

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИНДУКЦИОННОЙ ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ С КРУГОВЫМ ВИТКОМ С РАЗРЕЗОМ МЕЖДУ ДВУМЯ ТОНКОСТЕННЫМИ МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ЛИСТАМИ

*В статті проведено дослідження електродинамічних процесів в системі з "незамкнутим" одновитковим циліндричним витком та двома паралельними плоскими тонкостінними провідниками, що розташовані симетрично по обидві сторони витка. Отримані основні залежності для розрахунку просторово-часового розподілу вихрових струмів в розглянутій індукційній індукторній системі.*

*В статье проведено исследование электродинамических процессов в системе с "незамкнутым" одновитковым цилиндрическим витком и двумя параллельными плоскими тонкостенными проводниками, расположенными симметрично по обе стороны витка. Получены основные зависимости для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов в рассматриваемой индукционной индукторной системе.*

### ВВЕДЕНИЕ

Широко распространённые инструменты магнитно-импульсной обработки металлов – это плоские одновитковые соленоиды [1-3]. В известных публикациях по электродинамическим расчётам последние представляются замкнутыми круговыми контурами, что позволяет ввести условие аксиальной симметрии и существенно упростить решение задачи о поле изолированного витка на поверхности металлического объекта (это может быть и проводящее полупространство, и тонкая пластина) [4, 5].

В действительности виток не может быть замкнутым круговым контуром, поскольку он является элементом, последовательно включаемым в цепь источника мощности. То есть, реально, виток – "незамкнут", он имеет разрез и функция, описывающая азимутальное распределение возбуждающего тока, терпит разрыв второго рода. Поэтому в дальнейшем одинаково справедливы термины "виток с разрезом" или "виток с разрывом".

В начале 2000-х впервые были предложены новые инструменты для магнитно-импульсного притяжения заданных участков тонкостенных листовых металлов, практическое назначение которых состоит во внешней рихтовке поврежденных автомобильных кузовов. Это, так называемые, индукционные индукторные системы, принцип действия которых основан на притяжении проводников с одинаково направленными токами. Конструктивно, предложенные системы представляют собой два параллельных тонкостенных металлических листа, один из которых является вспомогательным экраном, второй – заготовкой с вмятинами, подлежащими устранению. Между листами помещается индуктор-источник магнитного поля [6].

**Цель настоящей работы** – получение основных зависимостей для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного между двумя параллельными плоскими тонкостенными проводниками.

### ПОЛЯ И ТОКИ

Расчётная модель рассматриваемой системы приведена на рис. 1, где цилиндрический виток с разрезом для подключения мощности помещён между

двумя тонкостенными листовыми металлами параллельно друг другу.

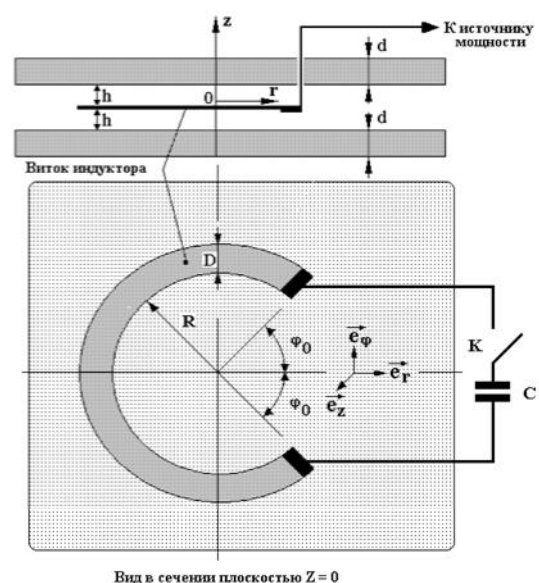


Рис. 1 "Незамкнутый" виток между тонкостенными металлами

Примем следующие допущения.

