

УЧЕТ ЭФФЕКТА ВЫТЕСНЕНИЯ ТОКА И НАСЫЩЕНИЯ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Описано методику синтезу математичної моделі асинхронного двигуна. Пропонується виконувати експерименти в такій послідовності. У середовищі AutoCAD створюються геометричні моделі, після імпорту яких в Comsol Multiphysics і подальшої доробки під управлінням Matlab проводиться розрахунок коефіцієнтів і залежностей, які використовуються в математичній моделі асинхронного двигуна.

Описана методика синтеза математической модели асинхронного двигателя. Предлагается выполнять эксперименты в следующей последовательности. В среде AutoCAD строятся геометрические модели, после импорта которых в Comsol Multiphysics и последующей доработки под управлением Matlab производится расчет коэффициентов и зависимостей, которые используются в математической модели асинхронного двигателя.

ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие вычислительной техники позволяет применять математическое моделирование при решении различных инженерных и научных задач.

Среди огромного количества математических моделей, используемых при решении задач электротехнического характера – математическая модель асинхронного двигателя занимает достойное место. К настоящему времени разработаны десятки вариантов моделей асинхронных двигателей, но их слабым местом является пренебрежение или приближенный учет эффекта вытеснения тока в пазу ротору и насыщения магнитной цепи в работе рассматриваются принципы синтеза математической модели асинхронного двигателя, которая учитывает эффект вытеснения тока в пазу ротора и насыщение магнитной цепи.

АНАЛИЗ ПРЕДЫДУЩИХ ДОСТИЖЕНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Классической математической моделью асинхронного двигателя – является математическая модель, синтезированная на основе уравнений Парка-Горева. В этой модели предполагается, что машина имеет постоянные параметры. Применительно к асинхронным машинам такое допущение вносит значительную погрешность.

Поэтому многие авторы (например, [2]), предлагают корректировать параметры ротора, как наиболее сильно зависящие от эффекта вытеснения тока и насыщения магнитной цепи, по мере разгона двигателя. Но в этом случае в основном учитывается эффект вытеснения тока но не учитывается насыщение магнитной цепи. Да и изменение параметров в зависимости от скорости вращения не совсем корректно. Дело в том, что при переходных процессах в стержне паза протекают как периодическая, так и аperiodическая составляющая тока. Эффект вытеснения тока для этих составляющих проявляется в разной степени – поэтому и коррекция параметров становится не однозначной. Еще одна трудность, связанная с пошаговой коррекцией параметров – это определение значений активного и индуктивного сопротивлений в зависимости от частоты тока. В [1] такую зависимость предлагается определять экспериментально. Такое решение значительно снижает ценность модели, так как условие, что для синтеза математической модели необходима физическая модель нежелательно. Такой подход применим только в тех случаях, когда эксперименты

проводятся с системой управления, а в параметры двигателя внесение изменений не планируется.

Следует отметить, что для расчетов на стадии проектирования, при определении статических характеристик, разработаны методики, которые позволяют учесть эффект вытеснения тока и насыщение магнитной цепи. Эти методики обеспечивают приемлемую точность, зависящую от формы паза ротора, но они не применимы в расчетах динамических характеристик.

Современное развитие вычислительной техники, в частности, появление такого мощного программного продукта как Comsol Multiphysics ставит задачу использования появившихся возможностей для повышения точности расчетов.

Comsol Multiphysics – это мощная интерактивная среда для моделирования и расчетов большинства научных и инженерных задач основанных на дифференциальных уравнениях в частных производных методом конечных элементов. Моделирование асинхронного двигателя в Comsol Multiphysics позволяет определить его параметры в различных режимах работы. Однако, непосредственное использование модели, полученной в Comsol Multiphysics, для решения динамических задач затруднительно. Связано это с тем, что моделирование динамических процессов – это решение задачи Коши и осуществляется решение такой задачи пошаговым методом. Значит, для решения задачи придется выполнить десятки или сотни тысяч раз вычисление параметров асинхронного двигателя, что даже для современного компьютера непосильная задача. Поэтому надо искать методы использования результатов моделирования в Comsol Multiphysics для синтеза динамических моделей.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

На основе численно-полевых расчетов разработать математическую модель асинхронного двигателя, которая учитывает эффект вытеснения тока и насыщения магнитной цепи, что позволит реализовать ее в структурных блоках пакета Matlab/Simulink.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА ИССЛЕДОВАНИЙ

Наиболее существенно эффект вытеснения тока проявляется в пазовой части обмотки ротора. Для учета эффекта вытеснения тока в [2] предложено разбить паз по высоте на отдельные слои, причем при-

нимается, что плотность тока в пределах слоя остается постоянной. Там же приведены аналитические соотношения для расчета параметров слоя.

