

# ІНЖЕНЕРНИЙ МЕТОД ВРАХУВАНЯ ВИХРОВИХ СТРУМІВ У МОДЕЛЯХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

У статті запропоновано інженерну методику врахування в моделях електромеханічних систем вихрових струмів та ефекту їхнього витіснення в магнітопроводах, що дає змогу збільшити точність моделювання за незначного збільшення обсягу обчислень.

*В статье предложена инженерная методика учета в моделях электромеханических систем вихревых токов и эффекта их вытеснения в магнитопроводах, что дает возможность увеличить точность моделирования при незначительном увеличении объема вычислений.*

ВСТУП

Розвиток комп'ютерних методів розрахунку електромеханічних систем дав змогу підняти точність аналізу їхніх динамічних процесів. Одним з факторів збільшення точності відтворення у моделях поведінки електромеханічних об'єктів є врахування вихрових струмів і ефекту їхнього витіснення у магнітних системах. Традиційні способи для цього передбачають розв'язування польових задач [1] або поділ магнітної системи на шари з наступним описом кожного шару відповідними диференціальними рівняннями [2]. Проте у багатьох випадках отримана таким чином точність є надлишковою, особливо, коли дослідника не цікавлять внутрішні процеси у магнітному середовищі, а сам електротехнічний чи електромеханічний об'єкт розглядається як "чорна скринька". Такий підхід є типовим у моделюванні систем автоматичного керування (САК), тому в цьому разі достатньо обмежитися простішою моделлю, яка, по-перше, є значно швидкодійнішою, і, по-друге, має достатню точність для відтворення поведінки об'єкту в складі електромеханічної системи.

## ОСНОВНИЙ ТЕКСТ СТАТТІ

У випадку дослідження динаміки систем керування, як вже згадано вище, достатньою є точність, яку забезпечують наближені методи, один з яких пропонується в даній статті. Як приклад застосування такого наближеного методу можна навести розрахунок динаміки систем керування електроприводами кар'єрних екскаваторів, які побудовані за системою Г-Д і експлуатуються до цього часу. Процеси, викликані наявністю вихрових струмів у масивних станинах генераторів постійного струму та явищем їхнього витіснення, у цьому випадку не є визначальними, тому можна відчутно підняти швидкість моделювання завдяки заміні описаних вище точних моделей описом згаданих явищ пропонованою апроксимацією, як це показано нижче.

Використання спрощеної методики врахування явища витіснення вихрових струмів засновується на допущенні, що станина не насичується. Дане допущення є цілком справедливе, бо більшість динамічних процесів у магнітопроводах електромеханічних систем не проходять у номінальному режимі, в якому вже відчувається вплив неелектричності кривої намагнічування. У цьому випадку можливе застосування аналітичного виразу для розподілу магнітного поля в ме-

таті, який наведено у [3], там же можна знайти і вирази розподілу густини струму в металі скінченої товщини:

$$j = j_0 \left( e^{-\alpha d} + e^{-\alpha(b-d)} \right), \quad (1)$$

де  $j_0$  – значення густини струму на краї металу;  $d$  – відстань від краю;  $b$  – товщина металу;

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}, \quad (2)$$

де  $\omega$  – кутова частота змінного струму;  $\mu$  – магнітна проникність металу;  $\sigma$  – питома провідність, для сталі  $\sigma \approx 10^7$  См/м.

Зазвичай, ефект наявності вихрових струмів у моделях електромеханічних систем враховують уведенням у заступну схему фіктивного контуру вихрових струмів так, як показано на рис. 1 для кола збудження машини постійного струму (аналогічно можна здійснити для інших заступних схем), де використано позначення:  $U_d$ ,  $i_d$  – відповідно, напруга і струм збудження;  $R_d$  – активний опір обмотки збудження;  $L_s$  – індуктивність розсіювання обмотки збудження;  $L_\mu$ ,  $i_\mu$  – відповідно, індуктивність і струм намагнічування обмотки збудження;  $R_k$  – активний опір фіктивного контуру вихрових струмів;  $i_k$  – струм фіктивного контуру вихрових струмів.

