

**ВИЗНАЧЕННЯ КАРТИНИ ПОЛЯ ОБМОТОК ВИСОКОВОЛЬТНОГО ТРАНСФОРМАТОРА НАПРУГИ**

*Розглянуто модель кругового витка зі струмом на циліндричному магнітному осерді. Одержані безпосередні вирази для визначення вісьової та радіальної складової напруженості магнітного поля кругового витка зі струмом.*

*Рассмотрена модель кругового витка с током на цилиндрическом магнитном сердечнике. Получены непосредственные выражения для определения осевой и радиальной составляющих напряженности магнитного поля кругового витка с током.*

**ВСТУП**

На даний час визначення картини магнітного поля обмоток високовольтного трансформатора напруги обмежуються розрахунками за наближеними формулами або спрощеними оцінками, проте існує можливість суттєвого уточнення таких розрахунків для трансформаторів, обмотки яких розташовані на циліндричному осерді. Циліндричні обмотки високовольтного трансформатора напруги можна представити як сукупність кругових витків зі струмом, для кожного з яких можливо розраховувати картину магнітного поля.

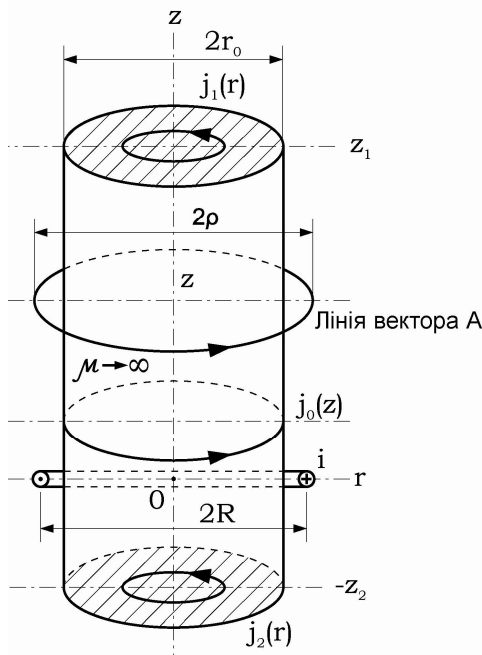


Рис. 1. Геометричні співвідношення елементів

**ПОСТАНОВКА ТА ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ**

Постановка задачі, що розглядається, має наступний вид. Нехай в площині  $z = 0$  віссиметричної системи координат  $r - O - z$  знаходиться круговий контур діаметром  $2R$  зі струмом  $i$ .

Магнітне осердя діаметром  $2r_0$  лінійним розміром  $l_0 = z_1 + |z_2|$  виконане з феромагнетиком, магнітну проникність якого можна вважати такою, що наближається до нескінченності  $\mu \rightarrow \infty$ . Дане положення ґрунтується на тому, що її значення, наприклад, для електротехнічної сталі, в сотні та тисячі разів перевищує проникність вакууму  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м [1].

В зв'язку з цим можна вважати [2], що магнітна індукція на поверхні феромагнітного стрижня завжди буде направленою нормально до поверхні. Тобто, для "торців" стрижня буде дійсною умова

$$B_r(r)_{z=z_1} = 0; B_r(r)_{z=-z_2} = 0. \tag{1}$$

Для бокової поверхні феромагнітного стрижня маємо

$$B_z(z)_{r=r_0} = 0. \tag{2}$$

За методом Г.А. Грінберга [3] картину магнітного поля в даній задачі можна розрахувати, якщо ввести у розгляд поверхневі циркулюючі струми в площинах осердя  $z = z_1; z = -z_2$  та у боковій поверхні  $r = r_0$  з густиною

$$j_1(r); j_2(r); j_0(z). \tag{3}$$

Магнітне поле первинного кругового витка зі струмом  $i$  може бути визначене за допомогою векторного потенціалу  $A$  (його проекції) на коло діаметром  $2\rho$  з координатою  $z$  [2]

$$A_\phi = \frac{\mu \cdot i}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{R}{\rho}} \cdot f(k), \tag{4}$$

де  $\mu$  – магнітна проникність середовища (вважаємо  $\mu = \mu_0$ ), а функція

$$f(k) = \left( \frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E, \tag{5}$$

де  $K(k), E(k)$  – відповідні еліптичні інтеграли I та II роду при значенні

$$k = \sqrt{\frac{4R\rho}{z^2 + (R+\rho)^2}}. \tag{6}$$

Надалі слід враховувати, що в заданому випадку задачі, що розглядається,

$$A(\rho, z) = A_\phi + A_0 + A_1 + A_2, \tag{7}$$

де  $A_0; A_1; A_2$  – відповідні проекції векторних потенціалів циркулюючих струмів.