Потокоцепления слоев определяется по соотношениям

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= i_1 \cdot L_{1,1} + i_2 \cdot M_{1,2} + i_3 \cdot M_{1,3}; \\ \Psi_2 &= i_1 \cdot M_{2,1} + i_2 \cdot L_{2,2} + i_3 \cdot M_{2,3}; \\ \Psi_3 &= i_1 \cdot M_{3,1} + i_2 \cdot M_{3,2} + i_3 \cdot L_{3,3},\end{aligned}\quad (1)$$

где $L_{1,1}, M_{1,2} \dots L_{3,3}$ – индуктивности и взаимные индуктивности слоев, i_1, i_2, i_3 – токи в слоях 1, 2, 3.

Для дальнейших расчетов будем считать, что магнитный поток замыкается по путям, показанным на (рис. 1) т.е. он полностью охватывает слой.

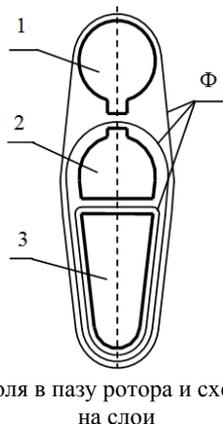


Рис. 1. Картина поля в пазу ротора и схема разбиения паза на слои

При таких допущениях соотношение (1) значительно упрощается

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= L_{1,1} \cdot (i_1 + i_2 + i_3); \\ \Psi_2 &= i_1 \cdot L_{1,1} + L_{2,2} \cdot (i_2 + i_3); \\ \Psi_3 &= i_1 \cdot L_{1,1} + L_{2,2} \cdot i_2 + i_3 \cdot L_{3,3},\end{aligned}\quad (2)$$

где $L_{1,1}, L_{2,2}, L_{3,3}$ – расчетные индуктивности слоев.

При такой постановке схема замещения математической модели асинхронного двигателя, у которого паз ротора разбит на три слоя, имеет вид, приведенный на рис. 2.

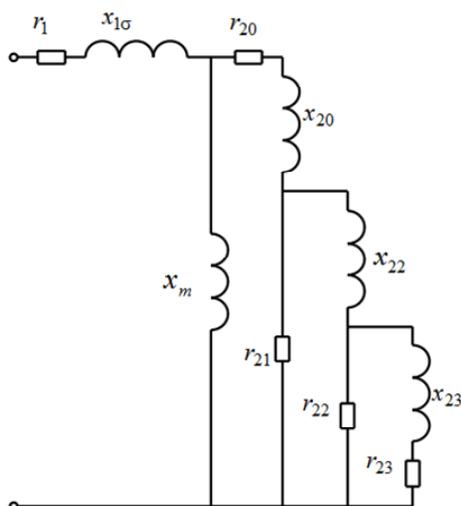


Рис. 2. Схема замещения математической модели

Здесь приняты следующие обозначения параметров r_1 – активное сопротивление обмотки статора, $x_{1\sigma}$ – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ста-

тора, x_m – индуктивное сопротивление взаимоиндукции, r_{20} – активное сопротивление участка короткозамыкающего кольца, приведенное к стержню;

$$x_{20} = x_{2k} + x_{2\text{диф}} + x_{21},$$

где x_{2k} – индуктивное сопротивление участка короткозамыкающего кольца, приведенное к стержню; $x_{2\text{диф}}$ – дифференциальное индуктивное сопротивление x_{21} – индуктивное сопротивление верхнего слоя; $r_{21}, r_{22}, r_{23}, x_{21}, x_{22}, x_{23}$ – активные и индуктивные сопротивления слоев. Нумерация слоев начинается сверху.

Следует отметить, что данная схема замещения отображает математическую модель асинхронного двигателя в осях жестко связанных с ротором, поэтому расчетное напряжение на ее зажимах содержит ЭДС вращения. Для уравнений электрического равновесия в контурах, находящихся по оси d

$$U = U_d + \frac{dy}{dt} \cdot \Psi_q.$$

Для контуров, размещенных по оси q

$$U = U_q - \frac{dy}{dt} \cdot \Psi_d.$$

Большинство индуктивных сопротивлений схемы замещения зависят от насыщения магнитной цепи, поэтому представляет интерес определение этих параметров по результатам моделирования в среде Comsol Multiphysics.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РОТОРА

Насыщение магнитной цепи делает индуктивные сопротивления слоев, на которые разбит паз ротора, зависящим от токов в них. Нами предлагается считать, что параметры ротора зависят от полного тока в стержне и мало зависят от распределения тока по слоям.

