

PACS numbers: 32.30.Rj, 34.80.Dp, 78.70.En, 79.20.Ap, 79.20.Kz, 82.80.Pv

## Вплив зарядового стану атома на інтенсивність рентгенівської $K_{\alpha}L^1$ -емісії Ті та Сг

М. А. М. Аль-Омари, М. О. Боровий

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,  
фізичний факультет,  
вул. Володимирська, 60,  
01033 Київ, Україна

Експериментально досліджено відносну інтенсивність  $\gamma = I(^3P) / I(^1P)$  групи рентгенівських емісійних  $K_{\alpha}L^1$ -сателітів Ті й Сг у металах та їх йонно-ковалентних сполуках. Встановлено, що при переході від металів Ті й Сг до карбідів та оксидів TiC, Cr<sub>3</sub>C<sub>2</sub>, TiO<sub>2</sub>, Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> величина  $\gamma$  зменшується на 30–50% при зростанні ефективного заряду атомів металів. Причина зменшення відносної інтенсивності може бути зумовлена залежністю взаємодії конфігурацій  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S)$  та  $KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$  від екранування  $K$ - та  $L_{2,3}$ -вакансій вільними електронами. У металах таке екранування істотно зменшує амплітуди переходів між станами конфігурацій  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S)$  та  $KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$ . В йонно-ковалентних сполуках екранування практично відсутнє; тому значне посилення Кулонової взаємодії ежектованого  $2p$ -електрона з  $L_{2,3}$ -вакансією приводить до змішування станів  $^3P$ - та  $^1P$ -термів  $KL_{2,3}$ -конфігурації через потужні міжканальні переходи  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S) \rightarrow KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$ .

**Ключові слова:** ефективний заряд, рентгенівські  $K_{\alpha}L^1$ -сателіти, екранування, конфігураційна взаємодія.

Corresponding author: Al-Omari Mohammad Abdulla Mohammad  
E-mail: d.malikshurman@gmail.com

Taras Shevchenko National University of Kyiv,  
Faculty of Physics,  
60 Volodymyrska Str., UA-01033 Kyiv, Ukraine

Citation: M. A. M. Al-Omari and M. O. Borovyi, Influence of a Charge State of Atom on Intensity of X-Ray  $K_{\alpha}L^1$  Emission of Ti and Cr, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 3: 301–310 (2018) (in Ukrainian), DOI: 10.15407/mfint.40.03.0301.

The relative intensity,  $\gamma = I(^3P) / I(^1P)$ , of the group of X-ray emission Ti and Cr  $K_{\alpha}L^1$ -satellites in metals and their ion-covalent compounds is experimentally investigated. As established, the value of  $\gamma$  decreases by 30–50% at the transition from metals, Ti and Cr, to carbides and oxides, TiC,  $Cr_3C_2$ ,  $TiO_2$ ,  $Cr_2O_3$ , with increasing of effective charge of metal atoms. The cause of the  $\gamma$  value decreasing may be due to the dependence of the  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S)$  and  $KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$  configurations' interaction on the screening of the  $K$ - and  $L_{2,3}$ -vacancies by free electrons. In metals, this screening substantially reduces the amplitudes of transitions between the states of the  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S)$  and  $KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$  configurations. In ion-covalent compounds, the screening is practically absent; so, a significant enhancement of the Coulomb interaction of the ejected  $2p$ -electron with  $L_{2,3}$ -vacancy leads to a mixture of the  $^3P$ - and  $^1P$  states of  $KL_{2,3}$ -configuration by means of the intense interchannel  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S) \rightarrow KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$  transitions.

**Key words:** effective charge, X-ray  $K_{\alpha}L^1$  satellites, screening, configuration interaction.

Експериментально досліджена відносна інтенсивність  $\gamma = I(^3P) / I(^1P)$  групи рентгеновських емісійних  $K_{\alpha}L^1$ -сателітів Ti і Cr в металах і їх іонно-ковалентних сполученнях. Встановлено, що при переході від металів Ti і Cr к карбідам і оксидам TiC,  $Cr_3C_2$ ,  $TiO_2$ ,  $Cr_2O_3$  величина  $\gamma$  зменшується на 30–50% при збільшенні ефективного заряду атомів металів. Причина зменшення величини  $\gamma$  може бути обумовлена залежністю взаємодії конфігурацій  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S)$  і  $KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$  від екранування  $K$ - і  $L_{2,3}$ -вакансій вільними електронами. В металах таке екранування суттєво зменшує амплітуди переходів між станами конфігурацій  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S)$  і  $KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$ . В іонно-ковалентних сполученнях екранування практично відсутнє; тому значительне посилення кулоновського взаємодії інжектованого  $2p$ -електрона з  $L_{2,3}$ -вакансією приводить к змішуванню состояний  $^3P$ - і  $^1P$ -термов  $KL_{2,3}$ -конфігурації за счєт інтенсивних міжканальних переходов  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S) \rightarrow KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$ .

