

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.12.037>

УДК 532.546

В.Л. Поляков

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

E-mail: polyakov_igm@list.ru

О моделировании удаления фильтрованием растворенного железа из подземных вод

Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А.Я. Олейником

Сформулирована и строго решена нелинейная задача переноса и трансформации (совместных адсорбции и окисления) двухвалентного железа в пористом слое скорого фильтра. Полученные в неявной параметрической форме зависимости для концентраций проиллюстрированы примерами расчета изменений со временем и по высоте слоя содержания его растворенной формы. С использованием итерационной процедуры построено приближенное решение данной задачи в явной форме с целью последующих исследований динамики трехвалентного и общего железа. Их сопоставительный анализ показал, что погрешности при приближенном определении характеристик фильтрования остаются в течение длительного времени намного меньшими 1 %.

Ключевые слова: *двухвалентное железо, фильтр, концентрация, решение, итерационная процедура, адсорбция, окисление.*

Фильтрование растворов через специальные пористые среды обеспечивает эффективное удаление примесей и, в частности, растворенной формы железа (закись, гидрозакись) при очистке подземных вод Украины [1–3]. Ключевую роль здесь играет адсорбционный процесс. При его реализации в аппаратах химических технологий, установках по очистке природных вод большое значение приобретает ограниченность адсорбционного ресурса такой среды [4–8], что тормозит не только саму адсорбцию, но и последующую трансформацию иммобилизованного вещества. Поэтому для моделирования сложного технологического процесса как результата протекания системы взаимосвязанных физико-химических процессов, в основе которого лежит извлечение примеси (ад)сорбентом из раствора, важно уметь рассчитывать динамику сорбированной фазы не только аккуратно, но вместе с тем и достаточно просто. Ярким примером успешного использования адсорбционного процесса как базового в технологиях водоподготовки является обезжелезивание на скорых фильтрах подземных вод, содержащих железо преимущественно в растворенной форме (двухвалентное или закисное железо). Следует отметить неоднократные попытки рассчитать указанный процесс [9–11]. Однако при этом авторы опирались на аналитические решения существенно упрощенных математических моделей обезжелезивания.

© В.Л. Поляков, 2018

Соответствующая математическая модель переноса и кинетики двухвалентного железа является частью (блоком) общей модели физико-химического обезжелезивания, которая также включает и блок гидроксида железа. Однако указанная часть благодаря своей автономности в данной работе является предметом специального исследования. Следует подчеркнуть, что целью работы является не только строгое решение первого блока общей модели, но и поиск его подходящей формы, которая в дальнейшем способствовала бы выводу обобщенных расчетных формализмов для надежного прогноза развития физико-химической обстановки в фильтре, обоснования его конструктивных и технологических параметров.

Итак, динамика двухвалентного железа в слое зернистой загрузки обусловлена параллельно протекающими процессами — прочным связыванием с элементами загрузки, окислением в свободном и поглощенном состоянии. Без учета влияния гидроксида железа как катализатора адсорбции Fe^{2+} , которое значимо только на начальном этапе обезжелезивания, исходная модель удаления растворенного железа принимается в следующем виде:

$$V \frac{\partial C_a}{\partial z} + \frac{\partial S_a}{\partial t} + k_s C_a + K_d S_a = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial S_a}{\partial t} = k_a (S_{ma} - S_a) C_a - K_d S_a. \quad (2)$$

Здесь C_a , S_a — концентрации Fe^{2+} в свободной и адсорбированной формах; V — скорость фильтрования; k_s , K_d — приведенные коэффициенты скорости окисления такого железа в жидкой и сорбированной фазах; k_a — приведенный коэффициент скорости его адсорбции; S_{ma} — адсорбционная емкость фильтрующего материала. Уравнение (2) вследствие прочного закрепления (гидро)закиси железа на элементах загрузки описывает необратимую адсорбцию [12] и отражает линейность кинетики на начальном этапе адсорбционного процесса [13], существенное снижение его интенсивности при сработке адсорбционной емкости.

