

## ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ ГРАНИЧНОГО УСЛОВИЯ НА ЛИНИИ ЗАЗОРА ПРИ РАСЧЕТЕ ВЕКТОРНОГО ПОТЕНЦИАЛА В ОБМОТОЧНОМ ОКНЕ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА

*Розглядається плоскопаралельний електромагніт, для якого відомо аналітичний вираз розподілу векторного потенціалу в обмотувальні вікні. На основі використання цього виразу, проведено аналіз можливості адекватного розрахунку магнітного потоку з області зазору в область обмотувального вікна. Показано, що допущення про однорідному полі в зазорі вимагає коректування відповідного розрахункового вираження. Безпосереднім розрахунком визначено значення коефіцієнта, що використовується для відповідної корекції.*

*Рассматривается плоскопаралельный электромагнит, для которого известно аналитическое выражение распределения векторного потенциала в обмоточном окне. На основе использования этого выражения, проведен анализ возможности адекватного расчета магнитного потока из области зазора в область обмоточного окна. Показано, что допущение об однородном поле в зазоре требует корректировки соответствующего расчетного выражения. Непосредственным расчетом определено значение корректирующего коэффициента.*

### ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматривается обмоточное окно плоскопаралельного электромагнита сердечник, которого имеет зазор (рис. 1). Такие электромагниты нашли широкое применение в отечественной и зарубежной промышленности как основа различных электромагнитных механизмов и электрических аппаратов.

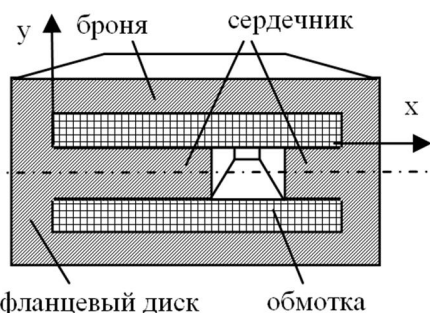


Рис. 1. Плоскопаралельный электромагнит

Расчет таких электромагнитов включает в себя, в качестве одного из этапов, расчет потоков проходящих в обмоточном окне электромагнитов. Этот расчет можно осуществить на основе решения для области обмоточного окна уравнения Пуассона для векторного потенциала магнитного поля. Для симметричного зазора такое решение приведено в работе [1] для несимметричного обмоточного окна такое решение приведено в работе [2].

В обеих этих работах, для границ зоны обмоточного окна (рис. 2) принимаются традиционные граничные условия:

- магнитная проницаемость железа принимается равной бесконечности (идеальное железо);
- индукция магнитного поля на поверхности обмотки, не закрытой железом направлена вдоль оси катушки и имеет постоянное значение;
- распределение электрического тока по сечению обмотки намагничивания является равномерным (плотность тока в проводниках обмотки постоянна).

При этом решение соответствующего уравнения Пуассона, проведено и в [2], и в [3] методом разделения переменных. Это дало согласующиеся между со-

бой аналитические выражения для векторного потенциала в виде бесконечного тригонометрического ряда.

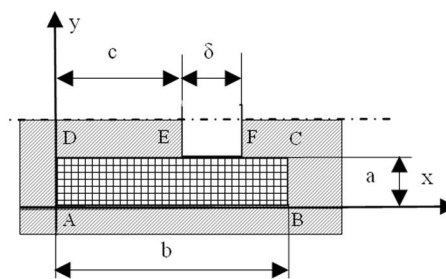


Рис. 2. Плоскопараллельная модель зоны обмоточного окна

В прочем, в [2] второе из указанных граничных условий считается вносящим погрешность в расчетные выражения для магнитных потоков в обмоточном окне и их суммарной проводимости. А именно, в [2] показано, что поправка к расчетной формуле суммарной проводимости магнитных потоков составляет:  $-0,077\mu_0$ . Однако, обоснование указанной поправки, проведено в [2] на основе использования строгого аналитического выражения для проводимости потоков выпучивания между открытыми полюсами, что, учитывая закрытый характер области обмоточного окна, очевидно, не соответствует рассматриваемому случаю. В этой связи, возникает вопрос, о влиянии второго граничного условия на результаты расчетов магнитных потоков и их проводимостей в области обмоточного окна плоскопараллельного электромагнита.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Соответственно изложенному выше, целью данной работы является исследовать погрешность, вносимую допущением о том, что индукция магнитного поля на поверхности обмотки, не закрытой железом, направлена вдоль оси катушки и имеет постоянное значение. Согласно [2], это допущение обусловлено однородностью магнитного поля в зазоре, связанной с равномерным распределением скалярного магнитного потенциала по длине воздушного зазора (в направлении  $x$  рис. 1, 2). Очевидно, что в общем случае на линии "обмотка-зазор" (линия  $EF$  рис. 2) будет иметь

место нормальная составляющая вектора магнитной индукции не равная нулю.