**Ключевые слова:** эффективный заряд, рентгеновские  $K_{\alpha}L^1$ -сателлиты, экранирование, конфигурационное взаимодействие.

(Отримано 12 грудня 2017 р.)

## 1. ВСТУП

На сьогодні одним з ефективних експериментальних методів оцінювання зарядового стану атому у твердому тілі залишається рентгєнівська емісійна спектроскопія. Такі дослідження базуються,

головним чином, на визначенні зсувів енергій діаграмних ліній  $K$ -серії та експериментальних розподілів інтенсивності емісійних  $K_{\beta_{2,5}}$ -смуг [1–3]. Відповідна рентгенівська емісія є результатом одноелектронних переходів між одновакансійними станами. В той же час, відомі рентгенівські емісійні лінії, які відповідають одноелектронним радіаційним переходам в атомах із двома вакансіями — рентгенівські  $K_{\alpha}L^1$ -сателіти. Зокрема, йонізація  $K$ -оболонки електронами та фотонами може супроводжуватися викидом  $2p$ -електрона (shake-off-процес — SO) з утворенням двовакансійних  $^1P$ -,  $^3P$ -станів  $KL_{2,3}$ -конфігурації. Одноелектронний радіаційний розпад цих станів і породжує  $K_{\alpha}L^1$ -сателіти, до яких належать  $K_{\alpha_3}$ -лінії — розпад  $^3P$ -станів через переходи, та  $K_{\alpha_4}$ -,  $K_{\alpha'}$ -лінії — розпад  $^1P$ -станів через переходи  $^1P_1(KL_{2,3}) - ^1D_2(L_{2,3}^2)$  та  $^1P_1(KL_{2,3}) - ^1S_0(L_{2,3}^2)$  [4–6]. Важливою особливістю вказаних сателітів є значна чутливість відносної інтенсивності  $\gamma = I(K_{\alpha_3}) / [I(K_{\alpha_4}) + I(K_{\alpha'})]$  до параметрів хемічного зв'язку атома, що випромінює. Зокрема, ще у ранніх роботах [7, 8] було виявлено зменшення величини  $\gamma$  у середньому від 1,2 до 0,6 при переході від чистих елементів Mg, Al, Si до відповідних оксидів. Для атомів Сульфуру величина відносної інтенсивності  $\gamma$  зменшувалася у сполуках вже як з позитивним, так і негативним зарядом атомів S [9, 10]. Стосовно  $3d$ -елементів у літературі невідомі експериментальні роботи, в яких би досліджувався вплив хемічного зв'язку на відносну інтенсивність  $K_{\alpha_3}$ - та  $K_{\alpha_4}$ -сателітів. Однак, такі дані уможливили б розширити коло хемічних елементів, для яких на основі відносної інтенсивності  $\gamma$  можна було б одержати інформацію про зарядовий стан атома. Тому у представленій роботі було експериментально досліджено структуру та відносну інтенсивність  $K_{\alpha_3}$ - та  $K_{\alpha_4}$ -сателітів Ті та Ср в металах, оксидах та карбідах, а також запропоновано модель впливу хемічного зв'язку на відносну інтенсивність сателітів  $\gamma$ .