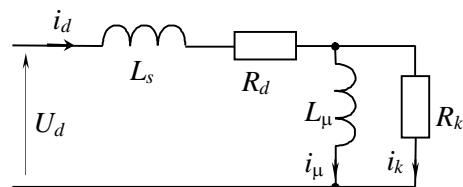


Рис. 1. Еквівалентна схема кола збудження машини постійного струму з врахуванням фіктивного контуру вихрових струмів

Така модель кола збудження машини постійного струму описується системою диференціальних і алгебричних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_s \frac{di_d}{dt} + i_d R_d + L_{\mu} \frac{di_{\mu}}{dt} = U_d ; \\ L_{\mu} \frac{di_{\mu}}{dt} = i_k R_k ; \\ i_{\mu} + i_k - i_d = 0 . \end{array} \right. \quad (3)$$

Для більшості машин постійного струму з масивною станиною стала часу еквівалентного контуру вихрових струмів складає 15-30 % від сталої часу обмотки збудження, точніше значення знаходиться за empirичною формулою [4]:

$$T_k \approx \frac{4l_j a^2 b^2}{\pi k_p \delta (a^2 + b^2)},$$

де  $l_j$  – довжина силової лінії у спинці між полюсами у сантиметрах;  $a, b$  – товщина і довжина спинки станини (у даній формулі – в сантиметрах);  $k_p = 2 \cdot 10^4$  (для сталі).

Врахувати явище витіснення вихрових струмів внаслідок поверхневого ефекту можна введенням коефіцієнта зміни опору фіктивного контуру вихрових струмів з частотою, тобто

$$K_\sigma = \frac{R_k}{R_\omega},$$

де  $R_\omega$  – опір фіктивного контуру вихрових струмів на частоті  $\omega$ ;  $R_k$  – опір фіктивного контуру вихрових струмів на постійному струмі.

Коефіцієнт  $K_\sigma$  знаходиться шляхом інтегрування розподілу струму внаслідок поверхневого ефекту:

$$K_\sigma = \frac{1}{2b} \int_0^b (e^{-\alpha x} + e^{-\alpha(b-x)}) dx = \frac{1 - e^{-ab}}{ab}.$$

З деяким наближенням імітацію збільшення опору еквівалентного контуру вихрових струмів з частотою внаслідок поверхневого ефекту можна здійснити введенням додаткової індуктивності (позначимо її  $L_k$ ) послідовно з опором  $R_k$  (рис. 2). Така заміна є приближною з таких причин:

- коефіцієнт  $K_\sigma$  зростає майже пропорційно квадратному кореню з частоти на відміну від індуктивного опору – див. рівняння (2);
- не враховується насичення станини у місцях концентрації магнітного поля.

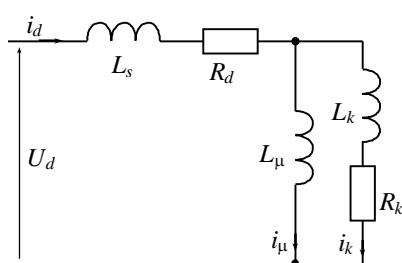


Рис. 2. Еквівалентна схема кола збудження машини постійного струму з пропонованым способом врахуванням вихрових струмів з ефектом їхнього витіснення

Заступна електрична схема кола збудження машини постійного струму в такому випадку матиме вигляд, що показаний на рис. 2 і буде описуватися такою системою рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} L_s \frac{di_d}{dt} + i_d R_d + L_\mu \frac{di_\mu}{dt} = U_d; \\ L_\mu \frac{di_\mu}{dt} = L_k \frac{di_k}{dt} + i_k R_k; \\ i_\mu + i_k - i_d = 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

Величина додаткової індуктивності фіктивного контуру вихрових струмів  $L_k$  може вибиратися кількома способами, наприклад:

- за максимальним наближенням перехідної характеристики (реакції на одиничний стрибкоподібний імпульс) такої моделі до експериментальної перехідної характеристики реальної машини постійного струму в режимі генератора;

- за максимальним наближенням перехідної характеристики пропонованої моделі до перехідної характеристики точнішої комп'ютерної моделі, наприклад, реалізованої за способом [1];

- за зближенням амплітудно-частотних характеристик коефіцієнта  $K_\sigma$  і ланки, утвореної додатковою індуктивністю  $L_k$  і опором  $R_k$ .