Именно наличие этой составляющей и обуславливает исследуемую погрешность, связанную с наличием магнитного потока из области зазором в области обмоточного окна.

Заметим что при симметричном зазоре ( $\delta = b - 2c$ , рис. 2) суммарный магнитный поток из области зазора в область обмоточного окна равен нулю в силу симметрии распределения векторного потенциала на линии  $DC$  (рис. 2) в этом случае [1].

В случае же несимметричного зазора магнитный поток из области зазора в область обмоточного окна не равен нулю. Его определение по известному распределению векторного потенциала, как показано в [3], дает результаты, практически совпадающие с результатами вычислительного эксперимента, осуществленного с помощью программного продукта FEMM [4, 5], для плоскопараллельного электромагнита с учетом его геометрии (рис. 1). При этом в [3] показано, что для магнитных потоков в железных участках ограничивающих обмоточное окно (участки  $DE$ ,  $FC$ ,  $CB$ ,  $AB$ ,  $AD$  на рис. 2), их расчет на основе использования аналитического выражения для векторного потенциала практически совпадает с результатами вычислительного эксперимента для полной модели плоскопараллельного электромагнита (рис. 1). Такое совпадение свидетельствует, что допущение о постоянстве касательной составляющей индукции на поверхности обмотки в области зазора, является вполне допустимым и не требует полной компенсации потока из зазора в окно, как это предлагается делать в [1].

Как следствие, вопрос о погрешности, вносимой рассматриваемым допущением должен решаться лишь для потока из зазора в окно, наличие которого может влиять на общую проводимость потока рассеяния. В данной работе предлагается решать этот вопрос сравнением аналитических результатов расчетов потока из зазора в окно при равных соотношениях размеров с результатами эксперимента (вычислительного), в котором область обмоточного окна и зазора связаны между собой непосредственно. В этой связи, заметим, что сравнение аналитических расчетов с использованием векторного потенциала, с расчетами по известному методу Ротерса, как это сделано в [1], не является корректным, поскольку сам метод Ротерса является приближенным.

Поскольку влияние рассматриваемого граничного условия на результаты расчетов потока из зазора в обмоточное окно можно исследовать и на симметричном зазоре (при этом, конечно, в силу симметрии следует рассматривать лишь половину зазора), то задачу работы можно сформулировать следующим образом:

- аналитическое определение магнитного потока из зазора в окно (для половины зазора);

- сравнение результатов расчетов по полученному выражению для разных размеров обмоточного окна с результатами вычислительного эксперимента для полной модели рассматриваемого плоскопараллельного электромагнита при тех же соотношениях обмоточного окна;

- определения необходимой коррекции полученного аналитического выражения.

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОТОКА В ОБЛАСТИ ОБМОТОЧНОГО ОКНА

Согласно тому, что изложено выше, рассматриваем плоскопараллельный электромагнит с симметричным зазором (рис. 3), для которого распределение векторного потенциала  $A_z(x, y)$  в области обмоточного окна ( $0 \leq x \leq b$ ;  $0 \leq y \leq a$ ) при указанных выше допущениях определяется с точностью до константы выражением вида [3] (здесь  $j$  – плотность тока в обмотке;  $\mu_0$  – магнитная постоянная):

$$A_z(x, y) = -0.5\mu_0 j y^2 - 2\mu_0 j \frac{ab^2}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} (n\pi)^{-2} \cos\left(n\pi \frac{x}{b}\right) ch\left(n\pi \frac{y}{b}\right) \times sh^{-1}\left(n\pi \frac{a}{b}\right) \left[ \sin\left(n\pi \frac{c+\delta}{b}\right) - \sin\left(n\pi \frac{c}{b}\right) \right]. \quad (1)$$