Граничное и начальное условия в случае изначально загрязненной загрузки таковы:

$$z=0, \quad C_a = C_{a0} = \text{const}; \quad t=0, \quad S_a = S_a^0(z). \quad (3)$$

После введения безразмерных переменных и параметров: $\bar{C}_a = \frac{C_a}{C_{a0}}$, $\bar{S}_a = \frac{S_a}{S_{ma}}$, $\bar{z} = \frac{z}{L}$, $\bar{t} = \frac{Vt}{n_0 L}$, $\bar{k}_a = \frac{n_0 L C_{a0}}{V} k_a$, $\bar{k}_s = \frac{L}{V} k_s$, $\bar{K}_d = \frac{n_0 L C_{a0}}{V} K_d$, $\psi = \frac{S_{ma}}{n_0 C_0}$, где n_0 — пористость чистой загрузки; L — ее высота, задача (1)–(3) преобразуется таким образом:

$$\frac{\partial \bar{C}_a}{\partial \bar{z}} + \psi \frac{\partial \bar{S}_a}{\partial \bar{t}} + \psi \bar{K}_d \bar{S}_a + \bar{k}_s \bar{C}_a = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_a}{\partial \bar{t}} = \bar{k}_a (1 - \bar{S}_a) \bar{C}_a - \bar{K}_d \bar{S}_a, \quad (5)$$

$$\bar{z}=0, \quad \bar{C}_a = \bar{C}_{a0}; \quad \bar{t}=0; \quad \bar{S}_a = \bar{S}_a^0(\bar{z}). \quad (6)$$

Предварительно комбинированием (4) и (5) \bar{S}_a выражается через \bar{C}_a :

$$\bar{S}_a = 1 + \frac{\bar{k}_s}{\psi \bar{k}_a} + \frac{1}{\psi \bar{k}_a} \frac{\partial \ln \bar{C}_a}{\partial \bar{z}}. \quad (7)$$

Подстановка (7) в (4) дает

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\frac{1}{\psi \bar{k}_a} \frac{\partial \ln \bar{C}_a}{\partial \bar{t}} + \frac{\bar{C}_a}{\psi} + \frac{\bar{K}_d}{\psi \bar{k}_a} \ln \bar{C}_a \right) + \bar{K}_d \left(1 + \frac{\bar{k}_s}{\psi \bar{k}_a} \right) + \frac{\bar{k}_s}{\psi} \bar{C}_a = 0. \quad (8)$$

Интегрированием (8) по \bar{z} в пределах от 0 до \bar{z} и с учетом (6) получено

$$\frac{1}{\bar{C}_a} \frac{\partial \bar{C}_a}{\partial \bar{t}} + \bar{k}_a \bar{C}_a + \bar{K}_d \ln \bar{C}_a = \bar{k}_a \bar{C}_{a0} + \bar{K}_d \ln \bar{C}_{a0} - \bar{K}_d (\psi \bar{k}_a + \bar{k}_s) \bar{z} - \bar{k}_a \bar{k}_s \int_0^{\bar{z}} \bar{C}_a(\xi, \bar{t}) d\xi. \quad (9)$$

Последний член в уравнении (9) ввиду малости значения \bar{k}_s можно рассматривать как поправку Δ_s . Очевидно, что $\bar{k}_a \bar{k}_s \bar{C}_{a0} \bar{z} > \Delta_s(\bar{z}) > 0$. Вклад Δ_s в расчетные характеристики просто оценивается двумя способами. Во-первых, вычисления искомых концентраций проводятся параллельно для предельных случаев $\Delta_s = 0$ и $\Delta_s = \bar{k}_a \bar{k}_s \bar{C}_{a0} \bar{z}$. Во-вторых, для \bar{C}_a принимается профиль $\bar{C}_a^0(\bar{z})$, отвечающий моменту времени сразу после прохождения фронта загрязнения через слой загрузки. Тогда согласно (4), (5)

$$\bar{C}_a^0(\bar{z}) = \bar{C}_{a0} e^{-\psi \bar{k}_a \bar{z}}, \quad \frac{\partial \bar{C}_a^0}{\partial \bar{z}} = -\psi \bar{C}_{a0} \bar{k}_a e^{-\psi \bar{k}_a \bar{z}} \quad (10)$$

и таким образом

$$\int_0^{\bar{z}} \bar{C}_a^0(\eta) d\eta \approx \frac{\bar{C}_{a0}}{\psi \bar{k}_a} (1 - e^{-\psi \bar{k}_a \bar{z}}), \quad \Delta_s(\bar{z}) = \frac{\bar{k}_s \bar{C}_{a0}}{\psi} (1 - e^{-\psi \bar{k}_a \bar{z}}). \quad (11)$$