Для доказательства справедливости такого предположения был проведен эксперимент в среде Comsol Multiphysics.

На рис. 3 приведена геометрическая модель паза ротора двигателя ЭКВФ315М12/4 для моделирования процессов в стержне.

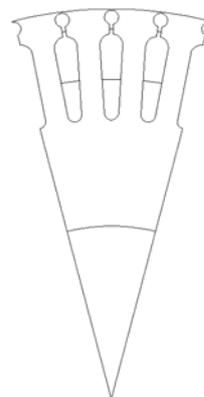


Рис. 3. Геометрическая модель для определения параметров слоев ротора

Она содержит три паза – исследуемый паз в центре и два соседних по краям необходимых для корректности граничных условий.

Моделировался разбитый на слои стержень, у которого в первых двух слоях генератором случайных

равномерно распределенных чисел задавалась плотность тока. Плотность тока в третьем слое рассчитывалась из условия постоянства полного тока в пазу. Было проведено по 150 экспериментов для различных значений полного тока в пазу.

Затем, методом наименьших квадратов, рассчитаны индуктивности $L_{1,1}, L_{2,2}, L_{3,3}$.

$$L_{1,1} = \sum_{i=1}^N \frac{\Psi_{1,i}(i_1 + i_2 + i_3)}{(i_1 + i_2 + i_3)^2},$$

$$L_{2,2} = \sum_{i=1}^N \frac{[(\Psi_{1,i} - L_{1,1} \cdot i_1)] \cdot (i_2 + i_3)}{(i_2 + i_3)^2},$$

$$L_{3,3} = \sum_{i=1}^N \frac{[(\Psi_{1,i} - L_{1,1} \cdot i_1 - L_{2,2} \cdot i_2)] \cdot i_3}{i_3^2},$$

где N – число экспериментов при одном значении полного тока в пазу ($N = 150$).

Среднеквадратическое отклонение потокоцепления рассчитанного по (2) от результатов моделирования составило не более 2 %.

Зная индуктивности слоев не сложно определить параметры схемы замещения

$$x_{1,2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_{1,1};$$

$$x_{2,2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (L_{2,2} - L_{1,1});$$

$$x_{3,2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (L_{3,3} - L_{2,2})$$

Анализ зависимости индуктивного сопротивления слоя от тока в пазу показал, что наиболее существенно от тока в пазу индуктивное сопротивление верхнего слоя x_{21} . Падение напряжения на этом сопротивлении равно

$$\frac{d\Psi_{21}}{dt} = \frac{d\Psi_{21}}{di_2} \cdot \frac{di_2}{dt}, \quad (3)$$

где $\Psi_{21} = x_{21} \cdot i_2$ – потокоцепление первого слоя; i_2 – полный ток в стержне обмотки ротора.

Входящее в (3) соотношение $d\Psi_{21}/di_2$ имеет размерность сопротивления, назовем динамическим сопротивлением первого слоя.

Зависимость

$$\frac{d\Psi_{21}}{di_2} = x_{21d} = f(i_2)$$

получаем из зависимости $x_{21} = f(i_2)$ путем численного дифференцирования зависимости.

На рис. 4, 5 показаны относительных отклонения параметров стержня ротора двигателя от тока в пазу при различных частотах, которые определялись непосредственным моделированием в Comsol Multiphysics и MATLAB Simulink.

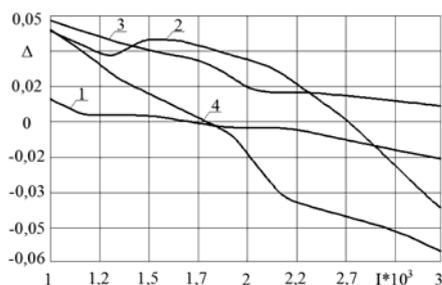


Рис. 4. Относительное отклонение значений индуктивных сопротивлений (1 – частота 50 Гц, 2 – 25 Гц, 3 – 10 Гц, 4 – 5 Гц)

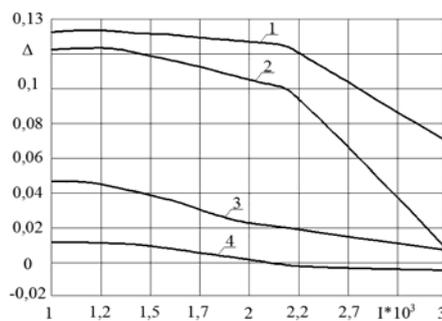


Рис. 5. Относительное отклонение значений активных сопротивлений (1 – частота 50 Гц, 2 – 25 Гц, 3 – 10 Гц, 4 – 5 Гц)

Относительное отклонение рассчитывалось как

$$\Delta = 1 - (Z_M/Z_K),$$

где Z_M – активное или индуктивное сопротивление, определенные в MATLAB, Z_K – активное или индуктивное сопротивление, определенные в Comsol Multiphysics.