1. Бесконечно протяжённые в поперечных направлениях идентичные листы толщиной –  $d$  выполнены из немагнитного металла с удельной электропроводностью –  $\gamma$ .

2. Виток индуктора расположен между листами на одинаковом расстоянии  $h$  до каждого из них, радиус витка –  $R$ , поперечные размеры настолько малы, что математически, расположение возбуждающего тока индуктора можно описать произведением дельта-функций Дирака  $\sim \delta(z-h) \cdot \delta(r-R)$

3. В местах соединения витка (соответствующие токопроводы перпендикулярны к его плоскости) и источника мощности имеет место "разрыв" по азимуту, описываемый функцией

$$f(\varphi) = \eta(\varphi - \varphi_0) - \eta(\varphi - (2\pi - \varphi_0)),$$

где  $\eta(\varphi)$  – ступенчатая функция Хевисайда,  $2\varphi_0$  – величина "разрыва" в витке, выраженная в терминах азимутального угла.

4. По витку протекает азимутальный ток с плотностью –  $j_{\varphi}(p, r, \varphi, z)$ ,

$$j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z) = j(t) \cdot \delta(r-R) \cdot \delta(z-h) \cdot f(\varphi),$$

где  $j(t)$  – амплитудно-временная зависимость,  $t$  – время.

5. Временные характеристики возбуждающего тока таковы, что  $\omega \cdot \tau \ll 1$ , где  $\omega$  – характерная циклическая частота сигнала,  $\tau = \mu_0 \cdot \gamma \cdot d^2$  – характерное время диффузии в металлический лист [2, 7].

Необходимо подчеркнуть, что допущение о форме возбуждающего тока с азимутальным разрывом первого рода исключает лишь влияние токоподводов к витку и не противоречит требованию непрерывности линий возбуждающего тока.

**Первое.** Токоподводы в практике магнитно-импульсной обработки металлов, как правило, перпендикулярны к его плоскости. В таком конструктивном исполнении их влиянием на протекающие электромагнитные процессы действительно можно пренебречь.

**Второе.** Принимаемые в дальнейшем модели расчёта предполагают замкнутость линий возбуждающего тока в элементах разрядного контура, частью которого является и собственно виток, а не в пространстве между местами его подсоединения к источнику за счёт априори пренебрежимо малых токов смещения.

Согласно принятым допущениям в системе возбуждается электромагнитное поле с векторами напряжённости  $\mathbf{E} = \{E_r \neq 0, E_\varphi \neq 0, E_z \neq 0\}$  и  $\mathbf{H} = \{H_r \neq 0, H_\varphi \neq 0, H_z \neq 0\}$ .

Полная совокупность уравнений Максвелла в пространстве изображений по Лапласу для нулевых начальных условий запишется в виде [8]:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z) + \gamma \cdot \mathbf{E}(p, r, \varphi, z); \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}(p, r, \varphi, z) = -p \cdot \mu_0 \cdot \mathbf{H}(p, r, \varphi, z); \\ \operatorname{div} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = 0; \operatorname{div} \mathbf{E}(p, r, \varphi, z) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $p$  – параметр преобразования Лапласа,

$$j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z) = L\{j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z)\},$$

$$\mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = L\{\mathbf{H}(t, r, \varphi, z)\},$$

$$\mathbf{E}(p, r, \varphi, z) = L\{\mathbf{E}(t, r, \varphi, z)\}.$$

Отличительной особенностью поставленной задачи является симметрия относительно плоскости  $z = 0$ . Данный факт делает удобным выбор системы координат, привязанной к плоскости  $z = 0$ , где будет расположен "разомкнутый" виток, и позволяет для решения выделить следующие области:

1. Между листовыми металлами,  $0 \leq z \leq h$  с источником поля – "разомкнутым" цилиндрическим витком в плоскости  $z = 0$ .

2. Собственно лист металла,  $h \leq z \leq (h + d)$ .

3. Над листом металла,  $z \geq (h + d)$ .