## 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТУ

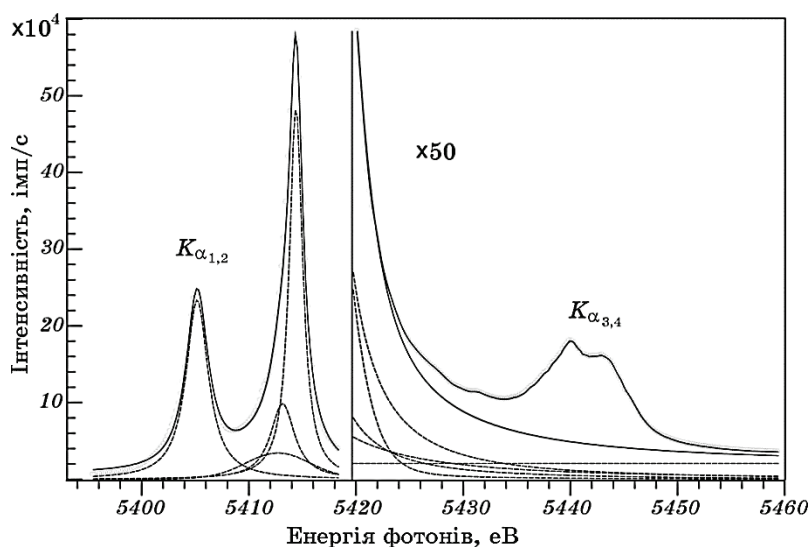
Рентгенівські  $K_{\alpha}$ -спектри Ті та Ср збуджувалися електронним пучком з енергією 50 кеВ (електронна гармата приладу ЕММА-2).  $K_{\alpha}$ -спектри Ті реєструвалися у третьому порядку відбивання від площин  $(10\bar{1}0)$ , а  $K_{\alpha}$ -спектри Ср — у другому порядку відбивання від площин  $(10\bar{1}0)$  вигнутого за Іоганном монокрystalу кварцу. Роздільча здатність спектрографа, зумовлена розширенням спект-

ральної лінії при фокусуванні за Іоганновим методом, складала 0,4 еВ ( $K_{\alpha}$  Cr) та 0,3 еВ ( $K_{\alpha}$  Ti). Методику одержання та обробки спектрограм наведено у роботах [11, 12]. Як приклад, типовий  $\text{Cr}K_{\alpha}$ -спектер представлено на рис. 1. При виділенні групи  $K_{\alpha_{3,4}}$ -ліній з загального  $K_{\alpha}$ -контуру  $K_{\alpha_1}$ - та  $K_{\alpha_2}$ -лінії апроксимувалися кожна власною Фойгттовою функцією з Гауссовою шириною у 0,4 еВ (Cr) і 0,3 еВ (Ti); при цьому решта параметрів функцій варіювалася в процесі підгонки. Для підвищення точності поділу вводився додатковий Фойгтів контур, що зумовлено складною мультиплетною структурою  $K_{\alpha_{1,2}}$ -спектрів 3d-елементів.

$K_{\alpha}$ -спектри збуджувалися у чистих металах Ti та Cr, а також оксидах  $\text{TiO}_2$  (рутил),  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , карбідах TiC,  $\text{Cr}_3\text{C}_2$ . Хемічна чистота зразків була не нижче, ніж 99,99%. Для з'ясування впливу хемічного зв'язку на параметри рентгенівських  $K_{\alpha}L^1$ -сателітів оцінювалися ефективні заряди атомів Ti та Cr у вказаних сполуках з використанням концепції електронегативностей [13].

### 3. РЕЗУЛЬТАТИ

Типовий спектер  $K_{\alpha_{3,4}}$ -сателітів Cr у чистому металі та його йонно-ковалентних сполуках наведено на рис. 2;  $K_{\alpha_{3,4}}$ -спектер Ti по-



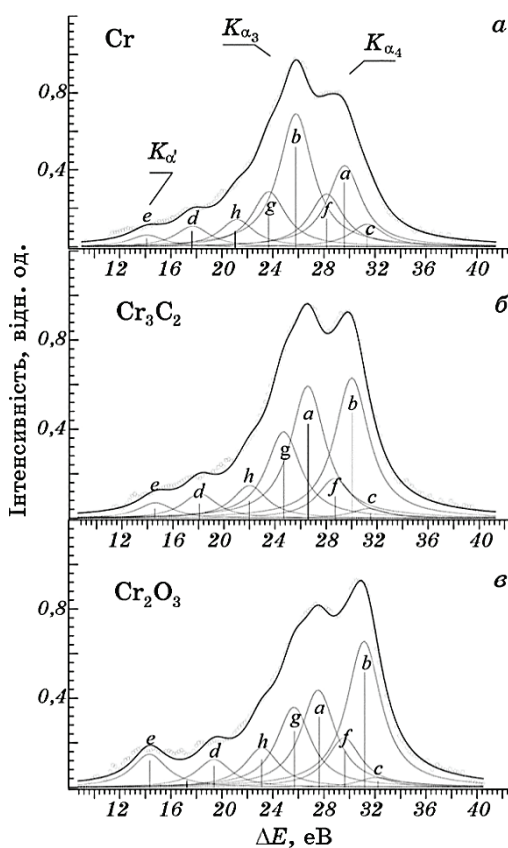
**Рис. 1.** Рентгенівський емісійний  $K_{\alpha}$ -спектер Cr при електронному збудженні.