Як показали експериментальні дослідження, для більшості електричних машин постійного струму з масивною станиною значення фіктивної індуктивності  $L_k$  знаходиться в межах  $(1...2) L_\mu$ , тому за відсутності експериментальних даних або для першого наближення під час побудови моделі можна брати величину додаткової індуктивності  $L_k$  такою ж, як й індуктивність обмотки збудження  $L_d$ .

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Використання пропонованого способу врахування наявності вихрових струмів з ефектом їхнього витіснення у магнітопроводі показано на прикладі розрахунку динаміки тягового електроприводу з двигуном послідовного збудження [5]. Такий електропривод використовується у тролейбусах з тиристорним перетворювачем за принципом широтно-імпульсної модуляції (ШІМ).

Отримані результати моделювання для двох типів моделей:

- за системою рівнянь (3) – без врахування поверхневого ефекту;

- за системою (4) – з врахуванням ефекту витіснення вихрових струмів пропонованим способом,

порівнювалися з результатом стендового експерименту для системи тягового електроприводу тролейбуса в режимі пуску. Графіки струмів якоря та швидкостей для двох типів моделей і експерименту показано, відповідно, на рис. 3-4.

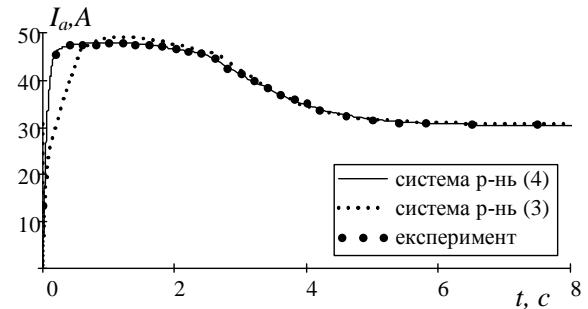


Рис. 3. Графіки струму якоря для моделей тягового електроприводу тролейбуса

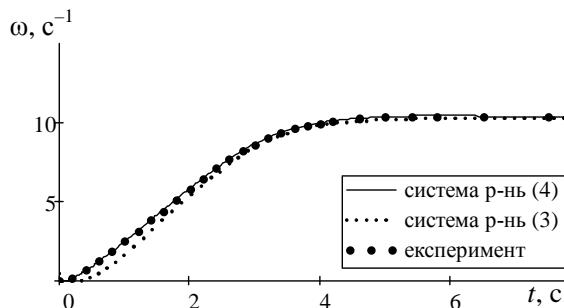


Рис. 4. Графіки кутової швидкості для моделей тягового електроприводу тролейбуса

## ВИСНОВКИ

Застосування пропонованого способу врахування вихрових струмів з ефектом їхнього витіснення дає змогу отримати низку переваг у комп'ютерному моделюванні електромеханічних систем:

- достатньо простий і зрозумілий шлях врахування вихрових струмів і ефекту їхнього витіснення;
- спосіб може застосовуватися до електротехнічних і електромеханічних систем, магнітні кола яких можна описувати еквівалентними заступнimi схемами;
- використання у комп'ютерному моделюванні забезпечує вищу швидкодію порівняно з розв'язуванням польових задач, при цьому досягається точність отриманих результатів, достатня для інженерних розрахунків.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Заблодський М.М. Математичне моделювання електромагнітних і теплових полів в електротепломеханічному перетворювачі енергії [електронний ресурс] / М.М. Заблодський // Науковий портал Донбасу [електронне наукове видання]. – 2007. – №2(2). – Режим доступу до ресурсу : [http://almamater.luguniv.edu.ua/elect\\_v/N2/index.htm](http://almamater.luguniv.edu.ua/elect_v/N2/index.htm).
2. Плахтина О.Г. Уточнення моделі генератора постійного струму при моделюванні електроприводів / О.Г. Плахтина, В.І. Мороз // Вісник ДУ "Львівська політехніка". – 1995. – № 288. – С. 80-83.
3. Федоров Н.Н. Основы электродинамики: Учеб. пособие для вузов / Н.Н. Федоров. – М.: Вышш. шк., 1980. – 399 с.
4. Слежановский О.В. Об учете и компенсации влияния вихревых токов в системах управления потоком возбуждения электрических машин / О.В. Слежановский // Электричество. – 1962. – № 9. – С. 23-27.
5. Мороз В. Уточнення моделі двигуна постійного струму послідовного збудження / В. Мороз, Л. Карплюк // Вісник ДУ "Львівська політехніка". – 1998. – № 347. – С. 118-123.

**Bibliography (transliterated):** 1. Zablods'kij M.M. Matematichne modelyuvannya elektromagnitnih i teplovih poliv v elektrotemehanichnomu peretvoryuvachi energii [elektronniy resurs] / M.M. Zablods'kij // Naukoviy portal Donbasu [elektronne naukove vidannya]. - 2007. - №2(2). - Rezhim dostupu do resursu : [http://almamater.luguniv.edu.ua/elect\\_v/N2/index.htm](http://almamater.luguniv.edu.ua/elect_v/N2/index.htm). 2. Plahchina O.G. Utocnennya modeli generatora postijnogo strumu pri modelyuvanni elektroprivodiv / O.G. Plahchina, V.I. Moroz // Visnik DU "L'viv'ska politehnika". - 1995. - № 288. - S. 80-83. 3. Fedorov N.N. Osnovy 'elektrodinamiki: Ucheb. posobie dlya vuзов / N.N. Fedorov. - M.: Vyssh. shk., 1980. - 399 s. 4. Slezhanovskij O.V. Ob uchete i kompenzacii vliyanija vihrevyih tokov v sistemah upravleniya potokom vozbuždeniya 'elektricheskikh mashin / O.V. Slezhanovskij // 'Elektrichestvo. - 1962. - № 9. - S. 23-27. 5. Moroz V. Utocnennya modeli dviguna postijnogo strumu poslidovnogo zbudzheniya / V. Moroz, L. Karplyuk // Visnik DU "L'viv'ska politehnika". - 1998. - № 347. - S. 118-123.

Надійшла 30.09.2011

Мороз Володимир Іванович, д.т.н., доц.,  
Національний університет "Львівська політехніка"  
інститут енергетики та систем керування

кафедра "Електропривод і автоматизація промислових установок"

79013, Львів, вул. Ст. Бандери, 12  
тел. (032) 2582620, e-mail: [vmoroz@lp.edu.ua](mailto:vmoroz@lp.edu.ua)

Снітков Ігор Філатович  
зав. НДІ-68 СКБ електромеханічних систем  
Національний університет "Львівська політехніка"  
79000, Львів, вул. ак. Ф. Колесси, 2,  
тел/факс (032)-258-24-41, e-mail: [snt68@polynet.lviv.ua](mailto:snt68@polynet.lviv.ua)

Харчинин Богдан Михайлович, к.т.н., с.н.с.  
Національний університет "Львівська політехніка"  
в.о. директора СКБ електромеханічних систем  
пров. наук. співробітник НДІ-68  
79000, Львів, вул. ак. Ф. Колесси, 2,  
тел/факс (032)-258-24-31, e-mail: [xbohdan@gmail.com](mailto:xbohdan@gmail.com)

Moroz V.I., Snitkov I.F., Kharchishin B.M.

**An engineering method of eddy current allowance in electromechanical system models.**

In the article, an engineering method of allowance for eddy currents and effect of their displacement in the magnetic cores in electromechanical system models is introduced, which enables to increase modeling accuracy with insignificant increase in volume of computation.

**Key words – engineering method, electromechanical systems, eddy currents, calculation.**