Анализ показывает, что для большинства случаев ошибка не превышает 5 %. Наибольшее расхождение наблюдается при частоте 50 Гц для активного сопротивления. Это связано с тем что, разбив в три части паз и приняв плотность тока постоянной по всей высоте слоя мы недостаточно точно учитываем эффект вытеснения тока. Если разбивать паз на большее число слоев то точность повысится. Но вырастет и время расчета.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОБМОТКИ СТАТОРА

Для определения параметров статора синтезируется двумерная модель двигателя. Проводим опыт короткого замыкания, т.е. исключаем из расчетов области ротора. Результат моделирования показан на (рис. 6).

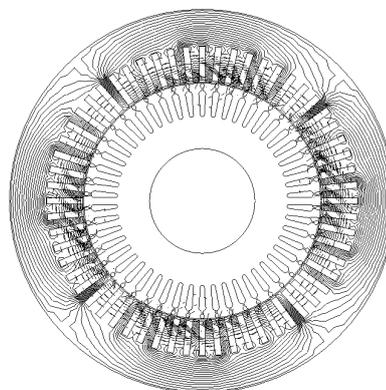


Рис. 6. Опыт короткого замыкания

Определяем пазовое рассеяние обмотки статора и его зависимость от тока в обмотке статора. По аналогии пазовой частью роторной обмотки вводим динамическое индуктивное сопротивление пазовой части $x_{1d} = d\Psi_{1\sigma\text{паз}}/di_1$. Здесь $\Psi_{1\sigma\text{паз}}$ – поток рассеяния пазовой части обмотки статора, i_1 – ток в обмотке статора. Тогда

$$x_{1\sigma} = x_{1d}(i_1) + x_{1\text{лоб}},$$

где $x_{1\text{лоб}}$ – индуктивное сопротивление лобовой части обмотки статора.

Определяется $x_{1\text{лоб}}$ по [2]. Проводим опыт холостого хода, т.е. считаем, что проводимость стержней ротора равна нулю. Результат моделирования приведен на (рис. 7).

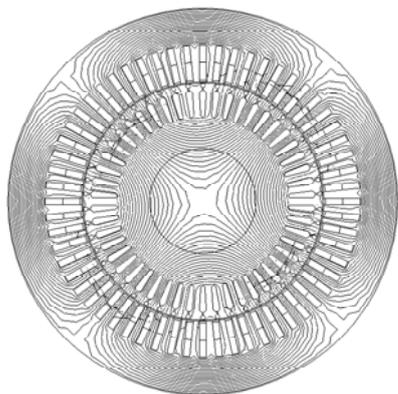


Рис. 7. Опыт холостого хода

Из опыта холостого хода определяем индуктивное сопротивление взаимоиндукции и его зависимость от намагничивающего тока. При определении потокоцепления взаимоиндукции необходимо из потокоцепления, полученного в опыте холостого хода, вычесть потокоцепление в опыте короткого замыкания при равных токах.

Определяем коэффициент трансформации как отношение ЭДС в обмотке статора от потока взаимоиндукции к ЭДС в стержне ротора. Он необходим для приведения параметров ротора к статору. Следует отметить, что коэффициент трансформации, определенный опытным путем несколько выше, чем рассчитанный по [2]. Это отличие можно объяснить наличием в кривой потока высших гармоник, которые в обычном расчете учитываются введением дифференциального рассеяния, поэтому в дальнейших расчетах дифференциальное сопротивление не учитываем $x_{2\text{диф}} = 0$.

Так же как и в случае с параметрами рассеяния, вводим динамическое сопротивление взаимоиндукции $x_{md} = d\Psi_m/di_m$ и определяем его зависимость от намагничивающего тока $i_m = i_1 + i_2$.

Для определения индуктивного сопротивления нулевой последовательности задаем во всех фазах ток одного направления и определяем это сопротивление. Также переводим его в динамическое сопротивление и прибавляем индуктивное сопротивление рассеяния лобовой части.