З урахуванням того, що струми  $j_1(r); j_2(r); j_0(z)$  є розподіленими, відповідні вирази проекцій векторних потенціалів будуть мати вигляд

$$A_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \int_0^{r_0} f(r) \cdot \sqrt{\frac{r}{\rho}} \cdot j_1(r) \cdot dr, \tag{8}$$

$$A_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \int_0^{r_0} f(r) \cdot \sqrt{\frac{r}{\rho}} \cdot j_2(r) \cdot dr, \tag{9}$$

$$A_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \int_{-z_2}^{z_1} f(z) \cdot \sqrt{\frac{r_0}{\rho}} \cdot j_0(z) \cdot dz. \quad (10)$$

Поставлена задача розрахунку магнітного поля кругового витка зі струмом вирішується шляхом визначення складових  $H_z$  та  $H_\rho$  (вісьової та радіальної) напруженостей магнітного поля як похідних від відповідних складових векторного магнітного потенціалу  $A$ , який, в свою чергу, є функцією параметрів витка зі струмом та еліптичних інтегралів I та II роду.

Знаходження функцій  $j_1(r)$ ,  $j_2(r)$ ,  $j_0(z)$  можливе [4] при застосуванні для цього методу інтегральних рівнянь [5], згідно якого значення  $j_1, j_2, j_0$  визначаються в наперед заданих, відповідно,  $1, 2, \dots, m$ ;  $1, 2, \dots, n$ ;  $1, 2, \dots, q$  – точках в перерізах  $z = z_i$ ;  $z = -z_2$  та на циліндричній поверхні  $r = r_0$  при виконанні граничних умов (1), (2). Задля цього вирішується система лінійних алгебраїчних рівнянь порядку  $m + n + q$ .

Проте, більш ефективним для вирішення поставленої задачі розрахунку магнітного поля буде застосування безпосереднього зв'язку кругового витка струму зі складовими напруженості (або індукції) поля.

В роботі вперше одержані безпосередні вирази відповідних складових напруженості магнітного поля для кругового витка зі струмом, які мають вигляд:

$$H_\rho = \frac{i \cdot R \cdot z}{\pi \cdot (z^2 + (R + \rho)^2)^{3/2}} \cdot \left( \frac{E}{1 - k^2} \cdot \left( \frac{2}{k^2} - 1 \right) - \frac{2}{k^2} \cdot K \right), \quad (11)$$

$$H_z = \frac{i \cdot k}{8 \cdot \pi \cdot \rho \cdot \sqrt{R \cdot \rho}} \cdot \left( 2 \cdot \rho \cdot K + \frac{E \cdot (k^2 \cdot (R + \rho) - 2 \cdot \rho)}{1 - k^2} \right), \quad (12)$$

де  $i$  – струм кругового витка, А;  $z$  – координата точки в просторі відносно вісі  $Oz$ , м;  $R$  – радіус кругового витка, м;  $\rho$  – координати точки в просторі відносно вісі  $Or$ , м;  $K, E$  – відповідні еліптичні інтеграли.

Використання одержаних виразів (11, 12) дозволяє спростити вирішення задачі визначення картини поля обмоток високовольтного трансформатора напруги.

#### ПЕРЕВІРКА ОДЕРЖАНИХ ВИРАЗІВ

Перевірка одержаних виразів (11, 12) проводилась шляхом побудови відповідних графічних залежностей напруженості магнітного поля кругового витка зі струмом поблизу характерних точок, а також, шляхом порівняння значень напруженості магнітного поля кругового витка значного радіусу зі струмом з напруженістю магнітного поля для нескінченного прямолінійного провідника зі струмом та з напруженістю магнітного поля на вісі кругового витка зі струмом за відомою [2] формулою:

$$H_z(z) = \frac{i}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}, \quad (13)$$

де  $i$  – струм у витку, А;  $R$  – радіус витка, м;  $z$  – відстань по вісі  $z$  від площини витка.

Відповідні результати наведені на рис. 2-6 та у табл. 1, 2.

