*Металлофиз. новейшие технол. / Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*
2018, т. 40, № 3, сс. 281–289 / DOI: 10.15407/mfint.40.03.281
Оттиски доступны непосредственно от издателя
Фотокопирование разрешено только
в соответствии с лицензией


## ЭЛЕКТРОННЫЕ СТРУКТУРА И СВОЙСТВА

PACS numbers: 72.15.Gd, 72.15.Jf, 72.15.Lh, 72.15.Nj, 72.20.-i, 73.21.Hb, 73.63.Nm

# Диссипативные токи в квантовой проволоке в поперечном магнитном поле

И. И. Аббасов, Х. А. Гасанов*, Дж. И. Гусейнов*, А. О. Дашдемиров*

*Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности,*
*просп. Азадлыг, 20,*
*1010 Баку, Азербайджан*
**Азербайджанский государственный педагогический университет,*
*ул. У. Хаджибайов, 34,*
*1000 Баку, Азербайджан*

В статье приведены результаты расчёта диагональных диссипативных тензоров гальваномагнитных и термомагнитных коэффициентов на основе выражения для плотности тока в квантовой проволоке произвольного вырождения. Рассмотрены два случая расположения магнитного поля и направления тока: ток вдоль проволоки и ток, направленный перпендикулярно оси проволоки. Показано, что в первом случае можно ограничиться приближением времени релаксации и применять кинетическое уравнение, а во втором — использовать уравнение движения для матрицы плотности. С использованием гамильтониана электронного газа в квантовой проволоке для рассеяния на акустических фононах и упругого рассеяния при высоких температурах найдены выражения для вырожденного случая. Полученные выражения позволяют вычислять все поперечные гальваномагнитные и термомагнитные эффекты в квантовых проволоках.

**Ключевые слова:** диссипативные токи, квантовая проволока, магнитное поле, параболический потенциал, гальваномагнитные и термомагнитные

Corresponding author: Ibrahim I. Abbasov
E-mail: ibrahimabbasov179@gmail.com

*Azerbaijan State Oil and Industrial University,*
*20 Azadliq, 1010 Baku, Azerbaijan*
**Azerbaijan State Pedagogical University,*
*34 U. Hajibayov Str., 1000 Baku, Azerbaijan*

Citation: I. I. Abbasov, Kh. A. Hasanov, J. I. Huseynov, and A. O. Dashdemirov, Dissipative Currents in a Quantum Wire in a Transverse Magnetic Field, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 3: 281–289 (2018) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.40.03.281.

эффекты, кинетическое уравнение.

У статті наведено результати розрахунку діягональних дисипативних тензорів ґальваномагнетних і термомагнетних коефіцієнтів на основі виразу для густини струму в квантовому дроті довільного виродження. Розглянуто два випадки розташування магнетного поля та напрямку струму: струм уздовж дроту та струм, спрямований перпендикулярно осі дроту. Показано, що в першому випадку можна обмежитися наближенням часу релаксації та застосовувати кінетичне рівняння, а в другому — використовувати рівняння руху для матриці густини. Із використанням Гамільтоніяна електронного газу в квантовому дроті для розсіяння на акустичних фононах і пружнього розсіяння при високих температурах знайдено вирази для виродженого випадку. Одержані вирази уможливлюють обчислювати всі поперечні ґальваномагнетні та термомагнетні ефекти в квантових дротах.

**Ключові слова:** дисипативні струми, квантовий дріт, магнетне поле, параболічний потенціял, ґальваномагнетні та термомагнетні ефекти, кінетичне рівняння.

Based on the expression for the current density in the arbitrary degenerated quantum wire, calculation results for the diagonal dissipative components of the galvanomagnetic and thermomagnetic coefficients are given. Two different cases related to the mutual current and magnetic-field directions, namely, ‘current along a wire’ and ‘current directed perpendicularly to the wire axis’, are considered. As shown, for the first case, it is sufficient to apply the relaxation-time approximation and the kinetic equation, whereas for other case, it is possible to use an equation of motion for the density matrix. Using the electron-gas Hamiltonian for the quantum wire and taking into account the scattering on acoustic phonons and the elastic scattering at high temperatures, expressions for the degeneration case are obtained. These expressions allow calculating all the transverse galvanomagnetic and thermomagnetic effects in quantum wires.

