УДК 621.311.014 doi: 10.20998/2074-272X.2017.1.10

Ю.Н. Веприк

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ

Показані необхідність переходу до розробки моделей на основі рівнянь у фазних координатах і можливості підвищення ефективності таких розробок за рахунок використання неявних методів інтегрування, переходу на більш високий рівень декомпозиції і уніфікації моделей, що розробляються. Бібл. 3.
Ключові слова: **стаціонарні режими роботи, електричні мережі, математичні моделі, фазні координати, перехідні процеси.**

Показаны необходимость перехода к разработке моделей на основе уравнений в фазных координатах и возможности повышения эффективности таких разработок за счет использования неявных методов интегрирования, перехода на более высокий уровень декомпозиции и унификации разрабатываемых моделей. Библ. 3.
Ключевые слова: **стационарные режимы работы, электрические сети, математические модели, фазные координаты, переходные процессы.**

Введение. Современный этап развития электрических систем характеризуется тем, что все более существенным становится влияние целого ряда факторов, негативно влияющих на качество электрической энергии. Эти факторы связаны, во-первых, с появлением новых технологических процессов и нового оборудования, а, во-вторых, со старением и износом основного оборудования электрических систем. Внедрение новых технологических процессов, как правило, связано с увеличением источников высших гармоник, искажающих форму кривой напряжения в электрических сетях, а износ оборудования приводит к увеличению источников несимметрии, так как отдельные элементы сети вынужденно работают неполным числом фаз в течение продолжительного времени, необходимого для проведения профилактических и ремонтных работ на поврежденной фазе.

Для решения задач анализа работы электрических систем в этих новых условиях необходимы разработки и новых, более полных и точных математических моделей и соответствующих программных средств, позволяющих воспроизводить режимы работы систем при наличии источников несимметрии и гармоник. В рамках традиционного подхода к моделированию, основанного на переходе от реальной трехфазной схемы к однофазным эквивалентам (в симметричных составляющих, d-q-0, α-β-0 координатах и др.), такие модели в принципе не могут быть реализованы, так как сам переход строго обоснован и возможен лишь при наличии симметрии и синусоидальности [1]. По этой же причине попытки развития моделей, основанных на переходе к однофазным эквивалентам, в направлении, обеспечивающем учет несимметрии и гармоник, не имеют смысла.

Цель статьи – обоснование необходимости перехода к разработке моделей в фазных координатах и определение путей повышения эффективности таких разработок.

Изложение основного материала. Необходимость перехода от однофазных эквивалентов к трехфазным моделям (в фазных координатах), в условиях, когда возможности развития моделей на основе традиционного подхода исчерпаны, становится очевидной. Однако трехфазные модели, воспроизводящие режим трех фаз с учетом всех основных влияющих факторов, особенно в переходных процессах, значительно сложнее однофазных и, соответственно, их разработка и программная реализация требуют больших затрат времени и средств [2]. Поэтому количество работ в этом направлении до сих пор невелико.

На кафедре «Передача электрической энергии» НТУ «ХПИ» разработка моделей электрических систем на основе уравнений в фазных координатах в стационарных и переходных, симметричных и несимметричных режимах ведется в течение достаточно продолжительного времени, и уже имеющийся опыт показывает, что эти сложности преодолимы, если:

Во-первых, для решения систем дифференциальных уравнений использовать неявные методы численного интегрирования. При применении неявных методов численного интегрирования отпадает необходимость приведения систем дифференциальных уравнений к нормальной форме Коши, что существенно снижает трудоемкость этого этапа моделирования и его программной реализации, особенно при моделировании сложных систем. Кроме того, неявные методы обеспечивают более высокую вычислительную устойчивость. И еще одним фактором в пользу выбора неявных методов численного интегрирования для решения поставленных задач является то, что при этом обеспечивается возможность полного структурного моделирования – т.е. необходимо сначала разработать конечно-разностные (дискретные) модели отдельных элементов сложной системы, а затем выполнять формирование модели системы в целом.

