

М.Ю. Артеменко, Л.М. Батрак, С.Й. Поліщук

ФІЛЬТРАЦІЯ СТРУМІВ В ТРИФАЗНІЙ ТРИПРОВОДНІЙ СИСТЕМІ ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ ПРИ НЕСИМЕТРИЧНИХ СИНУСОЇДНИХ НАПРУГАХ

Розглянуто принципи активної фільтрації струму в трифазній трипровідній системі електроживлення при несиметричному синусоїдному джерелі живлення, що задовольняють вимогам стандарту IEEE Std.1459-2010. Показано переваги формування синусоїдного симетричного входного струму при паралельному підключенні активного фільтра та реактивного компенсатора. Доведено можливість компенсації неактивного синусоїдного струму Фрізе реактивними елементами при довільній комбінації параметрів лінійного навантаження та джерела. Отримана формула прямого розрахунку параметрів реактивного компенсатора для генерації неактивного струму Фрізе в несиметричному режимі трифазного джерела. Наводяться результати чисельного моделювання. Бібл. 10, табл. 1, рис. 2.

Ключові слова: активний і неактивний струм Фрізе, несиметрична напруга та навантаження, реактивний компенсатор, симетричні складові.

Рассмотрены принципы активной фильтрации тока в трехфазной трехпроводной системе электропитания при несимметричном синусоидальном источнике питания, удовлетворяющие требованиям стандарта IEEE Std.1459-2010. Показаны преимущества формирования синусоидального симметричного входного тока при параллельном подключении активного фильтра и реактивного компенсатора. Доказана возможность компенсации неактивного синусоидального тока Фризе реактивными элементами при произвольной комбинации параметров нагрузки и источника. Получена формула прямого расчета параметров реактивного компенсатора для генерации неактивного тока Фризе в несимметричном режиме источника питания. Приводятся результаты численного моделирования. Библ. 10, табл. 1, рис. 2.

Ключевые слова: активный и неактивный ток Фризе, несимметричное напряжение и нагрузка, реактивный компенсатор, симметричные составляющие.

Вступ. Несиметричне навантаження трифазних трипровідних систем живлення призводить до погіршення якості електроенергії, що проявляється у появі струмів зворотної послідовності та пульсації миттєвої потужності, які спричинюють додаткові втрати на активних опорах лінії електропередачі та несиметрію напруг живлення у вузлах загального підключення навантажень. Для зрівноважування несиметричного стаціонарного лінійного навантаження ефективно застосовуються пасивні фільтри на реактивних елементах, розрахунок яких базується на двох підходах: компенсація неактивних складових входних струмів [1, 3-5] та усунення пульсуючої складової миттєвої потужності [2, 6]. Проте, при несиметрії напруг застосування пасивних реактивних компенсаторів обох видів призводить до емісії в лінію передачі струмів зворотної послідовності та ще більшої несиметрії напруг, що суперечить підходам, викладеним в [7]. Ефективна компенсація цих струмів можлива лише засобами активної фільтрації [8], причому паралельні активні фільтри (ПАФ) переважають послідовні за потужністю втрат енергії на власних елементах. Для подальшого зниження втрат ПАФ їх застосовують в комбінації з реактивними компенсаторами [9]. Тому актуальним є дослідження оптимального розподілу несиметричних струмів навантаження між трифазним джерелом, ПАФ та реактивним компенсатором, що забезпечує мінімальну потужність втрат за умови споживання синусоїдного симетричного струму джерела.

Вектори активних струмів в фазових координатах. Періодичний процес в перерізі $\langle A, B, C \rangle$ трипровідної системи електроживлення визначається трикоординатними векторами миттєвих значень напруги та струму

$$\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} u_A(t) \\ u_B(t) \\ u_C(t) \end{pmatrix} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} U_A \cos(\omega t + \phi_A) \\ U_B \cos(\omega t + \phi_B) \\ U_C \cos(\omega t + \phi_C) \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{i}(t) = \begin{pmatrix} i_A(t) \\ i_B(t) \\ i_C(t) \end{pmatrix} = \mathbf{i}(t + 2\pi/\omega), \quad (1)$$

де ω – кругова частота трифазного джерела; u_A, u_B, u_C – фазні напруги, що відраховуються від точки штучного заземлення [5], U_A, U_B, U_C та ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C – їх середньквадратичні значення та початкові фази; періодичний вектор струму $\mathbf{i}(t)$ містить вищі гармонічні складові у випадку нелінійного навантаження.

Відповідно до концепції Фрізе [1] активний струм

$$\mathbf{i}_A(t) = \frac{P}{U^2} \mathbf{u}(t) \quad (2)$$

забезпечує таку саму активну потужність P , як і загальний струм $\mathbf{i}(t)$. Скалярні коефіцієнти формули (2) можна знайти в часовій області як інтеграли

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^{\wedge}(t) \mathbf{i}(t) dt;$$

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{u}^{\wedge}(t) \mathbf{u}(t) dt = U_A^2 + U_B^2 + U_C^2;$$

де \wedge – знак транспонування, $T = 2\pi/\omega$ – період.