**Key words:** dissipative currents, quantum wire, magnetic field, parabolic potential, galvanomagnetic and thermomagnetic effects, kinetic equation.

*(Получено 15 августа 2017 г.; окончат. вариант — 21 января 2018 г.)*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в связи со стремительным развитием технологий микро- и наноэлектроники возник повышенный интерес к наноразмерным системам. В том случае, когда размеры системы сравниваются с длиной волны электронов, происходит качественное изменение физических свойств [1]. Размеры системы являются очень хорошими параметрами, с помощью которых можно управлять её физическими характеристиками; при этом проявляются новые физические явления, которые отсутствуют в массивных образцах. Для электронных систем существуют несколько параметров размерности длины, такие как линейные размеры $d$ (внешний параметр), длина волны де Бройля $\lambda$, длина свободного пробега $l$, магнитная длина $R$ (внутренние параметры), сравнение которых приводит к обнаружению новых явлений и свойств [2].

Сейчас электронные явления переноса в низкоразмерных системах, таких как размерно-квантованные плёнки, слоистые кристаллы, сверхрешётки, квантовые проволоки, квантовые точки, являются объектом интенсивного изучения как экспериментально, так и теоретически. Физика наноструктурных материалов является актуальным разделом современной физики твёрдого тела. Интерес к таким системам связан с резкой анизотропией спектра [3].

Практический интерес к изучению как равновесных свойств, так и явлений электронного переноса в наноразмерных системах связан, в первую очередь, с широкими возможностями их использования в прикладных областях, прежде всего, для создания принципиально новых элементов и устройств, обеспечивающих прогресс в сфере микроэлектроники. С помощью методов «зонной инженерии» и «инженерии волновых функций» можно создавать квантово-размерные структуры, обладающие заданным электронным спектром и требуемыми электронными, оптическими, волновыми и другими свойствами [4].

Целью настоящей работы является исследование диссипативного тока произвольно вырожденных двумерных электронов, ограниченных параболическим потенциалом в планарной проволоке, при наличии магнитного поля $H$, перпендикулярного оси проволоки.

## 2. ТЕОРИЯ

В работе [5], исходя из выражения для плотности тока в квантовой проволоке, были рассчитаны тензоры гальваномагнитных и термомагнитных коэффициентов. Квантовые проволоки — это системы, в которых движение носителей заряда квантовано в двух направлениях [8]; в этой работе было рассмотрено особое явление — сильно вырожденный электронный ферми-газ. В настоящей работе изучим тензоры гальваномагнитных и термомагнитных коэффициентов на основе выражения для плотности тока в квантовой проволоке произвольного вырождения. Предполагается, что магнитное поле направлено перпендикулярно оси проволоки. В зависимости от направления магнитного поля и тока реализуются два случая.

Если ток направлен вдоль оси проволоки, то можно воспользоваться приближением времени релаксации и кинетическим уравнением [6]. В общем, кроме этого вклада, называемого зонным, на проводимость также влияет миграция, связанная с дрейфовым движением центра осциллятора во внешнем магнитном поле [7, 8].

По сравнению с рассмотренным вкладом при условии $\omega\tau >> 1$ последнее слагаемое $(\omega\tau)^{-2}$ имеет меньшую величину.

Во втором случае, когда ток направлен перпендикулярно оси квантовой проволоки, необходимо использовать уравнение движения для матрицы плотности. В этом случае для диагональных компонент гальваномагнитных коэффициентов получим выражения, аналогичные тем, которые были определены Адамсом и Холстейном [9], а также соответствующие выражения для диагональных компонентов термомагнитных коэффициентов, найденные Ансельмом и Аскеровым [10].