Вначале в каждой из выделенных областей с помощью системы (1) запишем уравнения в частных производных и соответствующие общие интегралы для  $z$ -компоненты напряжённости магнитного поля.

1. Область между листовыми металлами,  $0 \leq z \leq h$ .

Векторное преобразование первого уравнения системы (1)  $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = \operatorname{rot} j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z)$  в совокупности с соотношением  $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z) = \Delta^2 \operatorname{rot} \mathbf{H}(p, r, \varphi, z)$  даёт уравнение в частных производных:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z)) \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь следует отгнать математическую сторону решаемой задачи.

Так, интегрирование уравнения (2) идентично операциям, выполненным ранее для выделенных областей с источниками магнитного поля. Но отличия есть, и они, в первую очередь, обусловлены симметрией расчётной модели на рис. 1.

Ток в витке представим разложением по косинусам кратных дуг:

$$j_{\varphi i}(p, r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} j_n(p, r, z) \cdot \cos(n \cdot \varphi), \quad (3)$$

где  $j_n(p, r, z) = j(p) \cdot F_n(\varphi_0) \cdot \delta(r-R) \cdot \delta(z)$ ,

$$F_n(\varphi_0) = \begin{cases} \left( -\frac{2 \cdot \sin(n \cdot \varphi_0)}{\pi \cdot n} \right), & n \neq 0, \\ \left( 1 - \frac{\varphi_0}{\pi} \right), & n = 0. \end{cases}$$

Тогда решение уравнения (2) следует искать в виде ряда:

$$H_z(p, r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(p, r, z) \cdot \cos(n \cdot \varphi). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получим уравнение:

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial H_{zn}(p, r, z)}{\partial r} \right) - \frac{n^2}{r^2} H_{zn}(p, r, z) \right) \\ + \frac{\partial^2 H_{zn}(p, r, z)}{\partial z^2} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_n(p, r, z)) \end{aligned} \quad (5)$$

Условию ограниченности радиального распределения  $H_{zn}(p, r, z)$  из уравнения (5) при  $r = 0$ ,  $r \rightarrow \infty$  и  $n \rightarrow \infty$  удовлетворяет известное интегральное преобразование Фурье-Бесселя:

$$H_{zn}(p, r, z) = \int_0^{\infty} H_{zn}(p, \lambda, z) \cdot J_n(\lambda \cdot r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (6)$$

где  $J_n(\lambda \cdot r)$  – функция Бесселя  $n$ -ого порядка,  $\lambda$  – параметр преобразования.

Правая часть уравнения (5) после аналогичного преобразования принимает вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_n(p, r, z)) = \int_0^{\infty} K_n(p, \lambda) \cdot J_n(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda \cdot \delta(z), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} K_n(p, \lambda) &= j(p) \int_0^{\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_n(t, r, z)) \cdot J_n(\lambda r) \cdot r \cdot dr = \\ &= j(p) \cdot F_n(\varphi_0) \cdot f_n(\lambda), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_n(\lambda) &= \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \delta(r-R)) J_n(\lambda r) \cdot dr = R \cdot \left. \frac{dJ_n(\lambda \cdot r)}{dr} \right|_{r=R} = \\ &= \frac{(\lambda \cdot R)}{2} \cdot [J_{n-1}(\lambda \cdot R) - J_{n+1}(\lambda \cdot R)] \end{aligned}$$

В соответствии с (5) и (6) уравнение (4) приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка.

$$\frac{d^2 H_{zn}(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot H_{zn}(p, \lambda, z) = -K_n(p, \lambda) \cdot \delta(z). \quad (8)$$

Интеграл уравнения (8) с учётом симметрии относительно  $z = 0$  имеет вид:

$$H_{zn}(p, \lambda, z) = \frac{K_n(p, \lambda)}{\lambda} \times \left[ C_n(p, \lambda) \cdot \text{ch}(\lambda z) + \left( \frac{e^{\lambda z}}{2} - \text{sh}(\lambda z) \cdot \eta(z) \right) \right], \quad (9)$$

где  $C_n(p, \lambda)$  – произвольная постоянная интегрирования.

