

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАСИЧЕНОГО ТРИФАЗНОГО КОНДЕНСАТОРНОГО АСИНХРОННОГО МОТОРА

Пропонується математична модель насиченого трифазного конденсаторного асинхронного мотора в однофазному стані. Диференціальні рівняння електромеханічного стану записано в нормальній формі Коші. Наводяться результати розрахунку на ЕОМ перехідного процесу.

Предлагается математическая модель насыщенного трехфазного конденсаторного асинхронного двигателя в однофазном режиме. Дифференциальные уравнения электро механического состояния записаны в нормальной форме Коши. Приводятся результаты расчета на ЭВМ переходного процесса.

ВСТУП

Однофазний стан трифазного конденсаторного асинхронного мотора – достатньо частий випадок в практиці експлуатації електричних машин за відсутності трифазного джерела живлення. Конденсатор в такому разі може під'єднуватись на стало для роботи в експлуатаційному стані, а може під'єднуватись лише для виконання пускових функцій з подальшою роботою без нього [1]. Математична модель такого стану роботи мотора (особливо у випадку невеликої потужності) повинна конче передбачати явище насичення головного магнетного кола, бо саме конденсатор сприяє його появі. За основу побудови такої моделі скористаємося теоретичними розробками по створенню L - і Ψ -моделей звичайних неявнополюсних машин змінного струму [2].

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Тут, як і в [1] математичну модель насиченого трифазного асинхронного мотора в однофазному стані одержимо, виходячи з відомої добре апробованої на практиці моделі трифазного стану мотора. Найзручнішою тут є L -модель у косогональних координатах [1, 2]. За таких умов диференціальні рівняння згадуваної математичної моделі в розгорнутому вигляді приймають вигляд (обмотка ротора за числом витків вважається приведеною до числа витків обмотки статора) [2]

$$L di / dt = Y, \quad (1)$$

де

$$L = \begin{bmatrix} l_s + l_A & l_{AB} & l_A & l_{AB} \\ l_{BA} & l_s + l_B & l_{BA} & l_B \\ l_A & l_{AB} & l_R + l_A & l_{AB} \\ l_{BA} & l_B & l_{BA} & l_R + l_B \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$i = \begin{bmatrix} i_{SA} \\ i_{SB} \\ i_{RA} \\ i_{RB} \end{bmatrix}; \quad Y = \begin{bmatrix} u_{SA} - r_S i_{SA} \\ u_{SB} - r_S i_{SB} \\ -\omega(\Psi_{RA} + 2\Psi_{RB})/\sqrt{3} - r_R i_{RA} \\ \omega(2\Psi_{RA} + \Psi_{RB})/\sqrt{3} - r_R i_{RB} \end{bmatrix}.$$

Тут i_{SA} , i_{SB} – фазні струми обмотки статора за умови, що $i_{SC} = -i_{SA} - i_{SB}$; u_{SA} , u_{SB} – фазні напруги обмотки статора; i_{RA} , i_{RB} – перетворені струми обмотки ротора; Ψ_{RA} , Ψ_{RB} – перетворені повні потокозчеплення обмотки ротора; ω – кутова швидкість ротора в ел. рад./с; l_A , l_B , l_{AB} , l_{BA} – диференціальні індуктивності,

вони є функціями магнетного стану мотора; l_s , l_R – індуктивності дисипації обмоток статора й ротора; r_s , r_R – резистивні опори обмотки статора й ротора, причому

$$u_{SA} = U_m \sin \omega_0 t; \quad u_{SB} = U_m \sin(\omega_0 t - 2\pi/3), \quad (3)$$

де U_m – амплітуда мережі живлення; ω_0 – її кутова частота.

Повні потокозчеплення обмотки ротора шукаємо у звиклий спосіб

$$\Psi_{Rk} (k = A, B) = (i_{Sk} + i_{Rk})/\tau + i_{Rk}/\alpha_R;$$

де τ – обернена основна статична індуктивність мотора; $\alpha_S = 1/l_s$; $\alpha_R = 1/l_R$ – обернені індуктивності дисипації обмотки статора й ротора.