Чтобы определить интересующие нас эффекты, надо иметь соотношения, связывающие компоненты токов, электрического поля и градиента температуры. Они могут быть записаны в виде обобщённого закона Ома и теплопроводности.

$$j_i = \sigma_{ik} E_k - \beta_{ik} \nabla_k T, \quad W_i = \gamma_{ik} E_k - \chi_{ik} \nabla_k T. \tag{1}$$

Здесь $i$, $k = x$, $y$, $z$ декартовы компоненты соответствующих векторов, а суммирование производится по повторяющимся индексам. Все коэффициенты, входящие в (1), являются функциями $H$ и удовлетворяют соотношению Эйнштейна и принципам симметрии кинетических коэффициентов, являющимся результатом термодинамики необратимых процессов.

В квантовой проволоке гамильтониан для электронного газа выглядит следующим образом [5, 8]:

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_x^2}{2m} + \frac{1}{2m}\left(\hat{P}_y + \frac{e}{c} A_y\right)^2 + \frac{\hat{P}_z^2}{2m} + U(x, z). \tag{2}$$

Тут $A_y = xB$, $B$ — индукция магнитного поля, $U(x, z)$ — потенциал, ограничивающий движение электронов, вид которого предполагаем таким:

$$U(x, z) = \frac{m\omega_0^2 (x^2 + z^2)}{2}.$$

Собственные значения и собственные функции гамильтониана (2) выглядят следующим образом:

$$\varepsilon_\alpha = \hbar\omega\left(N + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_0\left(M + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{\hbar^2 k^2}{2m},$$

$$\varphi_\alpha(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \varphi_N(x - x_\alpha) \varphi_M(z) e^{iky},$$

где

$$\varphi_N(x-x_\alpha)=\frac{1}{\sqrt[4]{\pi}\sqrt{R}\sqrt{2^N N!}}e^{-\left(\frac{x-x_\alpha}{\sqrt{2}R}\right)^2}H_N\left(\frac{x-x_\alpha}{R}\right),$$

$$\varphi_M(z)=\frac{1}{\sqrt[4]{\pi}\sqrt{R_0}\sqrt{2^M M!}}e^{-\left(\frac{z}{\sqrt{2}R_0}\right)^2}H_M\left(\frac{z}{R_0}\right)$$

— функции осциллятора. Выше приняты следующие обозначения: $\alpha=(N,\,k,\,M,\,\sigma)$ — совокупность квантовых чисел, $\omega_C=\dfrac{eH}{mc}$ — циклотронная частота, $\omega=\sqrt{\omega_0^2+\omega_C^2}$ — гибридная частота, $H_N$ и $H_M$ — полином Эрмита, $R=\sqrt{\dfrac{\hbar}{m\omega}}$ — магнитная длина, $R_0=\sqrt{\dfrac{\hbar}{m\omega_0}}$ — «осцилляторная длина», $x_\alpha=-\dfrac{\omega_C}{\omega}R^2k$.

В соответствии с работами [7, 9]

$$\beta_{xx}=-\frac{e}{\Omega T}\sum_{\alpha\alpha'}\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon_\alpha}\right)\frac{(x_{\alpha'}-x_\alpha)^2}{2}(\varepsilon_\alpha-\zeta)W_{\alpha\alpha'},$$

$$\sigma_{xx}=-\frac{e}{\Omega T}\sum_{\alpha\alpha'}\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon_\alpha}\right)\frac{(x_{\alpha'}-x_\alpha)^2}{2}W_{\alpha\alpha'}.$$

Для рассеяния на акустических фононах имеем

$$W_{\alpha\alpha'}=\sum_{\mathbf{q}}w(q)\left(\left|(e^{iqr})_{\alpha\alpha'}\right|\right)^2\times$$
$$\times[N_q\delta_{k'_y,k_y+q_y}\delta(\varepsilon_{\alpha'}-\varepsilon_\alpha-\hbar\omega_q)+(N_q+1)\delta_{k'_y,k_y-q_y}\delta(\varepsilon_{\alpha'}-\varepsilon_\alpha+\hbar\omega_q)],$$

где $w(q)=\pi\dfrac{E_1^2}{\rho\Omega s}q$, $E_1$ — константа взаимодействия электрона с колебаниями решётки, $s$ — скорость распространения звука в проволоке.