Согласно симметрии принятой расчётной модели, дальнейшее рассмотрение будет проводиться для верхнего полупространства  $z \geq 0$ . Поэтому выражение (9) можно переписать в виде непрерывной функциональной зависимости (без ступени Хевисайда!):

$$H_{zn}(p, \lambda, z) = \frac{K_n(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \left[ C_n(p, \lambda) \cdot \text{ch}(\lambda z) + \frac{e^{-\lambda z}}{2} \right]. \quad (10)$$

Результат (10) необходимо последовательно подставить в выражения (6) и (4).

В конечном итоге находим нормальную компоненту напряжённости магнитного поля, возбуждаемого в рассматриваемой системе.

Для удобства в дальнейших вычислениях поместим выходные результаты для рассматриваемой области верхним индексом – (1).

$$H_z^{(1)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty K_n(p, \lambda) J_n(\lambda r) \times \cos(n \cdot \varphi) \left[ C(p, \lambda) \cdot \text{ch}(\lambda z) + \frac{e^{-\lambda z}}{2} \right] d\lambda. \quad (11)$$

Из уравнений Максвелла (1) определяем  $r$ -компоненту напряжённости магнитного поля.

$$H_r(t, r, \varphi, z) = \int \frac{\partial H_z(t, r, \varphi, z)}{\partial r} dz + D, \quad (12)$$

где  $D$  – произвольная постоянная интегрирования.

Для сохранения пространственно-временного подобия векторов электромагнитного поля при переходе из одной выделенной области в другую принимается, что  $D = 0$ .

Итак, подставляя (11) в (12), определяем, что

$$H_r^{(1)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty K_n(p, \lambda) \frac{d J_n(\lambda \cdot r)}{d r} \times \cos(n \cdot \varphi) \left[ \frac{C(p, \lambda) \cdot \text{sh}(\lambda z) - \frac{e^{-\lambda z}}{2}}{\lambda} \right] d\lambda. \quad (13)$$

2. Область – металл листа,  $h \leq z \leq (h + d)$ .

Здесь система Максвелла (1) приводит к следующему уравнению для нормальной компоненты напряжённости магнитного поля:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = -p \mu_0 \gamma \cdot H_z(p, r, \varphi, z), \quad (14)$$

Так же как и ранее, интеграл уравнения (14) ищем в виде разложений (4) и (6).

Опуская промежуточные преобразования, сразу запишем дифференциальное уравнение для образа  $z$ -составляющей напряжённости магнитного поля.

$$\frac{d^2 H_{zn}(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot H_{zn}(p, \lambda, z) = 0, \quad (15)$$

где  $q(p, \lambda) = \sqrt{(\lambda^2 + p \mu_0 \gamma)}$  – постоянная распространения поля в металле по оси аппликат.

Общий интеграл однородного уравнения второго порядка есть линейная комбинация фундаментальных решений  $\sim e^{\pm q(p, \lambda) \cdot z}$ .

Подставляя её в разложение (4) и интеграл Фурье-Бесселева преобразования (6), находим, что

$$H_z^{(2)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty \left[ D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) \cdot z} + D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) \cdot z} \right] \cdot \cos(n\varphi) \cdot J_n(\lambda r) \cdot \lambda d\lambda, \quad (16)$$

где  $D_{1,2n}(\lambda)$  – неизвестные произвольные постоянные интегрирования.

Найдём  $r$ -компоненту напряжённости магнитного поля.

Использование интегрального соотношения (12) требует обоснования, поскольку для проводящей среды исходные уравнения Максвелла (1) содержат компоненты индуцированного тока.

Исходя из физических соображений, можно прийти к определённым заключениям.