**Fig. 1.**  $\text{Cr}K_{\alpha}$  X-ray emission spectrum at the electron excitation.

дібний до спектру Cr. Величина  $\Delta E$  вказує енергію сателітів відносно енергії  $K_{\alpha_1}$ -лінії. Для визначення відносної інтенсивності  $\gamma$  враховано, що радіаційний розпад станів  $^3P_{0,1,2}$  породжує 6 окремих переходів ( $K_{\alpha_3}$ -сателіт), а саме,  $^3P_2 - ^3P_2$  (b),  $^3P_1 - ^3P_2$  (c),  $^3P_2 - ^3P_1$  (d),  $^3P_0 - ^3P_1$  (f),  $^3P_1 - ^3P_0$  (g),  $^3P_1 - ^3P_1$  (h); радіаційний розпад  $^1P_1$  стану породжує  $K_{\alpha_4}$ -сателіт — перехід  $^1P_1 - ^1D_2$  (a), а також  $K_{\alpha'}$ -сателіт — перехід  $P_1 - ^1S_0$  (e) [14]. Тоді

$$\gamma = \frac{I(^3P)}{I(^1P)} = \frac{I(b) + I(f) + I(d) + I(c) + I(g) + I(h)}{I(a) + I(e)}$$

Отже, поділ групи  $K_{\alpha_{3,4}}$ -сателітів виконувався на 8 компонентів



**Рис. 2.**  $K_{\alpha}L^1$ -сателіти Cr: а — чистий елемент; б — карбід  $Cr_3C_2$ ; в — оксид  $Cr_2O_3$ .

**Fig. 2.** Cr  $K_{\alpha}L^1$ -satellites: а—pure element; б— $Cr_3C_2$  carbide; в— $Cr_2O_3$  oxide.

$a-h$ , кожен з яких апроксимувався окремою Фойгтовою функцією. У процесі підгонки для кожного компонента варіювалися пікова інтенсивність і положення максимуму, тоді як напівширини усіх максимумів підтримувалися однаковими.

Одержані значення відносної інтенсивності  $\gamma$  Ti та Cr, а також значення їх ефективних зарядів наведено у табл. 1. Звертає на себе увагу помітне зменшення відносної інтенсивності  $\gamma$  при переході від чистого Cr до карбіду  $\text{Cr}_3\text{C}_2$  — ефект складає 39%. При переході Ti–TiC величина  $\gamma$  зменшується на 14%. Перехід від карбідів до оксидів ( $\text{Cr}_3\text{C}_2$ – $\text{Cr}_2\text{O}_3$  та TiC– $\text{TiO}_2$ ) супроводжується подальшим зменшенням відношення  $\gamma$ , так що у підсумку відносні інтенсивності в оксидах  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  та  $\text{TiO}_2$  виявилися меншим, ніж у чистих металах Ti і Cr на 37% та 52% відповідно.

Отже, ефект зменшення відносної інтенсивності  $\gamma$  при переході від чистих елементів до сполук з йонно-ковалентним зв'язком спостерігається і для  $3d$ -елементів, причому величина ефекту практично така ж, що і для  $3p$ -елементів. Відзначимо, що відношення інтенсивності усієї групи  $K_{\alpha_{3,4}}$ -сателітів до інтенсивності  $K_{\alpha_{1,2}}$ -ліній для кожного з елементів залишалось практично незмінним у ряду «метал–карбід–оксид» і складало  $(1,80 \pm 0,10)\%$  та  $(1,33 \pm 0,08)\%$  для Ti та Cr відповідно.