После этого будем рассматривать упругое рассеяние при высоких температурах $(\hbar\omega_q<<k_0T)$. В квантовом пределе $(N=0,\,M=0)$

$$\beta_{xx}=-\frac{2\pi}{\hbar}\frac{eE_1^2k_0}{\rho\Omega^2s^2}\left(\frac{\omega_C}{\omega}R^2\right)^2\sum_{k,\mathbf{q}}\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)(\varepsilon-\zeta)\,q_y^2\,e^{-\frac{R^2\left(q_x^2+\left(\frac{\omega_C}{\omega}q_y\right)^2\right)}{2}}e^{-\frac{R_0{}^2q_z{}^2}{2}}\times$$

$$\times\,\delta\left(\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\frac{\hbar^2 kq_y}{m}+\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\frac{\hbar^2 q_y^2}{2m}\right).$$

Перейдём от суммирования по $q_x$, $q_y$, $q_z$ к интегралу; выполнив интегрирование, для невырожденного случая $f_0=\exp\left[\dfrac{\zeta-\varepsilon}{k_0T}\right]$ находим:

$$\beta_{xx}=-\frac{eE_1^2k_0}{\hbar\rho\Omega s^2}\left(\frac{\omega_C}{\omega}R^2\right)^2\frac{8L_y}{(2\pi)^2RR_0}\left(\frac{m}{\hbar^2}\right)^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\times$$

$$\times\left(\frac{k_0T}{\left(1+4\dfrac{k_0T}{\hbar\omega}\dfrac{\omega_C^2}{\omega_0^2}\right)^2}-\frac{\zeta-\varepsilon_0}{1+4\dfrac{k_0T}{\hbar\omega}\dfrac{\omega_C^2}{\omega_0^2}}\right)\exp\left[\frac{\zeta-\varepsilon_0}{k_0T}\right].$$

Здесь $\varepsilon_0=\dfrac{\hbar\omega}{2}+\dfrac{\hbar\omega_0}{2}$.

Аналогично для $\sigma_{xx}$ в невырожденном случае, нормируя по концентрации, получим:

$$\sigma_{xx}=\frac{2\sqrt{2\omega_0}E_1^2m^{1/2}ne^2}{\pi^{3/2}\hbar^{5/2}s^2\rho}\sqrt{\frac{k_0T}{\hbar\omega^3}}\frac{\omega_C^2}{\omega_0^2}\left(1+4\frac{k_0T}{\hbar\omega}\frac{\omega_C^2}{\omega_0^2}\right)^{-1}.$$

Соответственно можно показать, что

$$\beta_{xx}=-\frac{k_0}{e}\left(\left[1+4\frac{Tk_0\omega_C^2}{\omega\hbar\omega_0^2}\right]^{-1}-\frac{\zeta-\varepsilon_0}{k_0T}\right)\sigma_{xx}=$$

$$=-\frac{k_0}{e}\left(\left[1+4\frac{Tk_0\omega_C^2}{\omega\hbar\omega_0^2}\right]^{-1}-\log\left[\frac{\sqrt{2\pi}\hbar RR_0}{\sqrt{mk_0T}}n\right]\right)\sigma_{xx}.$$

Для вырожденного случая получается выражение

$$\beta_{xx}=\frac{4\pi^2}{3e}\frac{k_0^2T}{\hbar\omega}\frac{\omega_C^2}{\omega_0^2}\sigma_{xx}.$$

Используя кинетическое уравнение, вычислим $\beta_{yy}$ [6]:

$$\beta_{yy}=-\frac{e}{\Omega T}\sum_\alpha\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)(\varepsilon_\alpha-\zeta)\tau_\alpha v_k^2, \qquad (3)$$

где $\tau_\alpha$ — время релаксации импульса электронов.