Итак, если Δ_s не зависит от времени, то уравнение (9) легко интегрируется и его решение представляется в виде следующей обратной интегральной функции:

$$\bar{t} = \Phi(\bar{z}, \bar{C}_a) = \int_{\bar{C}_a^0(\bar{z})}^{\bar{C}_a} \frac{d\zeta}{\zeta \varphi(\bar{z}, \zeta)}, \quad (12)$$

где $\varphi(\bar{z}, \zeta) = \bar{k}_a (\bar{C}_{a0} - \zeta) + \bar{K}_d \ln \frac{\bar{C}_{a0}}{\zeta} - (\psi \bar{k}_a \bar{K}_d + \bar{k}_s \bar{K}_d) \bar{z} - \Delta_s(\bar{z})$.

Таким образом, относительную выходную концентрацию двухвалентного железа \bar{C}_{ae} следует определять подбором из уравнения

$$\bar{t} = \Phi(1, \bar{C}_{ae}) = \int_{\bar{C}_a^0(1)}^{\bar{C}_{ae}} \frac{d\zeta}{\zeta \left[\bar{k}_a (\bar{C}_{a0} - \zeta) + \bar{K}_d \ln \frac{\bar{C}_{a0}}{\zeta} - \psi \bar{k}_a \bar{K}_d - \bar{k}_s \bar{K}_d - \Delta_s(1) \right]}. \quad (13)$$

В частном случае при $\bar{k}_s = \bar{K}_d = 0$ из (12) следует

$$\bar{t} = \frac{1}{\bar{k}_a \bar{C}_a^0} \ln \left[\frac{\bar{C}_a}{\bar{C}_a^0(\bar{z})} \frac{\bar{C}_{a0} - \bar{C}_a^0(\bar{z})}{\bar{C}_{a0} - \bar{C}_a} \right]. \quad (14)$$

Если для $\bar{C}_a^0(\bar{z})$ принять выражение (10), то из (14) вытекает известная формула

$$\bar{C}_a(\bar{z}, \bar{t}) = \frac{\bar{C}_{a0}}{1 - e^{-\bar{k}_a \bar{C}_{a0} \bar{t}} + e^{-\bar{k}_a (\bar{C}_{a0} \bar{t} + \bar{z})}}. \quad (15)$$

Определить концентрацию \bar{S}_a можно двумя путями. Проще воспользоваться равенством (7). Тогда в первую очередь необходимо найти $\frac{\partial \bar{C}_a}{\partial \bar{z}}$. Для этого обе части уравнения (12) дифференцируются по \bar{t} . После громоздких преобразований с учетом зависимости обоих пределов интеграла (12) от \bar{z} получено

$$\frac{1}{\bar{C}_a} \frac{\partial \bar{C}_a}{\partial \bar{z}} = \frac{\varphi(\bar{z}, \bar{C}_a)}{\bar{C}_a^0(\bar{z}) \varphi(\bar{z}, \bar{C}_a^0(\bar{z}))} \frac{d\bar{C}_a^0}{d\bar{z}} + \varphi(\bar{z}, \bar{C}_a) (\psi \bar{k}_a \bar{K}_d + \bar{k}_s \bar{K}_d - \bar{k}_s \bar{k}_a^2 \bar{C}_a) \Phi_1(\bar{z}, \bar{C}_a), \quad (16)$$

где $\Phi_1(\bar{z}, \bar{C}_a) = \int_{\bar{C}_a^0(\bar{z})}^{\bar{C}_a} \frac{d\zeta}{\zeta \varphi^2(\bar{z}, \zeta)}$.