Струм, визначений за формулою

$$\mathbf{i}_N(t) = \mathbf{i}(t) - \mathbf{i}_A(t), \quad (3)$$

називається неактивним [1], він не переносить енергію в навантаження, але викликає додаткові втрати в лінії електропередачі.

Оскільки вектори активного та неактивного струмів взаємно ортогональні, справедливе співвідношення для середньоквадратичних значень зазначених струмів:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{i}^\wedge(t) \mathbf{i}(t) dt = I_A^2 + I_N^2.$$

У разі компенсації неактивного струму засобами фільтрації матимемо зменшення потужності втрат ΔP в лінії передачі, що може бути охарактеризоване [10] коефіцієнтом вирашу за потужністю втрат:

$$k_A^{\Delta P} = \frac{\Delta P}{\Delta P_A} = \frac{I^2 r}{I_A^2 r} = \frac{1}{\lambda^2}, \quad (4)$$

де r – опір кожного з провідів лінії передачі; $\lambda = P/S = I_A/I$ – коефіцієнт потужності; $S = UI$ – повна потужність трифазної системи.

У синусоїдному режимі трифазного джерела напруги вектор активного струму також складається з синусоїдних часових функцій, тому аналогічно [5] доцільно ввести тривимірні комплексні вектори (3D-фазори) напруги та струму

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}} &= \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{u}(t) e^{-j\omega t} dt = \begin{bmatrix} U_A e^{j\varphi_A} \\ U_B e^{j\varphi_B} \\ U_C e^{j\varphi_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_A e^{j\varphi_A} \\ \dot{U}_B e^{j\varphi_B} \\ \dot{U}_C e^{j\varphi_C} \end{bmatrix}; \\ \bar{\mathbf{i}}_1 &= \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{i}(t) e^{-j\omega t} dt = \begin{bmatrix} \dot{I}_A e^{j\psi_A} \\ \dot{I}_B e^{j\psi_B} \\ \dot{I}_C e^{j\psi_C} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Комплексний вектор $\bar{\mathbf{i}}_1$ представляє гармонічну складову основної частоти вектора $\mathbf{i}(t)$. У часовій області йому відповідає вектор миттєвих значень $\mathbf{i}_1(t)$, який відрізняється від вектора $\mathbf{i}(t)$ на вектор вищих гармонік

$$\mathbf{i}_H(t) = \mathbf{i}(t) - \mathbf{i}_1(t) = \mathbf{i}(t) - \sqrt{2} \operatorname{Re}(\bar{\mathbf{i}}_1 e^{j\omega t}). \quad (6)$$

Проте, два комплексних вектора з (5) повністю визначають активний струм Фрізе в частотній області:

$$\bar{\mathbf{i}}_A = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{i}_A(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{P}{U^2} \bar{\mathbf{u}} = \frac{\operatorname{Re}(\bar{\mathbf{u}}^\wedge \bar{\mathbf{i}}_1^*)}{\bar{\mathbf{u}}^\wedge \bar{\mathbf{u}}^*} \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{i}}_1 - \mathbf{i}_{1N}, \quad (7)$$

де знак * позначає комплексне спряження, $\bar{\mathbf{i}}_{1N} \in$ комплексним вектором неактивного струму основної частоти.

У несиметричному режимі трифазного джерела вектори $\bar{\mathbf{u}}$ і $\bar{\mathbf{i}}_A$ містять симетричні складові зворотної послідовності, які сучасний стандарт [7] відносить до неактивних компонент струму, що підлягають компенсації. Для задоволення вимог стандарту активний струм має формуватися пропорційним опорному вектору напруги, що містить тільки симетричні складові прямої послідовності. Представимо цей вектор у частотній області пропорційним орту симетричної прямої послідовності [5]

$$\bar{\mathbf{u}}_+ = U_+ \bar{\mathbf{e}}_+ = \frac{U_+}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi/3} \\ e^{j2\pi/3} \end{bmatrix} = \frac{U_+}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{a} \\ \tilde{a}^2 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

тоді вектор активного струму прямої послідовності задається виразом

$$\bar{\mathbf{i}}_{A+} = \frac{P}{\bar{\mathbf{u}}_+^\wedge \bar{\mathbf{u}}_+^*} \bar{\mathbf{u}}_+ = \frac{P}{U_+^2} \bar{\mathbf{u}}_+, \quad (9)$$

де коефіцієнт пропорційності визначається з умови забезпечення цим струмом під дією вектора напруги $\bar{\mathbf{u}}$ такої ж самої активної потужності P , що і загальний струм $\mathbf{i}(t)$.