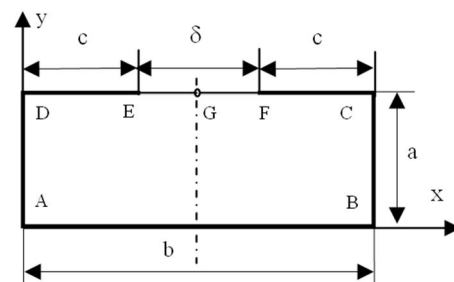


Рис. 3. Модель зоны обмоточного окна плоскопараллельного электромагнита с симметричным зазором

Используя (1) несложно получить аналитическое выражение для искомого магнитного потока из зазора в окно (т.е. потока  $\Phi_{\delta/2}$  через линию  $EG$ , рис. 3). А именно, для удельного значения потока (равно разности значений векторного потенциала в точках  $E$  и  $G$  [6])  $\Phi_{\delta/2} = A_z(c, a) - A_z(c + 0.5\delta, a)$  с учетом (1), можно записать следующее выражение

$$\Phi_{\delta/2} = 2\mu_0 j_z \frac{ab^2}{\delta} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(n\pi \frac{c+0.5\delta}{b}\right) - \cos\left(n\pi \frac{c}{b}\right)}{(n\pi)^2} \times \frac{ch(n\pi a/b)}{sh(n\pi a/b)} \left[ \sin\left(n\pi \frac{c+\delta}{b}\right) - \sin\left(n\pi \frac{c}{b}\right) \right]. \quad (2)$$

## СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТА ПОТОКА $\Phi_{\delta/2}$ С ДАННЫМИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Вычислительный эксперимент проводился с применением программного продукта FEMM для плоскопараллельного электромагнита, эскиз которого представлен на рис. 4. При этом и для вычислений по формуле (2) и для компьютерного эксперимента брались следующие соотношения размеров:  $b = 100$  мм;  $a/b = 0,25-1$ ;  $\delta/b = 0-1$ .

Значение плотности тока принималось равным  $j = 1$  А/мм<sup>2</sup>; магнитная проницаемость материала магнитопровода электромагнита принималась равной

$10^5 \mu_0$  ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м), чтобы смоделировать ненасыщенное магнитное состояние полюсов при бесконечной магнитной проницаемости их материала.

Отметим, что возможности программного продукта FEMM позволяют определять магнитные потоки с любой выделенной плоскости (линия на плоскости экрана) [5]. Причем, чтобы получить удельное значение магнитного потока результат расчета по FEMM необходимо делить на задаваемую единицу длины.

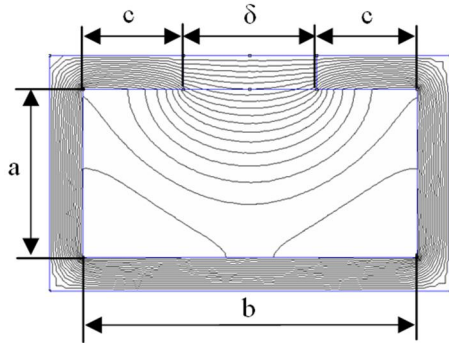


Рис. 4. Эскиз модели электромагнита в программе FEMM

Результаты проведенных расчетов удельного значения (на единицу длины электромагнита) потока  $\Phi_{\delta/2}$  ( $10^{-4}$  Вб/м) для принятых отношения параметров электромагнита представлены в табл. 1.

Таблица 1

$\delta/b$	$a/b$					
	0,25		0,5		1	
	Расчет $\Phi_{\delta/2}$ , $10^{-4}$ Вб/м					
	по FEMM	по (2)	по FEMM	по (2)	по FEMM	по (2)
0,1	3,88	6,99	7,85	13,6	15,4	29,5
0,2	3,97	6,93	7,80	13,7	15,6	26,2
0,3	3,96	6,89	7,60	13,1	15,5	26,2
0,4	3,80	6,72	7,26	12,5	14,2	25,3
0,5	3,51	6,41	6,64	11,7	13,1	23,2
0,6	3,16	5,89	5,88	10,6	11,5	21,1
0,7	2,62	5,12	4,88	9,20	9,80	18,4
0,8	2,01	4,05	3,82	7,40	7,59	14,7
0,9	1,25	2,59	2,43	4,80	4,85	9,53
1	0	0	0	0	0	0

Как видно из полученных результатов (табл. 1), расчет потока  $\Phi_{\delta/2}$ , в самом деле, дает существенную погрешность, которая практически не изменяется во всем диапазоне возможных значений зазоров ( $0 \leq \delta \leq b$ ). Целью дальнейшего было осуществить коррекцию этой погрешности, которая заметит будет тем меньше влиять на общий поток рассеивания через обмоточное окно, тем меньшую долю в этом суммарном потоке будет составлять поток  $\Phi_{\delta/2}$ .

