

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИММЕТРИЧНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С ИДЕНТИЧНЫМИ ФЕРРОМАГНИТНЫМИ ТОНКОСТЕННЫМИ ЭКРАНОМ И ЛИСТОВОЙ ЗАГОТОВКОЙ

Стаття присвячена дослідженню симетричної індукційної індукторної системи з ідентичними ферромагнітними тонкостінними екраном і листовою заготовкою. Отримані основні аналітичні залежності для розрахунку основних електродинамічних характеристик – компонент вектора електромагнітного поля, що порушується в металі ферромагнітних екрану і листової заготовки для симетричної індукційної індукторної системи.

Статья посвящена исследованию симметричной индукционной индукторной системы с идентичными ферромагнитными тонкостенными экраном и листовой заготовкой. Получены основные аналитические зависимости для расчета основных электродинамических характеристик – компонент вектора электромагнитного поля, возбуждаемого в металле ферромагнитных экрана и листовой заготовки для симметричной индукционной индукторной системы.

ВВЕДЕНИЕ

Постановка проблемы. На современном этапе технического развития практическое использование энергии импульсных электромагнитных полей открывает большие перспективы для создания и внедрения прогрессивных технологий, основанных на обработке материалов любой физической природы. Особенный интерес представляют системы и устройства, позволяющие производить обработку ферромагнитных металлов. К таким системам, в частности, относятся некоторые разновидности индукционных индукторных систем (ИИС).

Анализ основных достижений и публикаций. На данный момент в лаборатории электромагнитных технологий ХНАДУ разработано несколько видов ИИС, которые требуют проведения дополнительных как аналитических, так и экспериментальных исследований [1-4]. Особенно это относится к симметричным индукторным системам, т.к. конструктивная и электродинамическая симметрия приводит к более эффективному электромагнитному воздействию данной конструкции инструментов на объект обработки [5].

Цель настоящей работы – получение основных зависимостей для расчёта электродинамических характеристик в симметричной индукционной системе с идентичными ферромагнитными тонкостенными экраном и листовой заготовкой.

РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Практическая работоспособность индукционной индукторной системы определяется, собственно, её геометрией, электрофизическими, геометрическими характеристиками экрана и заготовки, а также амплитудно-временными параметрами токового импульса в их взаимосвязи.

Для анализа электромагнитных процессов примем расчётную модель в цилиндрической системе координат, показанную на рис. 1 (e_r , e_φ , e_z – направляющие орты цилиндрической системы координат).

При решении задачи примем следующие допущения.

- Амплитудно-временные параметры тока индуктора $I(t)$ таковы, что справедливо квазистационарное приближение по Ландау: $(\omega/c) \cdot l \ll 1$, где ω – циклическая (радиальная) частота, c – скорость света в вакууме, l –

наибольший характерный размер системы [6, 7].

- Виток индуктора имеет цилиндрическую форму, а его толщина пренебрежимо мала, так что металл витка не оказывает никакого влияния на протекающие электромагнитные процессы.

- Имеет место аксиальная симметрия ($\partial/\partial\varphi=0$, φ – азимутальный угол) и симметрия системы относительно плоскости витка индуктора ($z=0$).

- Экран и заготовка есть одинаковые листовые металлы с довольно большими поперечными размерами, достаточно малой толщиной – d , электропроводностью – γ и абсолютной магнитной проницаемостью – $\mu=\mu_r \cdot \mu_0$ (μ_r – относительная магнитная проницаемость металла, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума), они расположены на одинаковом расстоянии от витка индуктора – h .

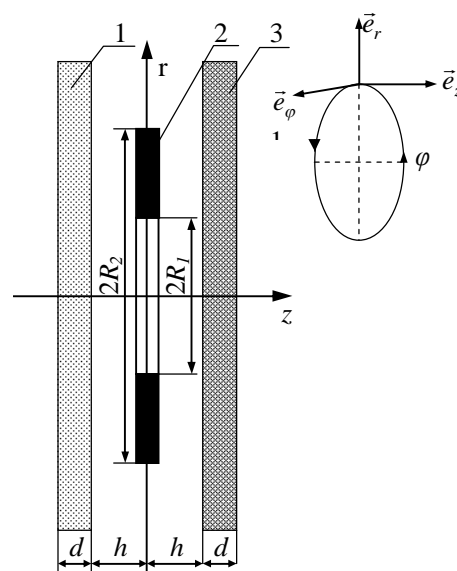


Рис. 1. Расчётная модель в цилиндрической системе координат, 1 – виток индуктора; 2 – экран; 3 – заготовка; R_1 – внутренний радиус; R_2 – внешний радиус; d – толщина; h – расстояния от витка индуктора до экрана или заготовки