В частном случае при $\bar{k}_s = \bar{K}_d = 0$

$$\frac{1}{\bar{C}_a} \frac{\partial \bar{C}_a}{\partial \bar{z}} = \frac{\bar{k}_a e^{-\bar{k}_a (\bar{C}_{a0} \bar{t} + \bar{z})}}{1 - e^{-\bar{k}_a \bar{C}_{a0} \bar{t}} + e^{-\bar{k}_a (\bar{C}_{a0} \bar{t} + \bar{z})}}.$$

Подстановка (16) в (7) дает искомое представление для $\bar{S}_a(\bar{z}, \bar{t})$, которое, кстати, несколько упрощается, если для $\bar{C}_a^0(\bar{z})$ принять (10). Таким образом,

$$\bar{S}_a(\bar{z}, \bar{C}_a) = 1 + \frac{\bar{k}_s}{\psi \bar{k}_a} - \frac{\varphi(\bar{z}, \bar{C}_a)}{\varphi(\bar{z}, \bar{C}_a^0(\bar{z}))} + \left(\bar{K}_d + \bar{k}_s \frac{\bar{K}_d - \bar{k}_a^2 \bar{C}_a}{\psi \bar{k}_a} \right) \varphi(\bar{z}, \bar{C}_a) \Phi_1(\bar{z}, \bar{C}_a), \quad (17)$$

где $\varphi(\bar{z}, \bar{C}_a^0(\bar{z})) = \bar{k}_a \bar{C}_{a0} (1 - e^{-\psi \bar{k}_a \bar{z}}) - \bar{k}_s \bar{K}_d \bar{z} - \Delta_s(\bar{z})$.

Суммарное количество адсорбированного железа W , накопившееся к расчетному моменту времени в загрузке, строго определяется в соответствии с (7) по формуле

$$W(\bar{t}) = \int_0^1 S_a(\bar{z}, \bar{C}_a) d\bar{z} = 1 + \frac{\bar{k}_s}{\psi \bar{k}_a} - \frac{1}{\psi \bar{k}_a} \ln \frac{\bar{C}_{a0}}{\bar{C}_{ae}(\bar{t})}, \quad (18)$$

где \bar{C}_{ae} следует находить из (12) при $\bar{z} = 1$.

Ввиду сложности полученного выше строгого при $\bar{k}_s = 0$ решения блока двухвалентного железа, где одна из искомым концентраций выступает в роли независимой переменной и параметра одновременно, для последующего исследования динамики трехвалентного железа, а вместе с тем обоснования рациональных конструктивных и технологических параметров целесообразно получить для концентраций \bar{C}_a , \bar{S}_a более простые представления. При этом допустимо лишь минимальное снижение точности последних и, конечно, они должны легко реализовываться с использованием современных пакетов программ математического анализа (Mathcad, Matlab и пр). Ниже приводится и затем оценивается такое приближенное решение исходной задачи (4)–(6).

Итак, принимается во внимание, что в течение длительного времени (обычно намного превышает длительность фильтроцикла) справедливы соотношения

$$S_{ae} \ll S_{ma}, \bar{S}_{ae} \ll 1.$$

Тогда в первом приближении $(\bar{C}_{a1}, \bar{S}_{a1})$ оправдано опираться на следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \bar{C}_{a1}}{\partial \bar{z}} = -\psi \bar{k}_a \bar{C}_{a1} - \bar{k}_s \bar{C}_{a1}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \bar{S}_{a1}}{\partial \bar{t}} = \bar{k}_a (\bar{C}_{a1} - \bar{S}_{a1}) - \bar{K}_d \bar{S}_{a1}. \quad (20)$$

Решения (19), (20) представляются следующими простыми приближенными выражениями:

$$\bar{C}_{a1}(\bar{z}) = \bar{C}_{a0} e^{-(\psi \bar{k}_a + \bar{k}_s) \bar{z}}, \quad (21)$$

$$\bar{S}_{a1}(\bar{z}, \bar{t}) = \bar{S}_a^0(\bar{z}) e^{-[\bar{k}_a \bar{C}_{a1}(\bar{z}) + \bar{K}_d] \bar{t}} + \bar{k}_a \bar{C}_{a1}(\bar{z}) \frac{1 - e^{-[\bar{k}_a \bar{C}_{a1}(\bar{z}) + \bar{K}_d] \bar{t}}}{\bar{k}_a \bar{C}_{a1}(\bar{z}) + \bar{K}_d}. \quad (22)$$

Их удастся значительно уточнить благодаря нахождению второй итерации. Тогда, например, второе приближение \bar{C}_{a2} следует находить решая линейное уравнение

$$\frac{\partial \bar{C}_{a2}}{\partial \bar{z}} = -\psi \bar{k}_a [1 - \bar{S}_{a1}(\bar{z}, \bar{t})] \bar{C}_{a2} - \bar{k}_s \bar{C}_{a2}.$$