#### 4. ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Розглянемо можливі механізми впливу зарядового стану атома на відносну інтенсивність рентгенівських емісійних  $K_{\alpha}L^1$ -ліній. Оскільки швидкості радіаційних переходів  $a-h$  практично нечутливі до величини ефективного заряду атома [15], то зміни відносної інтенсивності  $\gamma$  мають бути зумовленими чутливістю перерізів генерації  $\sigma(^1P_1)$  та  $\sigma(^3P_{0,1,3})$  термів  $KL_{2,3}$ -конфігурації до найближчого оточення атому, що випромінює. У ранніх роботах [16, 17] було показано, що при йонізації електронних оболонок за SO-механізмом може бути суттєвою конфігураційна взаємодія у кін-

**ТАБЛИЦЯ 1.** Відносні інтенсивності  $K_{\alpha}L^1$ -сателітів та ефективні заряди атомів Ti, Cr.

**TABLE 1.** The relative intensities of  $K_{\alpha}L^1$ -satellites and effective charges of Ti and Cr atoms.

	Ti	TiC	TiO <sub>2</sub>	Cr	Cr <sub>3</sub> C <sub>2</sub>	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
$\gamma$ , %	1,94	1,66	1,23	3,56	2,17	1,23
Ефективний заряд, частка заряду електрона	–	+1,3	+2,2	–	+1,1	+2,1

цевому стані, пов'язана з наявністю вибитого електрона у неперервному спектрі. Тоді у випадку  $KL_{2,3}$ -йонізації двократно йонізований атомний залишок та  $2p$ -електрон у неперервному спектрі утворюють континууми  $\psi_{3p}(E)$  та  $\psi_{1p}(E)$ , що взаємодіють:  $\psi_{3p}(E) = \int d\varepsilon [C_{11}U_{1\varepsilon} + C_{12}U_{2\varepsilon}]$  та  $\psi_{1p}(E) = \int d\varepsilon [C_{21}U_{1\varepsilon} + C_{22}U_{2\varepsilon}]$ , де  $E$  та  $\varepsilon$  — кінетичні енергії: електрона, що йонізує атом, та  $2p$ -електрона у неперервному спектрі відповідно;  $U_{1\varepsilon}(KL_{2,3}({}^3P)\varepsilon p^2 S)$  та  $U_{2\varepsilon}(KL_{2,3}({}^1P)\varepsilon p^2 S)$  — власні функції системи  $KL_{2,3}$ -йонізованого атом —  $2p$ -електрон у неперервному спектрі;  $|C_{11}| > |C_{12}|$ ,  $|C_{22}| > |C_{21}|$  — коефіцієнти змішування конфігурацій [18]. До змішування конфігурацій приводить Кулонова взаємодія повільного  $2p$ -електрона, який ежектуюється при SO-процесі, з  $KL_{2,3}$ -йонізованим залишком. Тоді відношення перерізів збудження усіх можливих станів  ${}^3P$ - та  ${}^1P$ -термів  $KL_{2,3}$ -конфігурації відрізняється від статистичного 3:1 і може бути визначено через матричні елементи операторів переходів із початкового нерелаксованого стану з  $K$ -вакансією  $\psi(1s^{-1}({}^2S))$  до станів  $\psi_{3p}(\varepsilon)$  та  $\psi_{1p}(\varepsilon)$ :

$$\frac{\sigma({}^3P)}{\sigma({}^1P)} = \frac{\int \left| \langle \psi_{3p}(\varepsilon) | \psi(1s^{-1}({}^2S)) \rangle \right|^2 d\varepsilon}{\int \left| \langle \psi_{1p}(\varepsilon) | \psi(1s^{-1}({}^2S)) \rangle \right|^2 d\varepsilon}. \quad (1)$$

Матричні елементи переходів (1) залежать від матричних елементів оператора взаємодії конфігурацій  $V_{i\varepsilon, j\varepsilon'}$ , ( $i, j = 1, 2$ ), міжканальної при  $i \neq j$  та внутрішньоканальної при  $i = j$ . Зокрема, для міжканальної взаємодії матричні елементи визначаються узагальненими Слетеровими інтегралами [19]:

$$V_{1\varepsilon, 2\varepsilon'} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} R^0(2p, \varepsilon p; \varepsilon' p, 2p) + \frac{1}{2\sqrt{3}} R^1(1s, \varepsilon p; \varepsilon' p, 1s), \quad (2)$$

$$R^0(2p, \varepsilon p; \varepsilon' p, 2p) = \int_0^{\infty} dr_1 \int_0^{\infty} dr_2 \frac{1}{r_>} R_{2p}(r_1) R_{\varepsilon p}(r_2) R_{\varepsilon' p}(r_1) R_{2p}(r_2), \quad (3)$$

$$R^1(1s, \varepsilon p; \varepsilon' p, 1s) = \int_0^{\infty} dr_1 \int_0^{\infty} dr_2 \frac{r_<}{r_>} R_{1s}(r_1) R_{\varepsilon p}(r_2) R_{\varepsilon' p}(r_1) R_{1s}(r_2), \quad (4)$$

де  $R_{1s}(r)$ ,  $R_{2p}(r)$  — радіальні хвильові функції електронів у дискретних  $1s$ - та  $2p$ -станах;  $R_{\varepsilon p}(r)$ ,  $R_{\varepsilon' p}(r)$  — радіальні хвильові функції  $2p$ -електрона у континуумі.