Уравнения Максвелла для возбуждаемых составляющих вектора электромагнитного поля ($E_\varphi \neq 0$, $H_{r,z} \neq 0$), преобразованных по Лапласу с учётом нулевых начальных условий, имеют вид (1)-(3) [6, 7]:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_r(p, r, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z(p, r, z)}{\partial r} = j_\varphi(p, r, z); & (1) \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) = -\mu_0 \cdot p \cdot H_z(p, r, z); & (2) \\ \frac{\partial E_\varphi(p, r, z)}{\partial z} = \mu_0 \cdot p \cdot H_r(p, r, z). & (3) \end{cases}$$

где p – параметр преобразования Лапласа;

$$E_\varphi(p, r, z) = L\{E_\varphi(t, r, z)\};$$

$$H_{r, z}(p, r, z) = L\{H_{r, z}(t, r, z)\};$$

$$j_\varphi(p, r, z) = L\{j_\varphi(t, r, z)\}.$$

В общем случае плотность тока в правой части уравнения (1) записывается в виде:

$$j_\varphi(p, r, z) = (p \cdot \varepsilon_0 + \gamma) \cdot E_\varphi(p, r, z) + j_{\varphi i}(p, r, z), \quad (4)$$

где $j_\varphi(p, r, z)$ – плотность стороннего тока в индукторе, $j_{\varphi i}(p, r, z) = j(p) \cdot f(r) \cdot \delta(z)$, $j(p) = I(p)/(R_2 - R_1)$; $f(r)$ – функция радиального распределения тока в витке индуктора; $\delta(z)$ – дельта функция Дирака; ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума.

При решении поставленной задачи в принятой модели следует выделить области с однородными электрофизическими характеристиками.

Геометрическая и электродинамическая симметрия исследуемой системы в соответствии с рис. 1 позволяет считать, что таковыми являются:

а) пространство между металлическими листами $z \in [-h, h]$;

б) область металла идентичных экрана и заготовки, $z \in [h, (h+d)]$;

в) свободное полупространство с внешней стороны металлических листов, $z \in [(h+d), \infty]$.

Решая дифференциальные уравнения (1)-(3) с учетом выражения (4) в рамках принятых допущений получим уравнения для азимутальной компоненты напряженности электрического поля $E_\varphi(p, r, z)$ в выделенных областях (5)-(7).

В пространстве между металлическими листами, $z \in [-h, h]$, получаем, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) = & (5) \\ = \mu_0 \cdot p \cdot j_{\varphi i}(p, r, z); \end{aligned}$$

В металле экрана и заготовки, $z \in [h, (h+d)]$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) - & (6) \\ - (p \cdot \gamma \cdot \mu) \cdot E_\varphi(p, r, z) = 0. \end{aligned}$$

Вне системы, $z \in [(h+d), \infty]$:

$$\frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) = 0 \quad (7)$$

Условию ограниченности радиального распределения $E_\varphi(p, r, z)$ из уравнений (5)-(7) при $r=0$ и $r=\infty$ удовлетворяет интегральное преобразование Фурье-Бесселя [8]:

$$E_\varphi(p, r, z) = \int_0^\infty E_\varphi(p, \lambda, z) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (8)$$

где $J_1(\lambda \cdot r)$ – функция Бесселя первого порядка.

В соответствии с (8) уравнения (5)-(7) приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям второго порядка:

а) в пространстве между металлическими листами, $z \in [-h, h]$:

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = K(p, \lambda) \cdot \delta(z), \quad (9)$$

где $K(p, \lambda) = \mu_0 \cdot p \cdot j(p) \cdot f(\lambda)$;

$$f(\lambda) = \int_0^\infty f(r) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot r \cdot dr,$$

б) в металле экрана и заготовки, $z \in [h, (h+d)]$:

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = 0, \quad (10)$$

где $q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p \cdot \mu \cdot \gamma}$ – волновое число в металле с удельной электропроводностью γ и магнитной проницаемостью μ ,

в) вне металла листовой заготовки, $z \in [(h+d), \infty]$:

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = 0. \quad (11)$$

Общие интегралы уравнений (9)-(11) для выделенных областей имеют вид [8]:

а) в пространстве между экраном и листовой заготовкой, $z \in [-h, h]$, условию симметрии относительно плоскости $z=0$ удовлетворяет функция:

$$\begin{aligned} E_\varphi^{(1)}(p, \lambda, z) = C(p, \lambda) \cdot ch(\lambda z) + & (12) \\ + \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \left(\eta(z) \cdot sh(\lambda z) + 0.5 \cdot e^{-\lambda z} \right), \end{aligned}$$

где $C(p, \lambda)$ – произвольная постоянная интегрирования;

б) в металле экрана и заготовки, $z \in [h, (h+d)]$:

$$\begin{aligned} E_\varphi^{(2)}(p, \lambda, z) = D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) \cdot (z-h)} + & (13) \\ + D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) \cdot (z-h)}, \end{aligned}$$

где $D_{1,2}(p, \lambda)$ произвольные постоянные интегрирования;

в) в пространстве вне системы, $z \in [(h+d), \infty]$, условию ограниченности при $z \rightarrow \infty$ удовлетворяет функция:

$$E_\varphi^{(3)}(p, \lambda, z) = B(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda(z-(h+d))}, \quad (14)$$

где $B(p, \lambda)$ – произвольная постоянная интегрирования.

Из уравнения (3) с помощью (12), (13) и (14) находим тангенциальную компоненту напряженности магнитного поля:

а) $z \in [-h, h]$,

$$\begin{aligned} H_r^{(1)}(p, \lambda, z) = \frac{\lambda}{p\mu_0} \cdot (C(p, \lambda) sh(\lambda z) + & (15) \\ + \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} (\eta(z) ch(\lambda(z)) - 0.5 e^{-\lambda z})) \end{aligned}$$

б) $z \in [h, (h+d)]$,

$$H_r^{(2)}(p, \lambda, z) = \frac{q(p, \lambda)}{p\mu} \cdot \left(D_1(p, \lambda) e^{q(p, \lambda)(z-h)} - D_2(p, \lambda) e^{-q(p, \lambda)(z-h)} \right), \quad (16)$$

в) $z \in [(h+d), \infty]$,

$$H_r^{(3)}(p, \lambda, z) = -\frac{\lambda}{p\mu_0} \cdot B(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda(z-(h+d))}. \quad (17)$$

Из условия непрерывности касательных компонент напряжённости электромагнитного поля на границах выделенных областей получаем системы алгебраических уравнений для определения неизвестных произвольных постоянных интегрирования в выражениях (12)-(17) [6, 7].

Для $z=h$,

$$\begin{cases} C(p, \lambda) \cdot \text{ch}(\lambda h) + \frac{K(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{\lambda h} = \\ = D_1(p, \lambda) + D_2(p, \lambda); \\ C(p, \lambda) \cdot \text{sh}(\lambda h) + \frac{K(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{\lambda h} = \\ = \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r} \cdot (D_1(p, \lambda) - D_2(p, \lambda)), \end{cases} \quad (18)$$

Для $z=(h+d)$,

$$\begin{cases} D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)d} + \\ + D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)d} = B(p, \lambda); \\ \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r} \cdot (D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)d} - \\ - D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)d}) = -B(p, \lambda). \end{cases} \quad (19)$$

В конечном итоге нас интересуют поля, возбуждаемые в металле экрана и заготовки, то есть, неизвестные $D_1(p, \lambda)$ и $D_2(p, \lambda)$.

Исключая $B(p, \lambda)$ в системе линейных алгебраических уравнений (19), находим что

$$D_1(p, \lambda) = -D_2(p, \lambda) \cdot e^{-2q(p, \lambda)d} \cdot \frac{\left(1 - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r}\right)}{\left(1 + \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r}\right)}. \quad (20)$$

Из (18) с помощью (20) определяем искомые $D_1(p, \lambda)$ и $D_2(p, \lambda)$.

$$\begin{cases} D_1(p, \lambda) = \frac{K(p, \lambda)}{2 \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{F(p, \lambda)} \cdot e^{-2q(p, \lambda)d} \cdot \frac{\left(1 - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r}\right)}{\left(1 + \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r}\right)} \\ D_2(p, \lambda) = -\frac{K(p, \lambda)}{2 \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{F(p, \lambda)}, \end{cases} \quad (21)$$

где

$$F(p, \lambda) = \text{sh}(\lambda h) \cdot \left[1 - e^{-2q(p, \lambda)d} \cdot \frac{\left(1 - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r}\right)}{\left(1 + \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r}\right)} \right] + \\ + \left(\frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r} \right) \cdot \text{ch}(\lambda h) \cdot \left[1 + e^{-2q(p, \lambda)d} \cdot \frac{\left(1 - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r}\right)}{\left(1 + \frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r}\right)} \right].$$

Выражения (21) следует подставить в формулы (13) и (16).