Декомпозиція струмів навантаження в симетричних координатах. Для детального вивчення різниці між векторами, визначеними формулами (7) та (9), перейдемо до базису симетричних координат [5]. Оскільки симетрична складова нульової послідовності кожного з зазначених векторів дорівнює нулю, помножимо їх на матрицю, що містить транспоновані орти симетричних складових прямої та зворотної послідовностей

$$(\mathbf{F}_0^\wedge)^* = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}_-^\wedge \\ \bar{\mathbf{e}}_+^\wedge \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \tilde{a} & \tilde{a}^2 \\ 1 & \tilde{a}^2 & \tilde{a} \end{bmatrix}.$$

В результаті отримаємо наступні вирази для комплексних векторів напруги в симетричних координатах:

$$\tilde{\mathbf{u}}_+ = (\mathbf{F}_0^\wedge)^* \bar{\mathbf{u}}_+ = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}_-^\wedge \\ \bar{\mathbf{e}}_+^\wedge \end{bmatrix} U_+ \bar{\mathbf{e}}_+ = \begin{bmatrix} U_+ \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = (\mathbf{F}_0^\wedge)^* \bar{\mathbf{u}} = (\mathbf{F}_0^\wedge)^* \begin{bmatrix} \dot{U}_A \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_+ \\ U_- \end{bmatrix}.$$

Перехід від двокоординатних векторів в симетричних координатах до трикоординатних комплексних векторів в фазових координатах здійснюється шляхом множення на матрицю $\mathbf{F}_0 = \|\bar{\mathbf{e}}_+ \quad \bar{\mathbf{e}}_-\|$. Беручи до уваги зв'язок між матрицями

$$(\mathbf{F}_0^\wedge)^* \mathbf{F}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}_{2 \times 2}; \quad \mathbf{F}_0 (\mathbf{F}_0^\wedge)^* = \mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{\mathbf{j}\mathbf{j}^\wedge}{3}; \quad \mathbf{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{j} \\ 1 \end{bmatrix},$$

завдяки якому зберігаються середньоквадратичні значення величин в симетричних та фазових координатах, отримуємо наступні вирази для комплексних векторів активного струму в симетричних координатах

$$\tilde{\mathbf{i}}_A = \frac{P}{\bar{\mathbf{u}}^\wedge \bar{\mathbf{u}}^*} \tilde{\mathbf{u}} = \frac{P}{\tilde{\mathbf{u}}^\wedge \tilde{\mathbf{u}}^*} \tilde{\mathbf{u}} = \frac{P}{U_+^2 + U_-^2} \begin{bmatrix} U_+ \\ U_- \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{i}}_{A+} = \frac{P}{U_+^2} \tilde{\mathbf{u}}_+ = \frac{P}{U_+^2} \begin{bmatrix} U_+ \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Споживання від несиметричного синусоїдного джерела активного струму Фрізе не усуває пульсації активної потужності [5]. Її миттєве значення може бути визначено [2] з використанням вектора

$$\tilde{\mathbf{i}}_A^{\leftrightarrow} = \frac{P}{U_+^2 + U_-^2} \begin{bmatrix} U_- \\ U_+ \end{bmatrix}$$

за формулою

$$\tilde{p}_{A+}(t) = \operatorname{Re}(\tilde{\mathbf{u}} \wedge \tilde{\mathbf{i}}_{A+} e^{j2\omega t}) = \frac{P \operatorname{Re}(2U_+ \dot{U}_- e^{j2\omega t})}{U_+^2 + \dot{U}_-^2} = \frac{2P\delta_- \cos(2\omega t + \varphi_-)}{1 + \delta_-^2},$$

де $\delta_- = \dot{U}_- / U_+ = \delta_- e^{j\varphi_-}$ – комплексний параметр несиметрії трифазного джерела.

Якщо вхідний струм трифазної системи визначається вектором $\tilde{\mathbf{i}}_A$, миттєве значення пульсації активної потужності становить

$$\tilde{p}_{A+}(t) = \operatorname{Re}(\tilde{\mathbf{u}} \wedge \tilde{\mathbf{i}}_{A+} e^{j2\omega t}) = \frac{P}{U_+^2} \operatorname{Re} \left(\left\| U_+ \quad \dot{U}_- \right\| \left\| 0 \right\| U_+ \right) e^{j2\omega t} = P\delta_- \cos(2\omega t + \varphi_-).$$

Таким чином, активний струм прямої послідовності створює пульсацію миттєвої потужності, амплітуда якої в $2/(1 + \delta_-^2)$ разів менша, ніж створювана активним струмом Фрізе.

Різниця між векторами активного струму в симетричних координатах, отримана з (10), тобто

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\pm} = \tilde{\mathbf{i}}_A - \tilde{\mathbf{i}}_{A+} = \frac{P}{U_+^2 + U_-^2} \left\| -U_-^2 / U_+ \right\| \left\| \dot{U}_- \right\| \quad (11)$$

визначає додатковий струм компенсації. Активна потужність цього струму дорівнює нулю:

$$P_{\pm} = \operatorname{Re}(\tilde{\mathbf{u}} \wedge \tilde{\mathbf{i}}_{\pm}^*) = \left(\frac{P}{U_+^2 + U_-^2} \right)^2 \left\| U_+ \quad \dot{U}_- \right\| \left\| -U_-^2 / U_+ \right\| \left\| \tilde{U}_- \right\| = 0,$$

і він може бути реалізований ПАФ.