#### КОРРЕКЦИЯ РАСЧЕТНОГО ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПОТОКА $\Phi_{\delta/2}$

Относительно данных, приведенных в табл. 1, можно заметить, что отношение данных, полученных расчетом по (2), к данным, полученным при компьютерном расчете (FEMM), приблизительно постоянно, как это видно из данных (табл. 2), в которой приведе-

но указанное отношение для соответствующих соотношений размеров обмоточного окна.

Таблица 2

$\delta/b$	$a/b$		
	0,25	0,5	1
0,1	1,80	1,66	1,92
0,2	1,75	1,75	1,68
0,3	1,74	1,73	1,74
0,4	1,77	1,72	1,78
0,5	1,83	1,77	1,77
0,6	1,86	1,81	1,83
0,7	1,95	1,89	1,88
0,8	2,03	1,93	1,93
0,9	2,06	1,99	1,99

Как следствие, несложно заметить, что требуемую коррекцию расчетного выражения (2) можно осуществить простым делением этого выражения на корректирующий коэффициент  $k$ , равный среднему арифметическому числовых значений приведенных в табл. 2. Соответствующий расчет дает для указанного коэффициента значение  $k = 1,8$ .

На рис. 5 приведены результаты расчетов удельного потока  $\Phi_{\delta/2}$  с указанной коррективкой. На этом же рисунке приведены графические результаты расчета  $\Phi_{\delta/2}$  с помощью программного продукта FEMM. Как видно, сравнение этих результатов позволяет сделать вывод о том, что предлагаемая коррекция является достаточной.

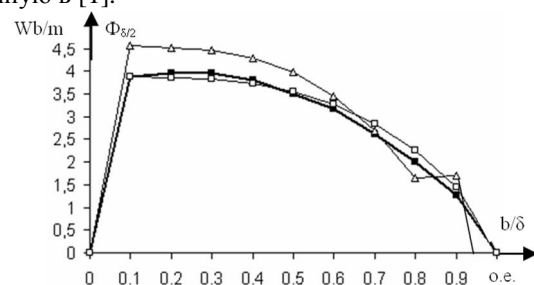
На рис. 5, кроме указанных результатов расчетов, приведены результат расчета потока  $\Phi_{\delta/2}$  по (2) с коррекцией значения этого потока по рекомендации из [1], заключающийся в уменьшении расчетного значения потока  $\Phi_{\delta/2}$  по (2) на величину

$$-0,077\mu_0 \cdot jab. \quad (3)$$

Выражение (3) получено умножением на магнитодвижущую силу обмотки ( $jab$ ) на величину корректирующей проводимости для потоков рассеяния в обмоточном окне, полученную в [1].

В связи с этой коррекцией заметим, что она не зависит от зазора и может приводить к отрицательному значению потока  $\Phi_{\delta/2}$ , как это видно, из соответствующих графиков на рис. 5.

Что же касается предлагаемой коррекции с помощью  $k = 1,8$ , то она приемлема на всем возможном диапазоне изменения зазора для широкого диапазона изменения соотношения размеров обмоточного окна  $a/b$ . Это решает задачу определения практического метода расчета поля рассеяния при  $a/\delta < 3$ , поставленную в [1].



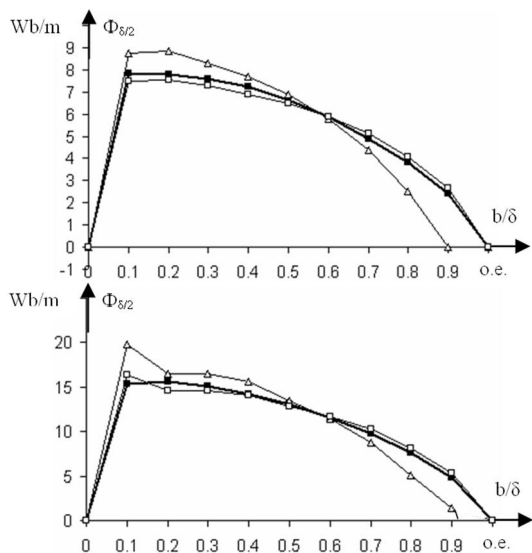


Рис. 5. Расчет потока  $\Phi_{\delta/2}$ :  $\Delta$  – по формуле (2) с коррекцией по (3);  $\blacksquare$  – компьютерный расчет с применением программного продукта FEMM;  $\circ$  – по формуле (2) с коррекцией на коэффициент  $k = 1,8$

### ВЫВОДЫ

1. Расчет магнитного потока рассеяния из зазора в обмоточное окно плоскопараллельного электромагнита по известному распределению векторного потенциала в области обмоточного окна, полученному при допущении о равномерном распределении скалярного потенциала в зазоре, дает завышенное значение этого потока.

