Вестник Удмуртского ун-та.—2000.—4.—С. 108—127.

Поступила в редакцию 23.10.00

УДК 521.9 (085)

Каталог положень, елементів орбіт геосинхронних космічних об'єктів ГОСКУ99 та особливості ототожнення активних геостаціонарних супутників

А. Г. Кириченко¹, Л. М. Кізюн², В. У. Клімик¹, К. А. Кудак¹, Г. М. Мацо¹, М. І. Демчик¹

¹Лабораторія космічних досліджень, Ужгородський державний університет, 88000, Ужгород, вул. Далека 2а

²Головна астрономічна обсерваторія Національної академії наук України, Голосіїв, 03680, Київ 127, Голосіїв

Подані відомості про каталог ГОСКУ99 (Каталог геосинхронних об'єктів Київ—Ужгород), який містить топоцентричні екваторіальні координати та елементи орбіт геосинхронних супутників за фотографічними спостереженнями в ГАО НАН України та ЛКД УЖДУ в 1999 р. (http://www.maо.kiev.ua/ast/geo4_txt.htm). Представлені результати ототожнення 140 об'єктів за 2445 спостереженнями із загального числа 2570 спостережень 169 об'єктів. Розглядаються особливості ототожнення активних геостаціонарних супутників.

КАТАЛОГ ПОЛОЖЕНИЙ, ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТ ГЕОСИНХРОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ГОСКУ99 И ОСОБЕННОСТИ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ АКТИВНЫХ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ, Кириченко А. Г., Кизюн Л. Н., Климик В. У., Кудак К. А., Мацо Г. М., Демчик М. И. — Приводятся данные о каталоге ГОСКУ99 (Каталог геосинхронных объектов Киев—Ужгород), который содержит топоцент-