Во-вторых, перейти на более высокий уровень декомпозиции – в качестве элементов расчетной схемы рассматривать не двухполюсные *R*, *L*, *C* элементы, а трехфазные многополюсники, соответствующие трехфазным элементам сети. Схемы замещения сложных систем, составленные даже на одну фазу, имеют большое число двухполюсных *R*, *L*, *C* элементов и сложную конфигурацию, при переходе к трехфазным схемам и при учете наряду с продольными параметрами поперечных емкостных и индуктивных связей линий электропередачи их количество возрастает более чем втрое, что значительно усложняет процедуру формирования систем уравнений как в стационарных, так и, тем более, в переходных режимах. При переходе на уровень трехфазных многополюсников количество элементов сокращается, топология схемы упрощается, все особенности конструктивного исполнения, параметры фаз и их взаимное влияние отражается в матрицах параметров третьего порядка соответствующих элементов и процедура составления систем уравнений на уровне трехфазных многополюсников становится менее сложной. Следует также отметить, что при переходе на уровень трехфазных многополюсников матрицы коэффициентов систем уравнений в целом как в стационарных, так и в переходных режимах приобретают четко выраженную блочную структуру, и возможности повышения эффективности моделирования обеспечиваются за счет использования новых средств современных языков программирования (вложенные типы, объектно-ориентированное программирование и др.).

И, в-третьих, представить уравнения трехфазных многополюсных элементов в фазных координатах в унифицированной форме. При использовании для решения систем дифференциальных уравнений неявных методов численного интегрирования, как уже было сказано, обеспечивается возможность реализации формализованных процедур построения модели системы по предварительно сформированным моделям отдельных элементов. При этом существенного упрощения всех этапов моделирования можно достичь, если дискретные модели всех элементов системы на этапе их формирования представить в унифицированной форме.

При разработке моделей элементов целесообразно выделить две группы элементов:

- статические элементы (воздушные и кабельные линии (ВЛ и КЛ), силовые трансформаторы и автотрансформаторы, статические элементы узлов нагрузки, средства компенсации реактивной мощности);
- вращающиеся электрические машины (синхронные генераторы, синхронные компенсаторы, синхронные и асинхронные электродвигатели).

Уравнения переходных процессов любого из статических элементов (ВЛ, КЛ, трансформаторы и др.) в фазных координатах в матричной форме имеют вид:

$$[L]_{ij}^F \frac{d}{dt}[i]_{ij}^F + [R]_{ij}^F [i]_{ij}^F = [\Delta u]_i^F , \qquad (1)$$

и для разных элементов отличаются только порядком и структурой матриц [*L*] и [*R*], где [*L*] – матрица собственных и взаимных индуктивностей фаз (обмоток трансформатора, проводов ВЛ или КЛ и др.), [*R*] – матрица активных сопротивлений фаз соответствующего элемента.

Для интегрирования неявными методами уравнения элемента (1) в фазных координатах необходимо представить в нормальной форме

$$\frac{d}{dt}[i]_{ij}^F = [L]_{ij}^{F-1}[\Delta u]_{ij}^F - [L]_{ij}^{F-1}[R]_{ij}^F[i]_{ij}^F , \qquad (2)$$

и при использовании для дискретизации уравнений, например, метода Эйлера-Коши

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{2}\left(f_{k+1} + f_k\right)$$

выполнить аппроксимацию исходных дифференциальных уравнений по формулам:

$$[i]_L^{(K+1)} = [i]_L^{(K)} + \frac{h}{2}\left(\frac{d}{dt}[i]_L^{(K+1)} + \frac{d}{dt}[i]_L^{(K)}\right). \qquad (3)$$

Подставляя в (3) выражения для производных из (2), получим выражения:

$$[i]_{ij}^{(k+1)} = [i]_{ij}^{(k)} + \frac{h}{2}\left([L]_{ij}^{-1}[u]_{ij}^{(k+1)} - [L]_{ij}^{-1}[R]_{ij}[i]_{ij}^{(k+1)}\right) + \\ + \frac{h}{2}\left([L]_{ij}^{-1}[u]_{ij}^{(k)} - [L]_{ij}^{-1}[R]_{ij}[i]_{ij}^{(k)}\right),$$

которые можно разрешить относительно токов на текущем шаге интегрирования:

$$[i]_{ij}^{(k+1)} = \frac{h}{2}[K]_L^{(-1)}[L]_{ij}^{(-1)}[u]_{ij}^{(k+1)} + \frac{h}{2}[K]_L^{(-1)}[L]_{ij}^{(-1)}[u]_{ij}^{(k)} + \\ + [K]_L^{(-1)}[i]_{ij}^{(k)} - \frac{h}{2}[K]_L^{(-1)}[L]_{ij}^{(-1)}[R]_{ij}[i]_{ij}^{(k)},$$

где $[K]_L = [E] + \frac{h}{2}[L]_{ij}^{-1}[R]_{ij}$, [*E*] – единичная матрица.