Таким чином, для реалізації споживання з трифазного джерела струму активного струму прямої послідовності основна гармоніка струму компенсації має містити такі складові в симетричних координатах:

$$\tilde{\mathbf{i}}_{1C} = \mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_{A+} = \mathbf{i}_{1N} + \mathbf{i}_{\pm}. \quad (12)$$

У часовій області вектор струму компенсації також включає вектор вищих гармонік:

$$\mathbf{i}_{C+}(t) = \mathbf{i}(t) - \mathbf{i}_{A+}(t) = \mathbf{i}_{1N}(t) + \mathbf{i}_{\pm}(t) + \mathbf{i}_H(t). \quad (13)$$

Коефіцієнт виграшу за потужністю втрат при формуванні активного струму прямої послідовності

$$k_{A+}^{\Delta P} = \frac{\Delta P}{\Delta P_{A+}} = \frac{I^2}{I_{A+}^2} = \frac{I_A^2 + I_N^2}{I_A^2} \times \frac{I_A^2}{I_{A+}^2} = \frac{k_A^{\Delta P}}{1 + \delta_-^2} \quad (14)$$

перевищує одиницю за умови

$$\lambda \sqrt{1 + \delta_-^2} < 1. \quad (15)$$

Враховуючи ортогональність векторів $\mathbf{i}_{C+}(t)$, $\mathbf{i}_{A+}(t)$ та обмеження (15), відносно середньоквадратичне значення струму компенсації

$$\frac{I_{C+}^2}{I^2} = \frac{I^2 - I_{A+}^2}{I^2} = 1 - \frac{1}{k_{A+}^{\Delta P}} = 1 - \lambda^2 (1 + \delta_-^2).$$

При низьких значеннях коефіцієнта потужності середньоквадратичне значення струму компенсації збільшується. Для зменшення втрат потужності активного фільтра доцільно використовувати ПАФ у поєднанні з пасивним реактивним компенсатором [9].

Фільтрація струмів для лінійного стаціонарного навантаження. Якщо навантаження є лінійним

та не змінюваним в часі, то в формулі (13) $\mathbf{i}_H(t) = 0$, і всі складові струмів є синусоїдними в часовій області, тоді енергетичні процеси в системі повністю визначаються в базисі симетричних координат. У цьому випадку вектор струму компенсації відповідає (12), а синусоїдний неактивний струм може повністю генеруватися реактивним компенсатором як в симетричному, так і в несиметричному режимі джерела напруги [5]. Тому для мінімізації втрат потужності ПАФ доцільно розподілити струми реактивного компенсатора та активного фільтра в комплексній схемі заміщення (рис. 1) наступним чином:

$$\tilde{\mathbf{i}}_R = \begin{Bmatrix} \tilde{i}_A^R \\ \tilde{i}_B^R \\ \tilde{i}_C^R \end{Bmatrix} = \mathbf{F}_0 \tilde{\mathbf{i}}_{1N}; \quad \tilde{\mathbf{i}}_F = \begin{Bmatrix} \tilde{i}_A^F \\ \tilde{i}_B^F \\ \tilde{i}_C^F \end{Bmatrix} = \mathbf{F}_0 \tilde{\mathbf{i}}_{\pm}.$$



Рис. 1. Схема заміщення

Це зменшить середньоквадратичне значення струмів ПАФ до значення

$$I_F = \sqrt{\tilde{\mathbf{i}}_{\pm} \wedge \tilde{\mathbf{i}}_{\pm}^*} = \frac{PU_-}{U_+ \sqrt{U_+^2 + U_-^2}} = \frac{P\delta_-}{U_+ \sqrt{1 + \delta_-^2}}.$$

Отримаємо формули прямого розрахунку параметрів реактивного компенсатора для генерації неактивного струму Фрізе в несиметричному режимі трифазного джерела. Нехай лінійне стаціонарне навантаження характеризується діагональною матрицею комплексних провідностей

$$\bar{\mathbf{Y}} = \begin{Bmatrix} \bar{y}_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{y}_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_{CA} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & g_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & g_{CA} \end{Bmatrix} + j \begin{Bmatrix} b_{AB}^L & 0 & 0 \\ 0 & b_{BC}^L & 0 \\ 0 & 0 & b_{CA}^L \end{Bmatrix}.$$

В [5] було показано, що закон Ома для вхідних векторів струму та напруги описується виразом в симетричних координатах

$$\tilde{\mathbf{i}} = \tilde{\mathbf{Y}} \tilde{\mathbf{u}} = \left(\begin{Bmatrix} g_+ & \dot{g} \\ \tilde{g} & g_+ \end{Bmatrix} + j \begin{Bmatrix} b_+^L & \dot{b}_L \\ \tilde{b}_L & b_+^L \end{Bmatrix} \right) \tilde{\mathbf{u}}, \quad (16)$$