Очевидно, что для  $z$ -составляющей тока и напряжённости электрического поля  $J_z^{(2)} \approx 0$  и  $E_z^{(2)} \approx 0$ .

С учётом этого из уравнений Максвелла (1) в принятой системе координат получаем, что

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot H_\varphi^{(2)}(p, r, \varphi, z) \right) - \frac{\partial H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi} = 0; \\ \frac{\partial E_\varphi^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial z} = p \cdot \mu_0 \cdot H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z), \end{cases} \quad (17)$$

где  $E_\varphi^{(2)}(p, r, \varphi, z)$  – азимутальная компонента вектора напряжённости электрического поля.

Как показали предыдущие вычисления, радиальными компонентами вихревых токов и, соответственно, электрической напряжённости, возбуждаемыми в металле листа, можно пренебречь.

Тогда соответствующее уравнение Максвелла запишется в виде:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi^{(2)}(p, r, \varphi, z)}{\partial z} \approx 0. \quad (18)$$

Комбинация выражений (18) и (12) приводит к интегральной связи (12), где произвольная постоянная принимается равной нулю.

В этом случае при переходе из одной выделенной области в другую обеспечивается сохранение подобия векторов электромагнитного поля.

Итак, подставляя (16) в (12), находим, что

$$H_r^{(2)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty \frac{d J_n(\lambda \cdot r)}{d r} \cdot \cos(n \cdot \varphi) \times \\ \times \frac{\lambda}{q(p, \lambda)} \cdot [D_{1n}(p, \lambda) e^{q(p, \lambda) \cdot z} - D_{2n}(p, \lambda) e^{-q(p, \lambda) \cdot z}] d\lambda. \quad (19)$$

3. Область над листом металла,  $(h + d) \leq z \leq \infty$ .

Здесь  $z$ -компонента напряжённости магнитного поля должна удовлетворять уравнению в частных производных.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{\partial^2 H_z(p, r, \varphi, z)}{\partial z^2} = 0. \quad (20)$$

Интеграл уравнения (20) идентичен выражению (16) при  $\gamma = 0$ .

Удовлетворяя условию ограниченности при  $z \rightarrow \infty$ , записываем формулу для  $z$ -составляющей напряжённости магнитного поля под листовым металлом.

$$H_z^{(3)}(p, r, \varphi, z) = \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty G_n(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot z} \times \\ \times \cos(n \cdot \varphi) \cdot J_n(\lambda \cdot r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (21)$$

где  $G_n(p, \lambda)$  – неизвестная произвольная постоянная интегрирования.

С помощью (21) и (12) определяем радиальную составляющую напряжённости магнитного поля.

$$H_r^{(3)}(p, r, \varphi, z) = - \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty G_n(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot z} \times \\ \times \frac{d J_n(\lambda \cdot r)}{d r} \cdot \cos(n \cdot \varphi) \cdot d\lambda. \quad (22)$$

В каждой из выделенных областей записаны выражения для двух составляющих напряжённости магнитного поля: нормальная и тангенциальная. Поскольку все области – не магнитны, непрерывными на разделяющих их границах должны быть как нормальные, так и тангенциальные компоненты напряжённости.

Из равенств непрерывных составляющих векторов электромагнитного поля на границах между выделенными областями получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных постоянных интегрирования.