Алгоритм обчислення диференціальних індуктивностей ми тут не подаватимемо, бо модель (1) нами не буде на завершальному етапі використовуватись. При потребі його можна знайти в [2].

В однофазному стані вважатимемо, що фази A і B ввімкнуті на лінійну напругу $u_{AB} = u_{SA} - u_{SB}$. Напругу u_{BC} братимемо від конденсатора $u_{BC} = u_C$, ввімкнутого у фазу C . У такому разі рівняння конденсатора можна подати у вигляді

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{i_{SA} + i_{SB}}{C}, \quad (4)$$

де C – ємність конденсатора.

Рівняння електромагнетного стану мотора треба доповнити рівняннями механічного руху (штивністю і дисипацією механічних ланок, – як це прийнято в теорії електричних машин, – нехтуємо) [1, 2]

$$\frac{d\omega}{dt} = p_0(M_E - M)/J, \quad (5)$$

де $M = M(\omega, t)$ – механічний момент; J – момент інерції; p_0 – кількість пар магнетних полюсів машини; M_E – електромагнетний момент [2]

$$M_E = \sqrt{3} p_0 (i_{RA} i_{SB} - i_{RB} i_{SA}) / \tau. \quad (6)$$

Якщо в (1) від першого рядка відняти другий, а за тим додати до нього подвоєний другий (маючи на увазі, що $i_{SC} = -i_{SA} - i_{SB}$), то одержимо рівняння електромагнетного стану мотора [1] у вигляді

$$L = \begin{bmatrix} l_S + l_A - l_{BA} & l_{AB} - l_B - l_S & l_A - l_{BA} & l_{AB} - l_B \\ 2l_{BA} + l_A + l_S & 2l_S + 2l_B + l_{AB} & 2l_{BA} + l_A & 2l_B + l_{AB} \\ l_A & l_{AB} & l_R + l_A & l_{AB} \\ l_{BA} & l_B & l_{BA} & l_R + l_B \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$Y = \begin{bmatrix} \sqrt{3}U_m \sin(\omega t + 30^\circ) - r_S(i_{SA} - i_{SB}) \\ u_c - r_S(i_{SA} + 2i_{SB}) \\ -\omega(\Psi_{RA} + 2\Psi_{RB})/\sqrt{3} - r_R i_{RA} \\ \omega(2\Psi_{RA} + \Psi_{RB})/\sqrt{3} - r_R i_{RB} \end{bmatrix}.$$

Диференціальні рівняння (1), (4), (5) за умови (7) – шукана L -модель однофазного стану трифазного конденсаторного асинхронного мотора. Незручність її в тому, що в процесі числового інтегрування за явним принципом виникає потреба на кожному часовому кроці обертати матрицю коефіцієнтів. Це не тільки ускладнює обчислювальний процес, але, що основне, приводить до суттєвого зменшення точності в результаті чого ми втрачаємо можливість аналізу тривалих перехідних процесів. Тому обернемо матрицю диференціальних індуктивностей аналітично. В результаті одержимо шукану A -модель

$$di/dt = AY, \quad (8)$$

де

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots \\ -\alpha_{11}a_1 - \alpha_{21}a_2 & -\alpha_{12}a_1 - \alpha_{22}a_2 & \dots \\ -\alpha_{11}a_3 - \alpha_{21}a_4 & -\alpha_{12}a_3 - \alpha_{22}a_4 & \dots \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \dots & -\alpha_{11}c_1 - \alpha_{12}c_2 & -\alpha_{11}c_3 - \alpha_{12}c_4 \\ \dots & -\alpha_{21}c_1 - \alpha_{22}c_2 & -\alpha_{21}c_3 - \alpha_{22}c_4 \\ \dots & l_{33} - \alpha_{31}c_1 - \alpha_{32}c_2 & l_{34} - \alpha_{31}c_3 - \alpha_{32}c_4 \\ \dots & l_{43} - \alpha_{41}c_1 - \alpha_{42}c_2 & l_{44} - \alpha_{41}c_3 - \alpha_{42}c_4 \end{bmatrix}.$$