2. Отмеченное завышение имеет практически регулярный характер, что позволяет достаточно точно определять магнитный поток рассеяния из зазора в обмоточное окно на всем диапазоне изменения отношения его размеров, если уменьшать в 1,8 раза расчетный результат, получаемый при использовании известного аналитического выражения для векторного потенциала в рассматриваемом случае.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долинский Ю.М. К расчету втяжных электромагнитов / Ю.М. Долинский // Вестник ХПИ. – 1968. – № 28(76). – С. 56-62.
2. Бранспиз Ю.А. Расчет векторного потенциала в обмоточном окне плоскопараллельного электромагнита с несимметричным зазором / Ю.А. Бранспиз, А.А. Вельченко // Техническая электродинамика: Тем. выпуск "Проблемы современной электроники". – 2010. – Ч. 1. – С. 21-24.

3. Загирняк М.В. Исследования распределения магнитных потоков в обмоточном окне плоскопараллельного электромагнита / М.В. Загирняк, Ю.А. Бранспиз, А.А. Вельченко // Электромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2011. – Вип. 2/2011 (14) – С. 116-120.
4. Meeker D. Finite element method magnetics: User's manual [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://femm.berlios.de>.
5. Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов: Магнитные цепи, поля и программа FEMM. – М.: Изд. центр "Академия", 2005. – 336 с.
6. Нейман Л.Р. Теоретические основы электротехники. В 2-х т. Т. 2 / Л.Р. Нейман, К. С. Демирчян. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Dolinskij Yu.M. K raschetu vtyazhnyh `elektromagnitov / Yu.M. Dolinskij // Vestnik HPI. - 1968. - № 28(76). - S. 56-62. 2. Branspiz Yu.A. Raschet vektornogo potenciala v obmotochnom okne ploskoparallel'nogo `elektromagnita s nesimmetrichnym zazorom / Yu.A. Branspiz, A.A. Vel'chenko // Tehnicheskaya `elektrodinamika: Tem. vypusk "Problemy sovremennoj `elektroniki". - 2010. - Ch. 1. - S. 21-24. 3. Zagirnyak M.V. Issledovaniya raspredeleniya magnitnyh potokov v obmotochnom okne ploskoparallel'nogo `elektromagnita / M.V. Zagirnyak, Yu.A. Branspiz, A.A. Vel'chenko // Elektromehanichni i energozberigayuchi sistemi. - 2011. - Vip. 2/2011 (14) - S. 116-120. 4. Meeker D. Finite element method magnetics: User's manual [Elektronnyj resurs]. - Rezhim dostupa: <http://femm.berlios.de>. 5. Bul' O.B. Metody rascheta magnitnyh sistem `elektricheskikh apparatov: Magnitnye celi, polya i programma FEMM. - M.: Izd. centr "Akademiya", 2005. - 336 s. 6. Nejman L.R. Teoreticheskie osnovy `elektrotehniki. V 2-h t. T. 2./ L.R. Nejman, K. S. Demirchyan. - L.: `Energoizdat, 1981. - 416 s.

Поступила 20.09.2011

Бранспиз Юрий Адольфович, д.т.н, проф.,

Вельченко Анна Александровна

Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля  
кафедра "Прикладная физика"  
91034, Луганск, кв. Молодежный, 20-а  
тел. (0642) 500829, e-mail: branspiz@mail.ru

Branspiz Yu.A., Velchenko A.A.

### Verification of boundary conditions adequacy on the gap line in calculating a vector potential in parallel-plane electromagnet window space.

A parallel- plane electromagnet with a known analytical expression for vector potential distribution in the window space is considered. With this expression application, adequate calculation possibilities for the gap - window space magnetic flux are analyzed. It is shown that the assumption of the gap uniform field requires correcting of the corresponding expression. The corrective coefficient is specified through direct estimation.

**Key words** – **electromagnet, window space, vector potential, adequate calculation.**