Полученные уравнения можно представить в виде:

$$[i]_{ij}^{(k+1)} = [Y]_{ij}[u]_{ij}^{(k+1)} + [Y]_{ij}[u]_{ij}^{(k)} + [A]_{ij}[i]_{ij}^{(k)}, \qquad (4)$$

где $[Y]_{ij}$, $[A]_{ij}$ – матрицы, определяемые соответственно продольными и поперечными параметрами элемента.

Уравнения связывают напряжения и токи фаз на текущем шаге интегрирования с напряжениями и токами фаз на предыдущем шаге.

Они применимы как для моделирования переходных процессов в соответствующем элементе, так и для включения в модель системы. Причем тот факт, что уравнения разрешены относительно токов, позволяет при формировании дифференциальных уравнений системы в целом использовать наиболее эффективный узловой метод.

Воспользовавшись любым другим из неявных методов численного интегрирования, дифференциальные уравнения (1) любого статического элемента можно представить на шаге интегрирования в виде (4).

Система дифференциальных уравнений электрических машин (синхронных, асинхронных) в фазных координатах в матричной форме включает две группы уравнений:

1) уравнения потокосцеплений

$$[\Psi]_S=[L]_S[i]_S+[L_{SR}][i]_R\,,\quad [\Psi]_R=[L]_{RS}[i]_S+[L]_R[i]_R\,, \quad (5)$$

2) уравнения равновесия напряжений всех электрических контуров на статоре и роторе.

$$[U]_S=-\frac{d}{dt}[\Psi]_S-[R]_S[i]_S\,,\ [U]_R=\frac{d}{dt}[\Psi]_R-[R]_R[i]_R\,, \quad (6)$$

где индексы S и R приняты для обозначения величин, относящихся к обмоткам статора и ротора, соответственно.

Потокосцепления обмоток являются функциями угла поворота ротора γ. Поэтому производные от потокосцеплений по времени с учетом этой зависимости имеют вид

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\psi_S\\ \psi_R\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{dL(\gamma L)}{d\gamma}\frac{d\gamma}{dt}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}+[L(\gamma)]\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}.$$

Подставив производные от потокосцеплений в уравнения (6), получим

$$\begin{bmatrix}L_S & L_{SR}\\ L_{RS} & L_R\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}+\left(\omega\begin{bmatrix}\frac{dL(\gamma L)}{d\gamma}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}r_S & \\ & r_R\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U_S\\ U_R\end{bmatrix}. \quad (7)$$

Так как при вращении ротора индуктивности обмоток зависят от углового положения γ ротора, уравнения равновесия напряжений (7) содержат как трансформаторные ЭДС $L_{ij}\dfrac{di}{dt}$, обусловленные изменением тока в j-м контуре, так и ЭДС вращения $\dfrac{dL_{ij}}{d\gamma}\omega_{ij}$, обусловленные изменением индуктивностей при вращении ротора.

Однако если учесть, что ЭДС вращения, как и падения напряжения зависят от токов в обмотках, в уравнениях (7) для выражения в скобках можно принять обозначение

$$\left(\omega\begin{bmatrix}\frac{dL}{d\gamma}\end{bmatrix}+[R]\right)=[R_1],$$

и записать их в виде

$$[L]\frac{d}{dt}[i]+[R_1][i]=\begin{bmatrix}u_S\\ u_R\end{bmatrix},$$

то можно сказать, что они аналогичны уравнениям статических элементов и отличаются тем, что элементы матриц индуктивностей фаз являются периодическими функциями времени.

Для перехода к разностным уравнениям нужно полученные уравнения разрешить относительно производных

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}=-[L(\gamma)]^{-1}\left(\omega\begin{bmatrix}\frac{dL(\gamma)}{d\gamma}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}r_S & \\ & r_R\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}+$$
$$+[L(\gamma)]^{-1}\begin{bmatrix}U_S\\ U_R\end{bmatrix};$$

и перейти к разностной аппроксимации в соответствии с формулой Эйлера-Коши

$$\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k+1)}=\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k)}-h\left[L(\gamma)^{k+1}\right]^{-1}\times$$
$$\times\left(\omega\begin{bmatrix}\frac{dL(\gamma L)^{k+1}}{d\gamma}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}r_S & \\ & r_R\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k+1)}+$$
$$+h\left[L(\gamma)^{(k+1)}\right]^{-1}\begin{bmatrix}u_S\\ u_R\end{bmatrix}^{(k+1)}.$$

Если полученное уравнение разрешить относительно токов в обмотках на (k+1)-м шаге, то уравнения примут вид:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k+1)}&=\left[Y(\gamma)^{(k+1)}\right]\begin{bmatrix}u_S\\ u_R\end{bmatrix}^{(k+1)}+\\ &+\left[Y(\gamma)^{(k+1)}\right]\begin{bmatrix}u_S\\ u_R\end{bmatrix}^{(k)}+\left[A(\gamma)^{(k+1)}\right]^{-1}\begin{bmatrix}i_S\\ i_R\end{bmatrix}^{(k)},\end{aligned} \quad (8)$$

где $[Y(\gamma)]$, $[A(\gamma)]$ – матрицы, элементы которых определяются собственными и взаимными индуктивностями обмоток и являются функциями угла поворота ротора γ.