Важливо наголосити, що у металах екранування внутрішньої

вакансії вільними електронами фактично призводить до того, що  $\epsilon p$ -електрон взаємодіє з атомним залишком протягом часу  $t < \tau_p$ , за який встигає пройти шлях порядку міжатомової віддалі. Це означає, що при обчисленні інтегралів (3), (4), як і при обчисленні матричних елементів (2), необхідно обирати верхню границю інтегрування  $r_a = 2-4 \text{ \AA}$ , а не  $r_a = \infty$ . Останнє значення краще відповідає йонним кристалам, в яких відсутнє динамічне екранування  $K$ -вакансії вільними електронами.

Слетерові інтеграли (3), (4) обчислювалися з використанням нерелятивістських воднеподібних екранованих радіальних функцій  $R_{1s}(r)$ ,  $R_{2p}(r)$ ,  $R_{3p}(r)$  при різних значеннях верхньої границі інтегрування. Виявилось, що обмеження області перекриття радіальних функцій при переході від  $r_a = \infty$  до  $r_a = 2 \text{ \AA}$  приводить до зменшення інтеграла  $R^0$  на 28%, тоді як інтеграл  $R^1$  зменшується тільки на 7%. У подальшому за одержаними значеннями Слетерових інтегралів обчислювалися матричні елементи оператора міжканальної взаємодії (2), які використовувалися для визначення відношення перерізів (1). Встановлено, що відношення перерізів  $\sigma(^3P)/\sigma(^1P)$  зростає від 2,23 ( $r_a = \infty$ ) до 2,76 ( $r_a = 2 \text{ \AA}$ ). Отже, обмеження просторової області, в якій відбувається Кулонова взаємодія ежектованого  $2p$ -електрона з  $KL_{2,3}$ -йонізованим атомним залишком, приводить до помітного зменшення відношення  $\sigma(^3P)/\sigma(^1P)$ .

## 5. ВИСНОВКИ

Експериментально встановлено, що при переході від чистих  $3d$ -елементів  $Ti$ ,  $Cr$  до карбідів та оксидів  $TiC$ ,  $Cr_3C_2$ ,  $TiO_2$ ,  $Cr_2O_3$  відносна інтенсивність  $\gamma$   $K_{\alpha_{3,4}}$ -сателітів зменшується на 30–50% при зростанні ефективного заряду атомів  $Ti$  та  $Cr$ . Причину зменшення відносної інтенсивності  $\gamma$  може бути зумовлено залежністю взаємодії конфігурацій  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S)$  і  $KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$  від екранування вільними електронами взаємодії ежектованого  $2p$ -електрона з  $K$ - й  $L_{2,3}$ -вакансіями. У металах таке екранування істотно зменшує амплітуди переходів між станами конфігурацій  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S)$  і  $KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$ . В йонно-ковалентних сполуках екранування практично відсутнє; тому значне посилення Кулонової взаємодії ежектованого  $2p$ -електрона з  $L_{2,3}$ -вакансією приводить до змішування станів  $^3P$ - та  $^1P$ -термів  $KL_{2,3}$ -конфігурації через потужні міжканальні  $KL_{2,3}(^3P)\epsilon p(^2S) \rightarrow KL_{2,3}(^1P)\epsilon p(^2S)$ -переходи.

## ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. В. В. Немошкаленко, *Рентгеновские эмиссионные спектры металлов и сплавов* (Київ: Наукова думка: 1972).