Теперь имея параметры схемы замещения, можно синтезировать математическую модель асинхронного двигателя. Она имеет вид

$$\begin{aligned}
 U_q - \frac{dy}{dt} \Psi_{1d} &= i_{1q} \cdot r_1 + [x_{1\text{лоб}} + x_{1d}(i_{1q})] \cdot \frac{di_{1q}}{dt} - E_{mq}; \\
 0 &= i_{21d} \cdot r_{21} + i_{20d} \cdot r_{20} + [x_{2k} + x_{21d}(i_{20d})] - E_{md}; \\
 0 &= i_{21q} \cdot r_{21} + i_{20q} \cdot r_{20} + [x_{2k} + x_{21d}(i_{20q})] - E_{mq}; \\
 0 &= i_{22d} \cdot r_{22} - i_{21d} \cdot r_{21} + x_{22} \cdot \frac{d(i_{22d} + i_{23d})}{dt}; \\
 0 &= i_{22q} \cdot r_{22} - i_{21q} \cdot r_{21} + x_{22} \cdot \frac{d(i_{22q} + i_{23q})}{dt}; \\
 0 &= i_{23d} \cdot r_{23} - i_{22d} \cdot r_{22} + x_{23} \cdot \frac{di_{23d}}{dt}; \\
 0 &= i_{23q} \cdot r_{23} - i_{22q} \cdot r_{22} + x_{23} \cdot \frac{di_{23q}}{dt};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{md} &= -x_{md}(i_{md}) \cdot \frac{di_{md}}{dt}; \quad E_{mq} = -x_{md}(i_{mq}) \cdot \frac{di_{mq}}{dt}; \\
 \frac{dy}{dt} &= \frac{M_{эм} - M_c}{H}; \quad M_{эм} = \Psi_{1d} \cdot i_{1q} - \Psi_{1q} \cdot i_{1d}.
 \end{aligned}$$

Приведенная модель с параметрами двигателя ЭДКОФ315М4 была реализована в структурных блоках пакета Matlab/Simulink и для проверки ее адекватности определялись пусковые характеристики. В табл. 1 приведено сравнение результатов моделирования, расчета по [2] и паспортных данных двигателя при неподвижном роторе.

Таблица 1

Сравнение результатов экспериментов			
Параметр	Модель	По [2]	Пасп. данные
Пусковой ток	7,5	7,2	7
Пусковой момент	2,52	2,3	2,5

По результатам испытаний можно сказать, что модель имеет приемлемую точность.

ВЫВОДЫ

Предложена последовательность синтеза математической модели асинхронного двигателя, которая заключается в совместном использовании пакетов AutoCAD, Comsol Multiphysics и Matlab. В AutoCAD создается геометрическая модель двигателя и его паза ротора. Эти модели импортируются в Comsol Multiphysics, где создаются двумерные модели двигателя и паза ротора. Проводят эксперименты под управлением Matlab, определяя параметры необходимые для синтеза Simulink модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мельник А.А. Численное моделирование процесса частотного пуска асинхронного двигателя с учетом эффекта вытеснения тока в стержнях ротора в среде Matlab // Вісник КДПУ ім. М. Остроградського. – 2008. – №4 (51), ч.2. – С. 78-82.
2. Копылов И.П. Проектирование электрических машин. – М.: Энергия, 1980. – 496 с.

Bibliography (transliterated): I. Mel'nik A.A. Numerical simulation of the frequency start induction motor with the effect of displacement current in the rotor bars in Matlab. *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyyi National University*, 2008, no.4 (51), part 2, pp. 78-82. 2. Kopylov I.P. *Proektirovanie elektricheskikh mashin*. Moscow, Energija Publ., 1980. 496 p.

Поступила (received) 23.10.2013

Цодик Игорь Абрамович¹, к.т.н., доц.,
Худобин Константин Викторович¹, аспирант,
¹Доббасский государственный технический университет,
94204, Алчевск, пр. Ленина, 16,
тел/phone +38 095 8892463,
e-mail: tsodikua@rambler.ru, hudobin1987@mail.ru

I.A. Tsodik¹, K.V. Hudobin¹
¹Donbass State Technical University
16, Lenin Avenue, Alchevsk, Lugansk region, 94204, Ukraine

Adding effect of current displacement and magnetic circuit saturation in an asynchronous motor mathematical model.

A methodology of an asynchronous motor mathematical model synthesis is described. Experiments are suggested to be conducted in the following sequence. Geometrical models are first built in AutoCAD, then imported to Comsol Multiphysics, and further processed in Matlab with computation of coefficients and dependences applied in the asynchronous motor mathematical model.

Key words – asynchronous motor, Matlab, magnetic field, current displacement, magnetic saturation.