де $g_+ + j\dot{b}_+^L = \bar{y}_{AB} + \bar{y}_{BC} + \bar{y}_{CA}$; $\tilde{g} = (\dot{g})^*$; $\tilde{b}_L = -(\dot{b}_L)^*$;

$$\dot{g} = -(\dot{a}g_{AB} + g_{BC} + \dot{a}g_{CA}); \quad \dot{b}_L = -(\dot{a}b_{AB}^L + b_{BC}^L + \dot{a}b_{CA}^L).$$

Подібні параметри реактивного компенсатора $b_+^R = b_{AB}^R + b_{BC}^R + b_{CA}^R$; $\dot{b}_R = -(\dot{a}b_{AB}^R + b_{BC}^R + \dot{a}b_{CA}^R)$ для реалізації вектора струмів компенсації $\tilde{\mathbf{i}}_C = \left\| I_+^C \quad I_+^C \right\|$ визначаються матрично-векторним рівнянням [5]:

$$\begin{Bmatrix} b_+^R \\ b_R^R \end{Bmatrix} = \frac{j}{U_+^2 - U_-^2} \begin{Bmatrix} U_+ & -U_- \\ -\tilde{U}_- & U_+ \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_+^C \\ -\tilde{i}_-^C \end{Bmatrix}$$

Покажемо, що для вектора струмів компенсації у вигляді неактивного струму Фрізе

$$\tilde{i}_C = \tilde{i}_N = \tilde{Y}\tilde{u} - \tilde{i}_A = \left(\tilde{Y} - \frac{P}{U_+^2 + U_-^2} I_{2 \times 2} \right) \tilde{u} \quad (17)$$

параметр b_+^R завжди буде дійсним числом. Для цього знайдемо вираз для активної потужності заданого навантаження

$$P = \operatorname{Re}(\tilde{i} \wedge \tilde{u}^*) = \operatorname{Re}(\tilde{u} \wedge \tilde{Y} \wedge \tilde{u}^*) = (g_+ + \Delta g)(U_+^2 + U_-^2),$$

де $\Delta g = 2U_+ \operatorname{Re}(\dot{g}\dot{U}_-)/(U_+^2 + U_-^2) = 2 \operatorname{Re}(\dot{\delta}\dot{g})/(1 + \delta_-^2)$ та підставимо цей вираз у формулу (17) і далі в (16).

Після перетворень матимемо

$$\begin{Bmatrix} b_+^R \\ b_R^R \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_+^L \\ b_L^L \end{Bmatrix} = \frac{j}{U_+^2 - U_-^2} \begin{Bmatrix} U_+ & -\dot{U}_- \\ -\tilde{U}_- & U_+ \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U_+ & -\dot{U}_- \\ -\tilde{U}_- & U_+ \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta g \\ \dot{g} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1 - \delta_-^2} \begin{Bmatrix} -2 \operatorname{Im}(\dot{\delta}\dot{g}) \\ j[2\tilde{\delta}\Delta g - (1 + \delta_-^2)\dot{g}] \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_+ \\ \dot{b} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Перші координати векторів з формули (18) є дійсними числами, що і доводить можливість реалізації реактивного компенсатора неактивного струму Фрізе при довільному сполученні параметрів лінійного навантаження та несиметричного джерела. Реактивні провідності компенсатора визначаються із системи рівнянь (18) у вигляді

$$\begin{aligned} b_{AB}^R &= \frac{b_+ - 2 \operatorname{Re}(\tilde{a}\dot{b})}{3} - b_{AB}^L; \\ b_{BC}^R &= \frac{b_+ - 2 \operatorname{Re}(\dot{b})}{3} - b_{BC}^L; \\ b_{CA}^R &= \frac{b_+ - 2 \operatorname{Re}(\dot{a}\dot{b})}{3} - b_{CA}^L. \end{aligned} \quad (19)$$

Приклад моделювання фільтрації струмів.

Розглянемо гібридну фільтрацію вхідних струмів для трипровідного лінійного навантаження, що визначається комплексними провідностями

$$\bar{Y}_{AB} = \frac{G}{4 + j3} = (0.16 - j0.12)G; \quad \bar{Y}_{BC} = 0;$$

$$\bar{Y}_{BC} = \frac{G}{1 - j} = (0.5 + j0.5)G,$$

а несиметрія джерела характеризується параметром $\dot{\delta}_- = 0.2j$.