Тут

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= d_{22}/d; \alpha_{12} = -d_{12}/d; \alpha_{21} = -d_{21}/d; \alpha_{22} = d_{11}/d; \\ a_1 &= l_{33}l_{31} + l_{34}l_{41}; a_2 = l_{33}l_{32} + l_{34}l_{42}; a_3 = l_{43}l_{31} + l_{44}l_{41}; \\ a_4 &= l_{43}l_{32} + l_{44}l_{42}; c_1 = l_{13}l_{33} + l_{14}l_{43}; c_2 = l_{23}l_{33} + l_{24}l_{43}; \\ c_3 &= l_{13}l_{34} + l_{14}l_{44}; c_4 = l_{23}l_{34} + l_{24}l_{44}; d_{11} = l_{11} - l_{31}c_1 - l_{41}c_3; \\ d_{12} &= l_{12} - l_{32}c_1 - l_{42}c_3; d_{21} = l_{21} - l_{31}c_2 - l_{41}c_4; \\ d_{22} &= l_{22} - l_{32}c_2 - l_{42}c_4; d = d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21}; \\ l_{11} &= l_{13} + 1/\alpha_S; l_{12} = l_{14} - 1/\alpha_S; l_{13} = l_{31} - l_{41}; \\ l_{14} &= l_{32} - l_{42}; l_{21} = l_{23} + 1/\alpha_S; l_{22} = l_{24} + 2/\alpha_S; \\ l_{23} &= 2l_{41} + l_{31}; l_{24} = 2l_{42} + l_{32}; l_{33} = (l_{42} + 1/\alpha_R)/\Delta; \\ l_{34} &= -l_{32}/\Delta; l_{43} = l_{41}/\Delta; l_{44} = (l_{31} + 1/\alpha_R)/\Delta; \\ l_{31} &= b(2i_A + i_B)i_A + 1/\tau; l_{32} = b(2i_B + i_A)i_A; \\ l_{41} &= b(2i_A + i_B)i_B; l_{42} = b(2i_B + i_A)i_B + 1/\tau; \end{aligned}$$

$$\Delta = \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\alpha_R} \right) \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\alpha_R} \right); \quad b = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\tau} \right) \frac{1}{i_m^2}, \quad (10)$$

причому, τ, ρ – обернені статична й диференціальна індуктивності, їх знаходимо за характеристикою намагнечування (холостого стану) машини як:

$$\tau = \left[\frac{\Psi_m(i_m)}{i_m} \right]^{-1}; \quad \rho = \left[\frac{d\Psi_m(i_m)}{di_m} \right]^{-1}, \quad (11)$$

де i_m – модуль просторового вектора намагнечувальних струмів

$$i_m = 2\sqrt{(i_A^2 + i_{A'B} + i_B^2)/3}; \quad i_A = i_{SA} + i_{RA}; \quad i_B = i_{SB} + i_{RB}. \quad (12)$$

Сумісному інтегруванню підлягає система диференціальних рівнянь електромеханічного стану (5), (8). Вхідними даними є: $r_S, r_R, \alpha_S, \alpha_R, p_0, J$, а також намагнечувальна крива $\Psi_m(i_m)$, і вхідні сигнали: $U_m, \omega_0, M(\omega, t)$.

У випадку відсутності насичення ($\tau = \rho = \alpha_m$) матриця коефіцієнтів рівняння (9) значно спрощується

$$A = \frac{1}{3d_0} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3c_0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -3c_0 \\ -2c_0 & c_0 & 3l_{33}d_0 + c_0^2 & -4c_0 \\ c_0 & -c_0 & 0 & 3l_{33}d_0 + c_0^2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

де

$$\begin{aligned} l_{11} &= \frac{1}{\alpha_m} + \frac{1}{\alpha_S}; \quad l_{33} = \left(\frac{1}{\alpha_m} + \frac{1}{\alpha_R} \right)^{-1}; \\ d_0 &= l_{11} - \frac{c_0}{\alpha_m}; \quad c_0 = \frac{1}{\alpha_m} \left(\frac{1}{\alpha_m} + \frac{1}{\alpha_R} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

РЕЗУЛЬТАТИ СИМУЛЯЦІЇ

Результати сумісного інтегрування (5), (8), ілюструють часові залежності кутової швидкості, фазного струму статора і намагнечувального струму ненавантаженого модельного асинхронного конденсаторного мотора в одному із перехідних процесів, які показані на рис. 1-4.