2. L. Mandić, S. Fazinić, and M. Jakšić, *Phys. Rev. A*, **80**: 042519 (2009).
3. I. Han and L. Demir, *Phys. Rev. A*, **82**: 042514 (2010).
4. В. П. Саченко, В. Ф. Демехин, *ЖЭТФ*, **3**, № 49: 765 (1965).
5. N. Shigeoka, H. Oohashi, and T. Tochio, *Phys. Rev. A*, **69**, No. 5: 052505 (2004).
6. R. Diamant, R. Sharon, and W. A. Caliebe, *J. Phys. B*, **39**, No. 3: 651 (2006).
7. В. Ф. Демехин, В. П. Саченко, *Изв. АН СССР. Сер. Физика*, **31**, № 6: 907 (1967).
8. T. Eberg, *Phys. Rev.*, **156**, No. 1: 35 (1967).
9. P. D. Pérez, A. C. Carreras, and J. C. Trincavelli, *J. Phys. B*, **45**, No. 2: 025004 (2012).
10. N. A. Borovoi and Yu. P. Gololobov, *Phys. Sol. State*, **39**, No. 9: 1474 (1997).
11. A. Salnik, Yu. P. Gololobov, and N. A. Borovoy, *Ferroelectrics*, **484**: 62 (2015).
12. N. A. Borovoi, V. V. Ivanov, and V. I. Shiyanovskii, *Optics and Spectroscopy*, **86**, No. 1: 11 (1999).
13. А. Р. Черкасов, В. С. Галкин, Е. М. Зуева, *Успехи химии*, **7**, № 5: 423 (1998).
14. R. Couch and L. Bruce, *Phys. Rev. A*, **44**, No. 5: 3016 (1991).
15. J. H. Scofield, *Phys. Rev. A*, **9**, No. 3: 1041 (1974).
16. C. D. Lin, *Phys. Rev. A*, **9**, No. 1: 171 (1974).
17. A. F. Starace, *Phys. Rev. A*, **2**, No. 1: 118 (1970).
18. D. Chattarji, W. Mehlhorn, and V. Schmidt, *Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena*, **13**, No. 2: 97 (1978).
19. Н. Н. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров* (Москва: ГИФМЛ: 1963).

## REFERENCES

1. V. V. Nemoshkalenko, *Rentgenovskie Emissionnye Spektry Metallov i Splavov* [X-Ray Emission Spectra of Metals and Alloys] (Kiev: Naukova Dumka: 1972) (in Russian).
2. L. Mandić, S. Fazinić, and M. Jakšić, *Phys. Rev. A*, **80**: 042519 (2009).
3. I. Han and L. Demir, *Phys. Rev. A*, **82**: 042514 (2010).
4. V. P. Sаченко and V. F. Demekhin, *ZhETF*, **3**, No. 49: 765 (1965) (in Russian).
5. N. Shigeoka, H. Oohashi, and T. Tochio, *Phys. Rev. A*, **69**, No. 5: 052505 (2004).
6. R. Diamant, R. Sharon, and W. A. Caliebe, *J. Phys. B*, **39**, No. 3: 651 (2006).
7. V. F. Demekhin and V. P. Sаченко, *Izvestiya AN SSSR. Ser. Fizika*, **31**, No. 6: 907 (1967) (in Russian).
8. T. Eberg, *Phys. Rev.*, **156**, No. 1: 35 (1967).
9. P. D. Pérez, A. C. Carreras, and J. C. Trincavelli, *J. Phys. B*, **45**, No. 2: 025004 (2012).
10. N. A. Borovoi and Yu. P. Gololobov, *Phys. Sol. State*, **39**, No. 9: 1474 (1997).

11. A. Salnik, Yu. P. Gololobov, and N. A. Borovoy, *Ferroelectrics*, **484**: 62 (2015).
12. N. A. Borovoi, V. V. Ivanov, and V. I. Shiyanovskii, *Optics and Spectroscopy*, **86**, No. 1: 11 (1999).
13. A. R. Cherkasov, V. S. Galkin, and E. M. Zueva, *Uspekhi Khimii*, **7**, No. 5: 423 (1998) (in Russian).
14. R. Couch and L. Bruce, *Phys. Rev. A*, **44**, No. 5: 3016 (1991).
15. J. H. Scofield, *Phys. Rev. A*, **9**, No. 3: 1041 (1974).
16. C. D. Lin, *Phys. Rev. A*, **9**, No. 1: 171 (1974).
17. A. F. Starace, *Phys. Rev. A*, **2**, No. 1: 118 (1970).
18. D. Chattarji, W. Mehlhorn, and V. Schmidt, *Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena*, **13**, No. 2: 97 (1978).
19. N. N. Sobel'man, *Vvedenie v Teoriyu Atomnykh Spektrov* [Introduction to the Theory of Atomic Spectra] (Moscow: GIFML: 1963) (in Russian).