Перш за все визначимо параметри матриці комплексних провідностей у симетричних координатах

$$g_+ = g_{AB} + g_{BC} + g_{CA} = (0.16 + 0.5)G = 0.66G;$$

$$b_+^L = b_{AB}^L + b_{BC}^L + b_{CA}^L = (-0.12 + 0.5)G = 0.38G;$$

$$\dot{g} = -(\dot{a}g_{AB} + g_{BC} + \tilde{a}g_{CA}) = (0.33 + 0.294j)G;$$

$$\dot{b}_L = -(\dot{a}b_{AB}^L + b_{BC}^L + \tilde{a}b_{CA}^L) = (0.19 + 0.537j)G.$$

Значення матриці комплексних провідностей відповідно до (16)

$$\tilde{Y} = \tilde{G} + j\tilde{B}_L = \begin{Bmatrix} 0.66 + 0.38j & -0.207 + 0.484j \\ 0.867 - 0.104j & 0.66 + 0.38j \end{Bmatrix} G.$$

Вектор струму навантаження

$$\tilde{i} = \tilde{Y}\tilde{u} = \tilde{Y} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.2j \end{Bmatrix} U_+ = \begin{Bmatrix} 0.563 + 0.339j \\ 0.791 + j0.028 \end{Bmatrix} U_+ G.$$

Визначаємо параметр

$$\Delta g = \frac{2 \operatorname{Re}(\delta\dot{g})}{1 + \delta_-^2} = -0.113G$$

і знаходимо вектор активного струму Фрізе:

$$\tilde{i}_A = \frac{P}{U_+^2 + U_-^2} \tilde{u} = (g_+ + \Delta g)\tilde{u} = \begin{Bmatrix} 0.547 \\ 0.109j \end{Bmatrix} U_+ G.$$

Значення коефіцієнта потужності

$$\lambda = I_A / I = \sqrt{\tilde{i}_A \wedge \tilde{i}_A^* / \tilde{i} \wedge \tilde{i}^*} = 0.542$$

задовольняє умову (15):

$$\lambda \sqrt{1 + U_-^2 / U_+^2} = \lambda \sqrt{1 + \delta_-^2} = 0.553 < 1.$$

Отже, відповідно до (14) формування активного струму прямої послідовності принесе економію втрат енергії, що оцінюється коефіцієнтом виграшу

$$k_{A+}^{\Delta P} = 1 / 0.553^2 = 3.273.$$

Далі за (18) визначаємо параметри реактивного компенсатора:

$$\begin{Bmatrix} b_+^R \\ b_R^R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_+ \\ \dot{b} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} b_+^L \\ b_L^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.137 \\ 0.272 - 0.358j \end{Bmatrix} G - \begin{Bmatrix} b_+^L \\ b_L^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.517 \\ 0.082 - 0.895j \end{Bmatrix}$$

і формуємо матрицю комплексних провідностей з елементами реактивної компенсації:

$$\tilde{Y}_R = \tilde{Y} + j \begin{Bmatrix} b_+^R & b_R^R \\ \tilde{b}_R^R & b_+^R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.66 - 0.137j & 0.688 + 0.566j \\ -0.028 - 0.022j & -0.66 - 0.137j \end{Bmatrix} G.$$

Множення цієї матриці на вектор вхідної напруги дає вектор вхідного струму за наявності реактивного компенсатора

$$\tilde{i}_{SR} = \tilde{Y}_R \tilde{u} = \begin{Bmatrix} 0.547 \\ 0.109 \end{Bmatrix} U_+ G,$$

який повністю збігається з раніше визначеним вектором активного струму Фрізе \tilde{i}_A , що свідчить про коректність розрахунку параметрів компенсатора.

Генерування ПАФ вектора струму, що визначається (11)

$$\tilde{i}_F = \tilde{i}_\pm (g_+ + \Delta g) \begin{Bmatrix} -0.04 \\ 0.2j \end{Bmatrix} U_+ = \begin{Bmatrix} -0.022 \\ 0.109j \end{Bmatrix} \quad (20)$$

забезпечує споживання від трифазного джерела вектора активного струму прямої послідовності:

$$\tilde{i}_{SFR} = \tilde{i}_{A+} = \tilde{i}_A - \tilde{i}_\pm = \begin{Bmatrix} 0.569 \\ 0 \end{Bmatrix} U_+ G.$$

Спільна дія ПАФ і реактивного компенсатора забезпечує загальний струм компенсації

$$\tilde{i}_{C+} = \tilde{i} - \tilde{i}_{A+} = \begin{Bmatrix} -0.006 + 0.339j \\ 0.791 + j0.028 \end{Bmatrix} U_+ G,$$

при цьому відносно діюче значення струмів ПАФ становить

$$I_F / I_{C+} = \sqrt{\tilde{i}_F \wedge \tilde{i}_F^* / \tilde{i}_{C+} \wedge \tilde{i}_{C+}^*} = 0.129 = 12.9\%.$$

Реактивні провідності компенсатора розраховуються за (19):

$$b_{AB}^R = 0.371G; \quad b_{BC}^R = -0.227G;$$

Моделювання фільтрації струмів в часовій обла-

сті здійснювалося за допомогою MATLAB моделі, представленої на рис. 2.