В уравнениях (8), как и в дискретных уравнениях статических элементов электрической сети, токи в обмотках на текущем шаге численного интегрирования уравнений переходных процессов выражены через напряжения на обмотках на текущем шаге и токи в обмотках на предыдущем шаге интегрирования. В отличие от статических элементов дискретные параметры являются переменными и должны вычисляться на каждом шаге вычислительного процесса в функции углового положения роторов. В такой унифицированной форме уравнения могут быть включены в систему уравнений, решаемых на шаге численного интегрирования.

Положительный эффект, получаемый при представлении элементов электрических систем в унифицированной форме (4) – (8), заключается в том, что:

- алгоритмы моделирования переходных процессов в отдельных элементах можно рассматривать как модификации единого обобщенного алгоритма, основными элементами которого являются: расчет элементов исходных матриц R, L, формирование матриц дискретных параметров Y, A, расчет параметров переходного процесса на шаге;
- унификация моделей элементов позволяет унифицировать и другие этапы моделирования системы в целом – топологический анализ схемы сети, формирование системы уравнений, решение полученной системы, что, в свою очередь, существенно облегчает реализацию моделей в фазных координатах на основе структурного подхода к моделированию сложных систем.

Реализация предлагаемого подхода, выполненная в рамках исследования режимов работы электрических систем с несимметрией [3], подтверждает его эффективность и целесообразность – на единой алгоритмической и методической основе выполнена разработка программных средств, позволяющих моделировать стационарные и переходные режимы при наличии произвольного количества несимметричных элементов и коммутаций.

Выводы.

Дальнейшее развитие методов и средств моделирования режимов работы электрических систем для решения актуальных задач управления ими возможно только на основе уравнений в фазных координатах.

Повышение эффективности разработок моделей в фазных координатах обеспечивается на основе применения неявных методов численного интегрирования, перехода на более высокий уровень декомпозиции, унификации моделей элементов и использования новых возможностей современных алгоритмических языков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голов П.В., Шаров Ю.В., Строев В.А. Система математических моделей для расчета переходных процессов в сложных электроэнергетических системах // Электричество. – 2007. – №5. – С. 2-11.

2. Мисриханов М.Ш. Уточнение определения мест повреждения на ВЛ при использовании фазных составляющих // Электрические станции. – 2001. – №3. – С. 36-40.

3. Веприк Ю.Н. Компьютерное моделирование режимов работы электрических систем: монография. – Х.: НТУ «ХПИ», 2015. – 304 с.

REFERENCES

1. Golov P.V., Sharov Yu.V., Stroyev V.A. System of mathematical models for the calculation of transients in complex power systems. *Electricity*, 2007, no.5, pp. 2-11. (Rus).

2. Misrikhanov M.Sh. Clarification of the definition of places of damage to overhead lines by using the phase components. *Electric stations*, 2001, no.3, pp. 36-40. (Rus).

3. Vepryk Yu.N. *Komp'iuternoe modelirovanie rezhimov raboty elektricheskikh sistem: monografiia* [Computer simulation of electrical systems modes: monograph]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2015. 304 p. (Rus).

Поступила (received) 20.11.2016

Веприк Юрий Николаевич, д.т.н., проф.,
Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»,
61002, Харьков, ул. Кирпичева, 21,
тел/phone +38 057 7076246, e-mail: veprik@email.ua

Yu.N. Vepryk
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,
21, Kyrpychova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

Ways to improve the efficiency of computer simulation of electrical systems modes based on equations in phase coordinates.

The development of electrical systems must be accompanied by the development of tools and their modeling. However, the possibility of development models, traditionally developed on the basis of the transition from the real to the single-phase three-phase circuits equivalents, represented exhausted. Therefore, along with the use of single-phase three-phase equivalents need to develop models in phase coordinates. Showing the need to move to the development of models based on equations in the phase coordinates and the possibility of increasing the effectiveness of development through the use of implicit methods of integration, the transition to a higher level of decomposition and unification models developed for the implementation of the structural approach to modeling complex systems. References 3.

Key words: **stationary modes, electric networks, mathematical models, phase coordinates, transients.**