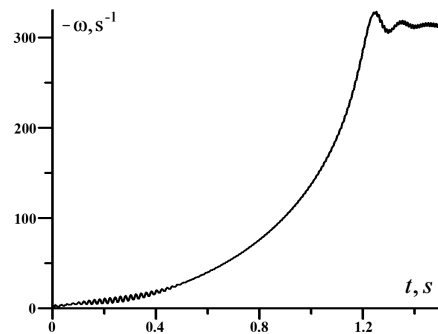


Рис. 1. Залежність $-\omega = -\omega(t)$ при запуску мотора

Параметри мотора: $r_S = 1.01$ Ом; $r_R = 1.80$ Ом; $\alpha_S = 65$ Гн⁻¹; $\alpha_R = 70$ Гн⁻¹; $\alpha_m = 4.73$ Гн⁻¹; $C = 50$ мкФ; $J = 0.025$ кгм²; $p_0 = 2$. Крива намагнечування мотора апроксимована залежністю

$$\Psi_m(i_m) = \begin{cases} 0.215i_m, & \text{if } 0 \leq i_m \leq 2; \\ 0.2213i_m - 0.0026i_m^3 + 0.00002i_m^5, & \text{if } 2 < i_m < 7; \\ 0.043i_m + 0.7, & \text{if } 7 \leq i_m. \end{cases}$$

Замість кривої $\Psi_m(i_m)$ у пам'ять комп'ютера вводяться відповідні залежності статичної і диференціальної основних індуктивностей, які одержуємо згідно з аналітичними виразами (11).

Вхідні сигнали: $U_m = 310.5$ В, $\omega_0 = 314$ с⁻¹, $M(\omega, t) = 0.2$ Нм. Початкові умови – нульові.

Перехідний процес засвідчує успішний запуск мотора до усталеної робочої швидкості.

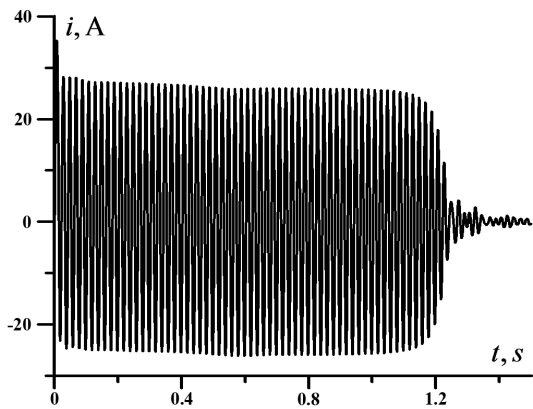


Рис. 2. Часова залежність струму статора $i_{SA} = i_{SA}(t)$ при запуску мотора

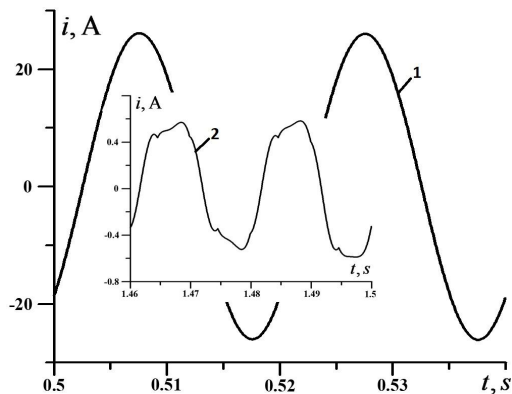


Рис. 3. Часові залежності струму $i_{SA} = i_{SA}(t)$ на часових інтервалах у $2T$: $[0,50-0,54]$ с (1) і $[1,46-1,50]$ с (2)

Криві рис. 3 статорного струму логічно вписуються в класичну теорію електричних машин. Згідно якої в процесі пуску машина є далека від насичення, що підтверджує синусоїдальність кривої струму (1). В усталеному стані, навпаки, проявляється ефект насичення, що спотворює, синусоїдальність струму, що презентує крива (2). Це переконливо засвідчують криві намагнечувального струму, що показані на рис. 4, якщо прийняти до уваги, що коліну кривої намагнечування відповідає значення струму, що дорівнює 2 А.