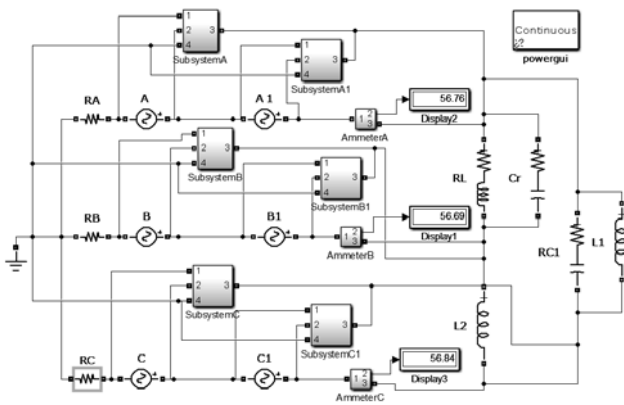


Рис. 2

Параметри реактивних елементів компенсатора для $G = 1 \text{ См}$ і $\omega = 100\pi \text{ рад/с}$ складають, відповідно, $C_{AB} = 1.18 \text{ мФ}$; $L_{BC} = 14.02 \text{ мГн}$; $L_{CA} = 4.81 \text{ мГн}$. Несиметрія напруг реалізовувалась послідовним з'єднанням джерел симетричних синусоїдних напруг 100 В прямої послідовності та 20 В зворотної послідовності зі значеннями початкових фаз, що відповідають параметрам $U_+ = 100\sqrt{3} \text{ В}$; $\delta_- = 0.2j$. ПАФ моделювався залежними джерелами струмів, керованих напругами джерел. Для генерування струмів фільтра відповідно до (11) та (20) параметри залежних джерел приймалися рівними

$$G_+ = -(g_+ + \Delta g)\delta_-^2 = 21.88 \times 10^{-3} G; G_- = g_+ + \Delta g = 0.547G.$$

Результати моделювання підтвердили всі розраховані середньоквадратичні значення струмів (табл. 1) та переваги застосування гібридного фільтра з запропонованим розподілом струмів.

Табл. 1

	I^2	I_{SR}^2	I_{SFR}^2	I_F^2
Розраховано	31751	9333	9713	370
Виміряно	31920	9401	9712	371

Висновки. Запропоновано принцип розподілу компенсаційних струмів між активним фільтром та реактивним компенсатором трифазної трипровідної системи живлення з несиметричними синусоїдними напругами, що забезпечує споживання симетричних синусоїдних струмів джерела та мінімізує середньоквадратичне значення струмів фільтра.

Показано, що активний струм прямої послідовності забезпечує вираш за потужністю втрат відповідно до (14) та створює пульсацію потужності з амплітудою в $2/(1 + \delta_-^2)$ рази менше, ніж активний струм Фрізе.

Доведена можливість компенсації неактивного струму Фрізе реактивними елементами при довільній комбінації параметрів лінійного навантаження та несиметричного синусоїдного джерела і отримані прямі формули розрахунку параметрів реактивного компенсатора для генерації неактивного струму Фрізе.

Приклад моделювання фільтрації струмів лінійного стаціонарного навантаження показав, що комбі-

новане застосування ПАФ та реактивного компенсатора з запропонованим розподілом струмів компенсації забезпечило зменшення втрат енергії в лінії передачі в 3.273 разів, а відносне середньоквадратичне значення струму ПАФ склало 12,9 % від середньоквадратичного значення загального компенсаційного струму.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Fryze S. Active, reactive and apparent power in circuits with nonsinusoidal voltage and current // *Przeгляд Elektrotechniczny*. – 1931. – no.7, 8. – pp. 193-203.
2. Шидловский А.К., Кузнецов В.Г. Повышение качества энергии в электрических сетях. – Киев: Наукова думка, 1985. – 268 с.
3. Hanzelka Z. Mitigation of voltage unbalance. Режим доступу: <http://www.leonardo-energy.org/chapter-5-mitigation-voltage-unbalance>.
4. Czarnecki L.S., Haley P.M. Unbalanced Power in Four-Wire Systems and Its Reactive Compensation // *IEEE Transactions on Power Delivery*. – 2015. – vol.30. – no.1. – pp. 53-63. doi: 10.1109/TPWRD.2014.2314599.
5. Sirotnin Iu.A. Fryze's compensator and Fortescue transformation // *Przeгляд Elektrotechniczny*. – 2011. – no.1. – pp. 101-106.
6. Sirotnin Iu.A. Non-pulsed mode of supply in a three-phase system at asymmetrical voltage // *Przeгляд Elektrotechniczny*. – 2013. – no.7. – pp. 54-58.
7. IEEE Std. 1459-2010. Definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal non-sinusoidal, balanced or unbalanced conditions. doi: 10.1109/IEEESTD.2010.5439063.
8. Salmerón Revuelta P., Pérez Litrán S., Prieto Thomas J. Active power line conditioners design, simulation and implementation for improving power quality. – Elsevier Inc.: Academic Press, 2016. – 436 p.
9. Artemenko M.Y., Batrak L.M., Polishchuk S.Y., Mykhalskyi V.M., Shapoval I.A. Reactive compensation of non-active power in hybrid shunt filter of three-phase four-wire system at random load // *Proceedings of 2016 2nd International Conference on Intelligent Energy and Power Systems (IEPS)*. Kiev, 2016. doi: 10.1109/IEPS.2016.7521863.
10. Artemenko M.Y., Polishchuk S.Y., Mykhalskyi V.M., Shapoval I.A. Apparent power decompositions of the three-phase power supply system to develop control algorithms of shunt active filter // *Proceedings of the IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*. – 2017. – pp. 495-499. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100537.