$$\left\{ \begin{array}{l} z = h. \\ K_n(p, \lambda) \cdot [C_n(p, \lambda) \operatorname{ch}(\lambda h) + 0.5 \cdot e^{-\lambda h}] = \\ = [D_{1n}(p, \lambda) e^{\lambda h} + D_{2n}(p, \lambda) e^{-\lambda h}] \cdot \lambda. \\ \frac{K_n(p, \lambda)}{\lambda} [C_n(p, \lambda) \operatorname{sh}(\lambda h) - 0.5 e^{-\lambda h}] = \\ = [D_{1n}(p, \lambda) e^{q(p, \lambda) \cdot h} - \\ - D_{2n}(p, \lambda) e^{-q(p, \lambda) \cdot h}] \frac{\lambda}{q(p, \lambda)}. \\ z = h + d. \\ = [D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)(h+d)} + \\ + D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)(h+d)}] \\ = G_n \cdot e^{-\lambda(h+d)}. \\ [D_{1n}(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)(h+d)} - D_{2n}(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)(h+d)}] \cdot \\ \cdot \frac{\lambda}{q(p, \lambda)} = - G_n \cdot e^{-\lambda(h+d)}. \end{array} \right. \quad (23)$$

Нас интересуют индуцированные токи в низкочастотном режиме, где  $(\omega \tau) \ll 1$  и  $q(p, \lambda) \approx \lambda$ .

Из системы (23) находим, что

$$D_{1n}(p, \lambda) = 0, D_{2n}(p, \lambda) = \frac{K_n(p, \lambda)}{2\lambda}. \quad (24)$$

В выражении (24) раскроем  $K_n(p, \lambda)$  (зависимость из (7)).

Затем (24) подставим в формулу (19). Результат подстановки перенесём в уравнение (18). Из (18) найдём азимутальную компоненту напряжённости электрического поля. Помножим её на удельную электропроводность металла листа –  $\gamma$ . Результат проинтегрируем по  $z \in [0, -d]$ .

После перехода в пространство оригиналов и введения общепринятых обозначений получим аналитическую пространственно-временную зависимость для линейной плотности азимутальной составляющей тока, индуцированного низкочастотным магнитным полем "разомкнутого" витка индуктора в каждом из тонкостенных листовых металлов

$$J_\varphi^{(2)}(t, r, \varphi) = \left( \frac{\tau}{2d^2} \right) \frac{dj(t)}{dt} \cdot \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty \frac{F_n(\varphi_0) f_n(\lambda) e^{-\lambda h}}{\lambda^3} \times \\ \times \left( 1 - e^{-\lambda d} \right) \frac{d J_n(\lambda r)}{d r} \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (25)$$

В развёрнутом виде формула (25) приобретает вид:

$$J_\varphi^{(2)}(t, r, \varphi) = - \left( \frac{\tau \cdot R}{8d^2} \right) \frac{dj(t)}{dt} \times \\ \times \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty F_n(\varphi_0) \cdot [J_{n+1}(\lambda R) - J_{n-1}(\lambda R)] \times \\ \times [J_{n+1}(\lambda r) - J_{n-1}(\lambda r)] \cdot e^{-\lambda h} \frac{(1 - e^{-\lambda d})}{\lambda} \cos(n\varphi) d\lambda. \quad (26)$$