После тождественных преобразований и обратного преобразования Фурье-Бесселя записываем формулу для L – изображения напряжённости электрического поля в терминах продольной пространственной переменной, связанной собственно с заготовкой:

$$E_\varphi^{(2)}(p, r, \zeta) = \frac{p\mu_0 j(p)}{2} \cdot \int_0^\infty \frac{f(\lambda)}{G(p, \lambda)} \times \\ \times \left(\text{sh}(q(p, \lambda)(\zeta - d)) - \left(\frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r} \right) \cdot \text{ch}(q(p, \lambda)(\zeta - d)) \right) \times \\ \times J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (22)$$

где $\zeta = z - h$, $z \in [0, d]$ – пространственная переменная по толщине пластины,

$$G(p, \lambda) = \text{sh}(q(p, \lambda)d) \left[\text{sh}(\lambda h) + \left(\frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r} \right)^2 \text{ch}(\lambda h) \right] + \\ + \text{ch}(q(p, \lambda)d) \left(\frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r} \right) e^{\lambda h}.$$

С помощью уравнений Максвелла (2), (3) и выражения (22) определяем тангенциальную (r – составляющая) и нормальную (z – составляющая) компоненты напряжённости магнитного поля.

$$H_r^{(2)}(p, r, \zeta) = \frac{j(p)}{2\mu_r} \cdot \int_0^\infty \frac{f(\lambda) \cdot q(p, \lambda)}{G(p, \lambda)} \cdot (\text{ch}(q(p, \lambda)(\zeta - d)) - \\ - \left(\frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r} \right) \cdot \text{sh}(q(p, \lambda)(\zeta - d))) \cdot J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (23)$$

$$H_z^{(2)}(p, r, \zeta) = -\frac{j(p)}{2\mu_r} \cdot \int_0^\infty \frac{f(\lambda) \cdot \lambda}{G(p, \lambda)} \cdot (\text{sh}(q(p, \lambda)(\zeta - d)) - \\ - \left(\frac{q(p, \lambda)}{\lambda\mu_r} \right) \cdot \text{ch}(q(p, \lambda)(\zeta - d))) \cdot J_0(\lambda r) d\lambda. \quad (24)$$

Формулы (22), (23), (24) представляют собой решение поставленной задачи об определении электродинамических характеристик – компонент вектора электромагнитного поля, возбуждаемого в металле ферромагнитных экрана и листовой заготовки.

Следует отметить, что предельные переходы в выражениях (22) и (23) при $\mu_r \rightarrow 1$ с точностью до обозначений совпадают с выражениями для аналогичных характеристик возбуждаемых полей в случае немагнитных экрана и заготовки, найденных авторами работы [5].

Выражения (22) – (24) представляют собой решения поставленной задачи, записанные в пространстве изображений по Лапласу. Обратное интегральное

преобразование и соответствующий переход к оригиналам, как математические операции, можно существенно упростить, рассматривая конкретные физические условия работы исследуемой индукционной индукторной системы.

ВЫВОДЫ

1. Получены расчетные аналитические зависимости для расчета электродинамических характеристик симметричной индукционной индукторной системы с идентичными ферромагнитными тонкостенными экраном и листовой заготовкой.