REFERENCES

1. Fryze S. Active, reactive and apparent power in circuits with nonsinusoidal voltage and current. *Przeгляд Elektrotechniczny*, 1931, no.7, 8, pp. 193-203.
2. Shidlovskii A.K., Kuznetsov V.G. *Povysheniye kachestva elektroenergii v elektricheskikh setyakh* [Improving of the power quality in electrical networks]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1985. 268 p.(Rus).
3. Hanzelka Z. *Mitigation of voltage unbalance*. Available at: <http://www.leonardo-energy.org/chapter-5-mitigation-voltage-unbalance> (accessed 22 May 2016).
4. Czarnecki L.S., Haley P.M. Unbalanced Power in Four-Wire Systems and Its Reactive Compensation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2015, vol.30, no.1, pp. 53-63. doi: 10.1109/TPWRD.2014.2314599.
5. Sirotnin Iu.A. Fryze's compensator and Fortescue transformation. *Przeгляд Elektrotechniczny*, 2011, no.1, pp. 101-106.
6. Sirotnin Iu.A. Non-pulsed mode of supply in a three-phase system at asymmetrical voltage. *Przeгляд Elektrotechniczny*, 2013, no.7, pp. 54-58.

7. IEEE Std. 1459-2010. *Definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal non-sinusoidal, balanced or unbalanced conditions*. doi: **10.1109/IEEESTD.2010.5439063**.

8. Salmerón Revuelta P., Pérez Litrán S., Prieto Thomas J. *Active power line conditioners design, simulation and implementation for improving power quality*. Elsevier Inc.: Academic Press, 2016. 436 p.

9. Artemenko M.Y., Batrak L.M., Polishchuk S.Y., Mykhalskiy V.M., Shapoval I.A. Reactive compensation of non-active power in hybrid shunt filter of three-phase four-wire system at random load. *Proceedings of 2016 2nd International Conference on Intelligent Energy and Power Systems (IEPS)*. Kiev, 2016. doi: **10.1109/IEPS.2016.7521863**.

10. Artemenko M.Y., Polishchuk S.Y., Mykhalskiy V.M., Shapoval I.A. Apparent power decompositions of the three-phase power supply system to develop control algorithms of shunt active filter. *Proceedings of the IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, 2017, pp. 495-499. doi: **10.1109/UKRCON.2017.8100537**.

Надійшла (received) 13.02.2018

Артеменко Михайло Юхимович¹, д.т.н., проф.,

Батрак Лариса Миколаївна¹, к.т.н.,

Поліщук Сергій Йосипович², к.т.н.,

¹ Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,

03056, Київ, пр. Перемоги, 37,

e-mail: artemenko_m_ju@ukr.net, batrakln5@gmail.com

² Інститут електродинаміки НАН України,

03680, Київ, пр. Перемоги, 56,

e-mail: polischuk@ied.org.ua

M.Yu. Artemenko¹, L.M. Batrak¹, S.Y. Polishchuk²

¹ National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,

37, Prosp. Peremohy, Kyiv, Ukraine, 03056.

² The Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine, 56, prospekt Peremogy, Kiev-57, 03680, Ukraine.

Current filtering in a three-phase three-wire power system at asymmetric sinusoidal voltages.

Purpose. Investigation of the optimal current distribution between source, shunt active filter and reactive compensator of a three-phase three-wire system that provides consumption of a sinusoidal symmetric current under asymmetric source voltages with minimal power losses was provided. **Methodology.** The tasks were solved by conducting theoretical and experimental studies. The main provisions of the theory of electrical circuits, the apparatus of mathematical analysis, methods for solving linear differential and algebraic equations, elements of matrix and complex calculus and vector algebra are used. During the development, modern methods and software of computer simulation of electrical engineering complexes and dynamic systems were applied: Matlab-Simulink, MATHCAD. **Originality.** The principle of compensating current distribution between PAF and reactive compensator of a three-phase three-wire power system with asymmetric sinusoidal voltage was proposed at which the input current is equal to the positive-sequence active current and rms value of PAF current is minimal. The feasibility to compensate the inactive sinusoidal Fryze current by reactive elements under arbitrary combination of load and source parameters was proved and expression for direct calculation of the reactive compensator parameters for generation of inactive Fryze current in the source unbalanced mode was obtained. **Practical value.** The simulative example for transmission line load showed that combined application of PAF and reactive compensator with the specified distribution of compensating currents ensured a reduction of power losses in 3.273 times and rms value of the SAF current is 12.9 % of rms value total compensation current. References 10, tables 1, figures 2.

Key words: active and inactive Fryze current, asymmetrical voltage and load, reactive compensator, symmetrical components.