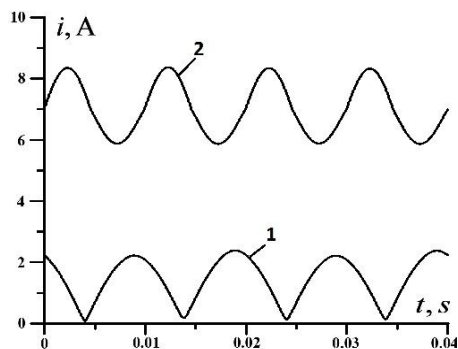


Рис. 4. Часові залежності струму $i_m = i_m(t)$ на часових інтервалах у $2T$: $[0,50-0,54]$ с (1) і $[1,46-1,50]$ с (2)

Звертаємо увагу, що при описаній схемі вмикання конденсатора мотор розганяється в зоні від'ємних кутових швидкостей ротора. Але та теоретична особливість не грає ніякої практичної ролі, бо для користувача це не принципово.

ВИСНОВКИ

1. Оскільки диференціальні рівняння математичної моделі однофазного стану насиченого трифазного асинхронного конденсаторного мотора представлені в нормальній формі Коші, то така модель є не тільки найзручнішою для реалізації її на комп'ютерній техніці, але й такою, що забезпечує найвищу точність числового інтегрування. А це дає можливість аналізувати тривалі перехідні процеси, що набирає принципного значення у випадку, коли мотор є елементом складної електромеханічної системи.

2. Як засвідчують результати комп'ютерної симуляції в роботі конденсаторного мотора значну роль відіграє явище насичення головного магнетного кола, тому цим ефектом нехтувати не допустимо.

3. Запропонована математична модель трифазного асинхронного мотора в однофазному стані легко адаптується на глибокопазні мотори, якщо її доповнити рівняннями квазістаціонарного електромагнетного поля, що описують поверхневий процес у пазовому просторі обмотки ротора [3].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Чабан В.Й., Гоголь З.І. Математична модель трифазного асинхронного мотора в однофазному стані // Електротехніка й електромеханіка. – 2011. – № 3. – С. 43-45.
2. Чабан В.Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997. – 344 с.
3. Чабан В.Й. Математичне моделювання в електротехніці. – Л.: Вид-во Тараса Сороки, 2010. – 508 с.

Bibliography (transliterated): 1. Chaban V.J., Gogol' Z.I. Matematichna model' trifaznogo asinhronnogo motora v odnofaznomu stani // Elektrotehnika j elektromehanika. - 2011. - № 3. - S. 43-45. 2. Chaban V.J. Matematichne modelyuvannya elektromechanichnih procesiv. - L'viv, 1997. - 344 s. 3. Chaban V.J. Matematichne modelyuvannya v elektrotehnici. - L.: Vid-vo Tarasa Soroki, 2010. - 508 s.

Надійшла 28.07.2011

Чабан Василь Йосипович, д.т.н., проф.
Національний університет "Львівська політехніка"
й Ряшівський університет
79021, Львів, вул. Кульпарківська, 142, кв. 33.
тел: (067) 7202181, e-mail: vtchaban@polynet.lviv.ua

Костючко Сергій Миколайович
Національний університет "Львівська політехніка"
45500, Волинська обл., Локачинський р-н., смт. Локачі,
вул. Польова, 4
тел: (068) 5635757, e-mail: siriussk@mail.ru

Tchaban V.J., Kostyuchko S.M.

A mathematical model of a saturated three-phase condenser induction motor in a single-phase state.

The paper introduces a mathematical model of a saturated three-phase condenser induction motor with a condenser battery in one phase in a single-phase state. Differential equations of electromechanical state are given in normal Cauchy form. Results of computation are presented.

Key words – three phase saturated condenser induction motor, single-phase state, mathematical model.