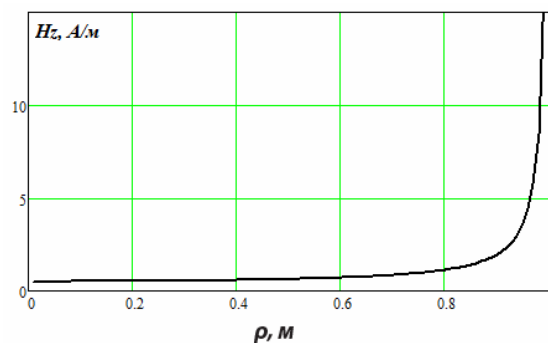


Рис. 2. Графік  $z$ -складової напруженості магнітного поля кругового витка радіусом  $R = 1$  м зі струмом 1 А при зміні  $\rho$ -координати від 0 до 1 м та при  $z = 0$

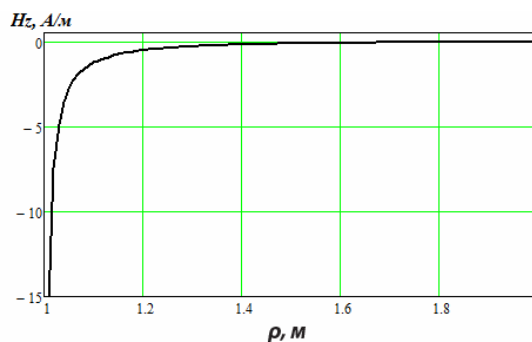


Рис. 3. Графік  $z$ -складової напруженості магнітного поля кругового витка радіусом  $R = 1$  м зі струмом 1 А при зміні  $\rho$ -координати від 1 до 2 м та при  $z = 0$

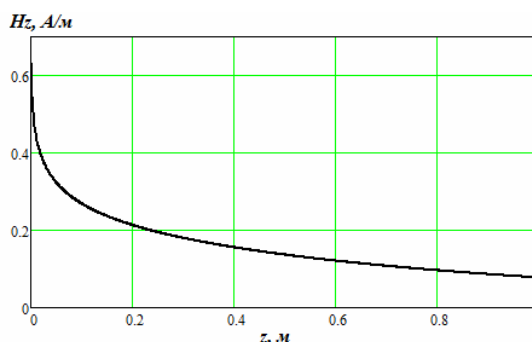


Рис. 4. Графік  $z$ -складової напруженості магнітного поля кругового витка радіусом  $R = 1$  м зі струмом 1 А при зміні  $z$ -координати від 0 до 1 м та при  $\rho = 1$

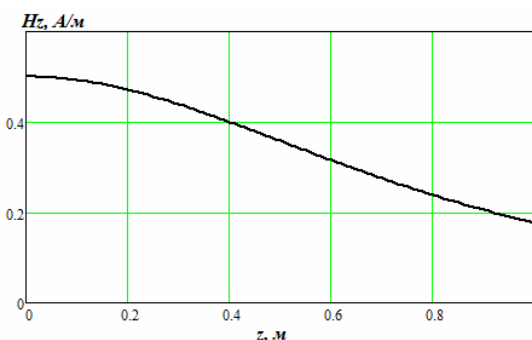


Рис. 5. Графік  $z$ -складової напруженості магнітного поля кругового витка радіусом  $R = 1$  м зі струмом 1 А при зміні  $z$ -координати від 0 до 1 м та при  $\rho = 0$

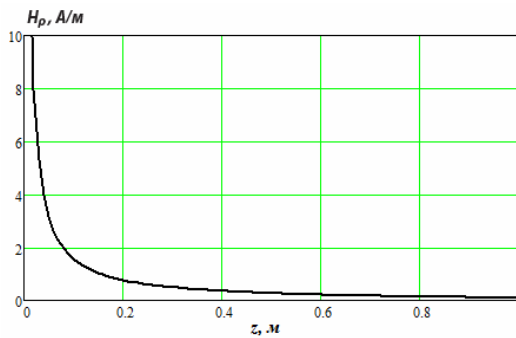


Рис. 6. Графік  $\rho$ -складової напруженості магнітного поля кругового витка радіусом  $R = 1$  м зі струмом 1 А при зміні  $z$ -координати від 0 до 1 м та при  $\rho = 1$

Таблиця 1

Порівняння значень напруженості магнітного поля кругового витка зі струмом  $H_z$  зі значеннями напруженості магнітного поля одиночного прямолінійного провідника зі струмом  $H_{\Sigma M}$