При рассеянии на акустических фононах в пределе высоких температур рассмотрим состояние квантового предела; перейдём от суммирования по $q_x$ и $q_z$ к интегралу и раскроем интеграл по $q_y$ с помощью δ-функции:

$$\frac{1}{\tau} = w_0 \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \frac{2\pi}{RR_0} \frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \frac{1}{2|k|} e^{-2\left(\frac{\omega_C}{\omega} Rk\right)^2}. \tag{4}$$

Известно, что

$$V_k = \frac{1}{\hbar} \partial_k \varepsilon = \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{\hbar k}{m}. \tag{5}$$

Подставив (4) и (5) в (3) и учитывая, что $k^2 = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \frac{2m}{\hbar^2}(\varepsilon - \varepsilon_0)$, перейдём от суммирования к интегрированию и получим, что

$$\beta_{yy} = -\frac{16e\pi RL_y R_0 \omega_0^2}{mT\omega^2\Omega^2 W_0} \int_{\varepsilon_0}^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)(\varepsilon - \zeta)(\varepsilon - \varepsilon_0) e^{\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 \frac{4}{\hbar\omega}\left(\varepsilon - \frac{\hbar\omega}{2} - \frac{\hbar\omega_0}{2}\right)} d\varepsilon.$$

Аналогично, для $\sigma_{yy}$:

$$\sigma_{yy} = \frac{16e^2\pi RL_y R_0 \omega_0^2}{m\omega^2\Omega^2 W_0} \int_{\varepsilon_0}^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)(\varepsilon - \varepsilon_0) e^{\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 \frac{4}{\hbar\omega}\left(\varepsilon - \frac{\hbar\omega}{2} - \frac{\hbar\omega_0}{2}\right)} d\varepsilon.$$

В этом выражении, в отличие от статьи [8], учитываются обратные переходы.

Для классической статистики

$$\beta_{yy} = e^{\eta - x_0} \times$$

$$\times \frac{16e\pi RTk_0^2 L_y R_0 \omega_0^2}{m\omega^2\Omega^2 W_0} \left\{ 2\left[1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 \frac{4k_0T}{\hbar\omega}\right]^{-3} - (\eta - x_0)\left[1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 \frac{4k_0T}{\hbar\omega}\right]^{-2} \right\},$$

где $\eta = \frac{\zeta}{k_0T}$, $x_0 = \frac{\varepsilon_0}{k_0T}$,

$$\sigma_{yy} = \sigma_{yy}(0) \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{5/2} \left(1 - \left(\frac{\omega_C}{\omega_0}\right)^2 \frac{4k_0T}{\hbar\omega}\right)^{-2}, \quad \sigma_{yy}(0) = \frac{ne^2}{m\omega_0} \frac{8\sqrt{2\pi}s^2\rho\hbar^3}{E_1^2 m^{3/2}\sqrt{k_0T}}.$$

Отсюда получим, что

$$\beta_{yy}=-\frac{k_0}{e}\left(2\left[1-\left(\frac{\omega_C}{\omega_0}\right)^2\frac{4k_0T}{\hbar\omega}\right]^{-1}-\log\left[\frac{\sqrt{2\pi}\hbar RR_0}{\sqrt{mk_0T}}n\right]\right)\sigma_{yy}.$$