## ВЫВОДЫ

Получены основные зависимости для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного между двумя параллельными плоскими тонкостенными проводниками.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батыгин Ю.В. Особенности токов, индуцированных низкочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Е.А. Чаплыгин // *Электротехника і електромеханіка*. – 2005. – № 3. – С. 69-73.
2. Гнатов А.В. Прогрессивные технологии. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями: монография / А.В. Гнатов, Ю.В. Батыгин, А.Н. Туренко. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 238 с.
3. Батыгин Ю.В. Вихревые токи в плоских листовых металлических заготовках / Ю.В. Батыгин, Е.А. Чаплыгин // *Электротехника і електромеханіка*. – 2006. – № 5. – С. 54-59.
4. Гнатов А.В. Расчет электромагнитных процессов в индукционной индукторной системе с массивным экраном конечной толщины / А.В. Гнатов // *Электротехника і електромеханіка*. – 2009. – № 5. – С. 59-62.
5. Гнатов А.В. Электромагнитные процессы в индукционной индукторной системе с одновитковым соленоидом, массивным экраном и тонкостенной листовой заготовкой / А.В. Гнатов // *Электротехника і електромеханіка*. – 2009. – № 6. – С. 46-49.
6. Батыгин Ю.В. Цилиндрический виток конечной ширины с разрезом над идеально проводящим массивным проводником / Ю.В. Батыгин, А.В. Гнатов, Д.О. Смирнов // *Электротехника і електромеханіка*. – 2011. – № 2. – С. 56-60.
7. Шнеерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверх сильных токов / Г.А. Шнеерсон. – [2-е изд.] – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 200 с.
8. Мэтьюз Дж. Математические методы физики / Дж. Мэтьюз, Р. Уокер. Пер. с англ. канд. физ.-мат наук В.П. Крайнова. М: Атомиздат, 1972. – 399 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Batygin Yu.V. Osobnosti tokov, inducirovannyh nizkochastotnym polem odnovitkovogo solenoida v ploskih listovyh metallah / Yu.V. Batygin, V.I. Lavinskij, E.A. Chaplygin // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2005. - № 3. - S. 69-73. 2. Gnatov A.V. Progressivnye tehnologii. Teoriya i `eksperiment prityazheniya tonkostennyh metallov impul'snymi magnitnymi polyami: monografiya / A.V. Gnatov, Yu.V. Batygin, A.N. Turenko. - LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. - 238 s. 3. Batygin Yu.V. Vihrevye toki v ploskih listovyh metallicheskikh zagotovkah / Yu.V. Batygin, E.A. Chaplygin // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2006. - № 5. - S. 54-59. 4. Gnatov A.V. Raschet `elektromagnitnyh processov v indukcionnoj induktornoj sisteme s massivnym `ekranom konechnoj

tolschiny / A.V. Gnatov // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2009. - №5. - S. 59-62. 5. Gnatov A.V. `Elektromagnitnye processy v indukcionnoj induktornoj sisteme s odnovitkovym solenoidom, massivnym `ekranom i tonkostennoj listovoj zagotovkoj / A.V. Gnatov // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2009. - № 6. - S. 46-49. 6. Batygin Yu.V. Cilindricheskij vitok konechnoj shiriny s razrezom nad ideal'no provodyaschim massivnym provodnikom / Yu.V. Batygin, A.V. Gnatov, D.O. Smirnov // *Elektrotehnika i elektromehanika*. - 2011. - № 2. - S. 56-60. 7. Shneerson G.A. Polya i perehodnye processy v apparature sverh sil'nyh tokov / G.A. Shneerson. - [2-e izd.] - M.: `Energoatomizdat, 1992. - 200 s. 8. M`et'yuz Dzh. Matematicheskie metody fiziki / Dzh. M`et'yuz, R. Uoker. Per. s angl. kand. fiz.-mat nauk V.P. Krajnova. M: Atomizdat, 1972. - 399 s.

Поступила 25.06.2012

*Батыгин Юрий Викторович, д.т.н., проф.,*  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет  
кафедра физики  
61002, Харьков, ул. Петровского, 25  
тел. (057) 7003853, e-mail: batygin48@mail.ru

*Гнатов Андрей Викторович, к.т.н., доц.*  
*Чаплыгин Евгений Александрович, к.т.н., доц.,*  
*Смирнов Дмитрий Олегович*  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет  
кафедра автомобильной электроники  
61002, Харьков, ул. Петровского, 25  
тел. (057) 7003852, e-mail: kalifus@yandex.ru

*Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Chaplygin E.A., Smirnov Dm.O.*  
**Electromagnetic processes in an inductor induction inductive circular-turn system with a cut between two thin-walled metal sheets.**

The article presents research on electrodynamic processes in a system with an "open" single-turn cylindrical coil and two parallel flat thin-walled conductors located symmetrically on the both sides of the coil. The basic relations for calculating space-time distribution of eddy currents in the considered inductor induction system are obtained.

**Key words – magnetic pulse technology, electromagnetic processes, inductor induction system, thin-walled sheet metal.**