$N$	$\rho, \text{ м}$	$z, \text{ м}$	$H_z, [\text{А/м}]$	$H_{\Sigma M}, [\text{А/м}]$
1	9,99	0	15,98705	15,91549
2	10,01	0	15,84402	
3	10	0,01	15,91556	

Таблиця 2

Порівняння одержаних розрахунків  $z$ -складової напруженості магнітного поля  $H_{Oz}$  на вісі кругового витка зі струмом для відомої формули (13) та  $z$ -складової напруженості магнітного поля  $H_z$  з одержаного аналітичного виразу (12), в якому значення  $\rho$  приймається рівним 0,00001 м

Одержані значення	Значення при відповідній координаті $z$ , що дорівнює, м			
	0	0,5	1	1,5
$H_{Oz}, \text{ А/м}$	0,5	0,357770876	0,176776695	0,085338492
$H_z, \text{ А/м}$	0,499999966	0,357770567	0,176777211	0,085337982

## ВИСНОВОК

Результати проведених розрахунків та їх співставлення з відомими аналітичними виразами дозволяють зробити наступні висновки:

1. Одержані аналітичні вирази (11, 12) придатні для визначення напруженості магнітного поля кругового витка зі струмом для будь-якої точки простору.

2. Визначення картини магнітного поля циліндричних обмоток високовольтних трансформаторів напруги може базуватись на розрахунках картини магнітного поля окремих витків або груп витків обмоток.

3. Застосування запропонованого підходу для високовольтних трансформаторів напруги дозволить уточнити розрахунки їх параметрів на стадії проектування та випробувань.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- ГОСТ 12119. Сталь электротехническая. Методы определения магнитных и электрических свойств.
- Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Учебник для вузов. Том 2. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
- Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. – М.: Изд-во АН СССР, 1948. – 727 с.
- Бржезицький В.О., Гаран Я.О., Десятов О.М. До розрахунку магнітного поля кругового контуру зі струмом з урахуванням феромагнітного осердя. // Доповіді за матеріалами Міжнародн. наук.-техн. конф. молодих вчених, аспірантів і студентів "Сучасні проблеми електроенергетехніки та автоматики". – Київ: "Політехніка", 2009. – 453 с. (с. 283-285).
- Бржезицький В. А. Прецизионные масштабные измерительные преобразователи высокого напряжения переменного тока / Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. – КПИ: Киев, 1992. – 513 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. GOST 12119. Stal' `elektrotehnicheskaya. Metody opredeleniya magnitnyh i `elektricheskikh svojstv. 2. Nejman L.R., Demirchyan K.S. Teoreticheskie osnovy `elektrotehniki: V 2-h t. Uchebnik dlya vuzov. Tom 2. - 3-e izd., pererab. i dop. - L.: `Energoizdat, 1981. - 416 s. 3. Grinberg G.A. Izbrannye voprosy matematicheskoy teorii `elektricheskikh i magnitnyh yavlenij. - M.: Izd-vo AN SSSR, 1948. - 727 s. 4. Brzhezickij V.O., Garan Ya.O., Desyatov O.M. Do rozrahunku magnitnogo polya krugovogo konturu zi strumom z urahuvannyam feromagnitnogo oserdy. // Dopovidi za materialami Mizhnarodn. nauk.-tehn. konf. molodih vchenih, aspirantiv i studentiv "Suchasni problemi elektroenergotekhniki ta avtomatiki". - Kii: "Politehnika", 2009. - 453 s. (s. 283-285). 5. Brzhezickij V. A. Precizionnye masshtabnye izmeritel'nye preobrazovateli vysokogo napryazheniya peremennogo toka / Dissertaciya na soiskanie uchenoj stepeni doktora tehnichestkih nauk. - KPI: Kiev, 1992. - 513 s.

Надійшла 23.01.2012

Бржезицький Володимир Олександрович, д.т.н., проф.

Гаран Ярослав Олександрович

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут"

факультет електроенергетехніки та автоматики

кафедра техніки і електрофізики високих напруг

Київ, пр. Перемоги, 37

тел.: (044) 4068235, e-mail: brzhezitsky@mail.ru

e-mail: garan@ua.fm.

Brzhezitsky V.A., Garan J.A.

### Determination of a high-voltage transformer winding field.

A formula for determination of circular single-turn coil generated magnetic intensity at any point is derived to allow calculating magnetic field of transformers cylindrical windings.

**Key words** – magnetic field, circular coil with current, vector potential.