Для вырожденного электронного газа

$$\beta_{xx}=\frac{k_0}{e}\frac{4\pi^2}{3}\frac{k_0T}{\hbar\omega}\frac{\omega_C^2}{\omega_0^2}\sigma_{xx},$$

$$\sigma_{yy}=\frac{ne^2\tau_0}{m}\frac{e^{\frac{4(\zeta-\varepsilon_0)\omega_C^2}{\omega\hbar\omega_0^2}}\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{7/2}\sqrt{\frac{\zeta-\varepsilon_0}{k_0T}},$$

$$\beta_{yy}=-\frac{k_0}{e}\frac{\pi^2}{3}\frac{k_0T}{(\zeta-\varepsilon_0)}\left(1+\left(\frac{\omega_C}{\omega_0}\right)^2\frac{4}{\hbar\omega}(\zeta-\varepsilon_0)\right)\sigma_{yy}.$$

Полученные здесь выражения для тензоров кинетических коэффициентов гальваномагнитных и термомагнитных состояний позволяют вычислить все поперечные гальваномагнитные и термомагнитные эффекты.

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из выражения для плотности тока вычислены диссипативные диагональные компоненты гальваномагнитных и термомагнитных тензоров в квантовой проволоке с параболическим потенциалом произвольного вырождения в двух случаях, а именно, протекания тока вдоль и перпендикулярно оси проволоки. Показано, что в первом случае можно ограничиться приближением времени релаксации и применить кинетическое уравнение, а при перпендикулярном направлении тока можно использовать уравнение движения для матрицы плотности. Выражения, полученные для диссипативных диагональных компонент тензоров кинетических коэффициентов, позволяют вычислить все поперечные гальваномагнитные и термомагнитные эффекты в квантовых проволоках.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА


1. J. Mao, Z. Liu, and Z. Ren, *Quantum Materials*, **1**: 16028 (2016).
2. Б. М. Аскеров, *Электронные явления переноса в полупроводниках* (Москва: Наука: 1985).
3. L. Shi, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, **16**: 79 (2012).

4. Э. П. Синявский, В. Г. Соловенко, *ФТТ*, **56**, вып. 11: 2197 (2014).
5. М. Д. Блох, *ФТТ*, **17**, вып. 3: 896 (1975).
6. Б. М. Аскеров, *Кинетические эффекты в полупроводниках* (Ленинград: Наука: 1970).
7. Г. Р. Айзин, В. А. Волков, *ЖЭТФ*, **87**, вып. 4 (10): 1469 (1984).
8. Э. П. Синявский, Р. А. Хамидуллин, *ФТП*, **40**, вып. 11: 1368 (2006).
9. E. N. Adams and T. D. Holstein, *J. Phys. Chem. Solids*, **10**: 254 (1959).
10. А. И. Ансельм, Б. М. Аскеров, *ФТТ*, вып. 4: 1573 (1962).

## REFERENCES

1. J. Mao, Z. Liu, and Z. Ren, *Quantum Materials*, **1**: 16028 (2016).
2. B. M. Askerov, *Elektronnye Yavleniya Perenosa v Poluprovodnikakh* (Moscow: Nauka: 1985) (in Russian).
3. L. Shi, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, **16**: 79 (2012).
4. E. P. Sinyavskii and V. G. Solovenko, *Fizika Tverdogo Tela*, **56**, Iss. 11: 2197 (2014) (in Russian).
5. M. D. Blokh, *Fizika Tverdogo Tela*, **17**: 896 (1975) (in Russian).
6. B. M. Askerov, *Kineticheskie Effekty v Poluprovodnikakh* (Leningrad: Nauka: 1970) (in Russian).
7. G. R. Ajzin and V. A. Volkov, *ZhETF*, **87**, Iss. 4 (10): 1469 (1984) (in Russian).
8. E. P. Sinyavskii and R. A. Khamidullin, *Fizika i Tekhnika Poluprovodnikov*, **40**, Iss. 11: 1368 (2006) (in Russian).
9. E. N. Adams and T. D. Holstein, *J. Phys. Chem. Solids*, **10**: 254 (1959).
10. A. I. Anselm and B. M. Askerov, *Fizika Tverdogo Tela*, Iss. 4: 1573 (1962) (in Russian).