2. Решения записаны в виде L – образов компонент вектора возбуждаемого электромагнитного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батыгин Ю.В. Расчет электродинамических усилий в индукционной индукторной системе с неферромагнитными массивным экраном и листовой заготовкой / Ю.В. Батыгин А.В. Гнатов // *Электротехника і електромеханіка.* – 2009.– №4. – С. 56-59.
2. Батыгин Ю.В. Расчет усилий в индукционной индукторной системе прямоугольной геометрии с неферромагнитными массивным экраном и заготовкой / Ю.В. Батыгин А.В. Гнатов, Г.С. Сериков // *Электротехніка і електромеханіка.* – 2009.– № 3.– С. 61-64.
3. Индукционная индукторная система с одновитковым соленоидом в полости массивного экрана и листовой заготовкой: сборник трудов Международной научно-технической конференции "Проблемы электротехники, электроэнергетики и электротехнологии", Тольятти, 12-15 мая 2009 г. В 3-х ч. / Ю.В. Батыгин А.В. Гнатов, С.А. Драченко. – Тольятти: ТГУ, 2009. –Ч. 1 – С. 26-29.
4. Гнатов А.В. Расчет электромагнитных процессов в индукционной индукторной системе с массивным экраном конечной толщины / А.В. Гнатов // *Электротехніка і електромеханіка.* – 2009. – № 5. – С. 59-62.
5. Туренко А.Н. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 3. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями: монография / А.Н. Туренко, Ю.В. Батыгин, А.В. Гнатов. – Харків: ХНАДУ, 2009 – 240 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теория поля. – М: Наука. 1973. – 502 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М: Наука. 1982. – 620 с.
8. Дж. Мэтьюз, Р. Уокер, Математические методы физики. Пер. с англ. Крайнова В.П. – М: Атомиздат, 1972. – 399 с.

Bibliography (transliterated): 1. Batygin Yu.V. Raschet `elektrodinamicheskikh usilij v indukcionnoj induktornoj sisteme s neferromagnitnymi massivnym `ekranom i listovoj zagotovkoj / Yu.V. Batygin A.V. Gnatov // *Elektrotehnika i elektromehaniika.* - 2009.- №4. - S. 56-59. 2. Batygin Yu.V. Raschet usilij v indukcionnoj induktornoj sisteme pryamougol'noj geometrii s neferromagnitnymi massivnym `ekranom i zagotovkoj / Yu.V. Batygin A.V. Gnatov, G.S. Serikov // *Elektrotehnika i elektromehaniika.* - 2009.- № 3.- S. 61-64. 3. Indukcionnaya induktornaya sistema s odnovitkovym solenoidom v polosti massivnogo `ekrana i listovoj zagotovkoj: sbornik trudov Mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskaya konferencii "Problemy `elektrotehniki, `elektro`energetiki i `elektrotehnologii", Tol'yatti, 12-15 maya 2009 g. V 3-h ch. / Yu.V. Batygin A.V. Gnatov, S.A. Drachenko. - Tol'yatti: TGU, 2009. -Ch. 1 - S. 26-29. 4. Gnatov A.V. Raschet `elektromagnitnyh processov v indukcionnoj induktornoj sisteme s massivnym `ekranom konechnoj tolschiny / A.V. Gnatov // *Elektrotehnika i elektromehaniika.* - 2009. - № 5. - S. 59-62. 5. Turenko A.N. Impul'snye magnitnye polya dlya progressivnyh tehnologij. Tom 3. Teoriya i `eksperiment prityazheniya tonkostennyh metallov impul'snymi magnitnymi polyami: monografiya / A.N. Turenko, Yu.V. Batygin, A.V. Gnatov. - Harkiv: HNADU, 2009 - 240 s. 6. Landau L.D., Lifshic E.M., Teoriya polya. - M: Nauka. 1973. - 502 s. 7. Landau L.D., Lifshic E.M. `Elektrodinamika sploshnyh sred. - M: Nauka. 1982. - 620 s. 8. Dzh. M'et'yuz, R. Uoker, Matematicheskie metody fiziki. Per. s angl. Krajnova V.P. - M: Atomizdat, 1972. - 399 s.

Поступила 10.01.2012

*Батыгин Юрий Викторович, д.т.н., проф.,
Гнатов Андрей Викторович, к.т.н., доцент,
Аргун Щасяна Валиковна,
Еремина Елена Федоровна, к.т.н., доцент*
Харьковский национальный
автомобильно-дорожный университет
кафедра физики
61002, Харьков, ул. Петровского, 25
тел. (057) 7003853, e-mail: batygin48@mail.ru,
shasyana@yandex.ru, kalifus@yandex.ru.

Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Argun Sh.V., Yeryomina E.F.

Electromagnetic processes in symmetric induction systems with identical ferromagnetic thin-walled screen and sheet blank.

The article investigates a symmetric inductor induction system with identical ferromagnetic thin-walled screen and sheet blank. The basic analytical dependences for calculation of the basic electrodynamic characteristics, namely, components of the electromagnetic field excited in the ferromagnetic metal screen and the sheet blank are obtained for the symmetric inductor induction system.

Key words – inductor induction system, magnetic pulse action, analytical dependences.