В результате получено

$$\bar{C}_{a2}(\bar{z}, \bar{t}) = \bar{C}_{a0} \exp\left[\psi \bar{k}_a \int_0^{\bar{z}} \bar{S}_{a1}(\eta, \bar{t}) d\eta - (\psi \bar{k}_a + \bar{k}_s) \bar{z}\right]. \quad (23)$$

Подобным образом уточняется \bar{S}_{a1} , а именно, используя уравнение

$$\frac{\partial \bar{S}_{a2}}{\partial \bar{t}} + [\psi \bar{k}_a \bar{C}_{a2}(\bar{z}, \bar{t}) + \bar{K}_d] \bar{S}_{a2} = \psi \bar{k}_a \bar{C}_{a2}(\bar{z}, \bar{t}).$$

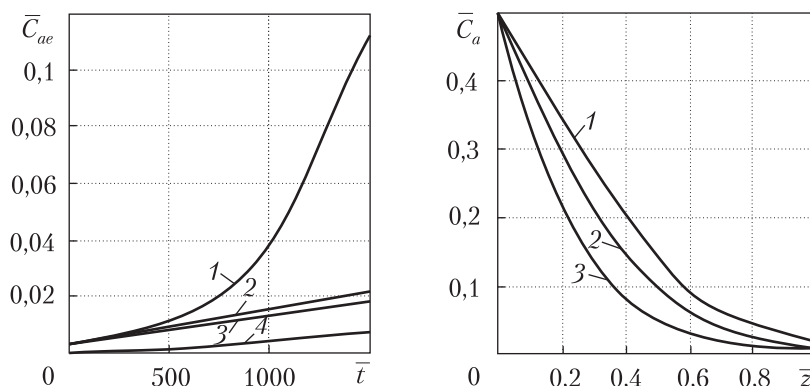


Рис. 1. Рост относительной концентрации двухвалентного железа в фильтрате: 1 – $\bar{K}_d = 0$; 2 – базовый пример; 3 – $\bar{k}_s = 0$; 4 – $\bar{k}_a = 0,01$

Рис. 2. Профили относительной концентрации свободного двухвалентного железа: 1 – $\bar{t} = 1000$; 2 – $\bar{t} = 500$; 3 – $\bar{t} = 100$

Его решение дает окончательное представление для \bar{S}_a

$$\begin{aligned} \bar{S}_{a2}(\bar{z}, \bar{t}) = & \bar{S}_a^0(\bar{z}) \exp \left[-\bar{K}_d \bar{t} - \bar{k}_a \int_0^{\bar{t}} \bar{C}_{a2}(\bar{z}, \xi) d\xi \right] + \\ & + \bar{k}_a \int_0^{\bar{t}} \bar{C}_{a2}(\bar{z}, \xi) \exp \left[\bar{k}_a \int_0^{\xi} \bar{C}_{a2}(\bar{z}, \zeta) d\zeta + \bar{K}_d (\xi - \bar{t}) \right] d\xi. \end{aligned} \quad (24)$$

Полученные выше результаты исследований аналитическими методами математической модели динамики закисного железа иллюстрируются расчетами ряда примеров с типичными исходными данными. Предметом количественного анализа стали относительные концентрации свободного и адсорбированного двухвалентного железа. Базовый набор значений модельных параметров отражает реальные условия, которые складываются на эксплуатируемых установках по физико-химическому обезжелезиванию и включает: $\bar{C}_{a0} = 0,5$, $\psi = 5000$, $\bar{k}_a = 0,005$, $\bar{K}_d = 0,001$, $\bar{k}_s = 0,002$. В первую очередь отслеживался рост содержания Fe^{2+} в фильтрате со временем. На рис.1 показаны кривые зависимости $\bar{C}_{ae}(\bar{t})$, отвечающие базовому примеру (2) и примерам с поочередно изменяющимися коэффициентами скоростей физико-химических процессов (1), (3), (4). Очевидно, что пренебрежение окислением закиси железа ($\bar{K}_d = 0$) и, как следствие, резкое сокращение текущей адсорбционной емкости обуславливает быстрое и значительное ухудшение качества фильтрата (1).

Явно менее значимым для удаления Fe^{2+} является его окисление в свободном состоянии (3). Естественно, что усиление адсорбционной способности загрузки (вдвое) ведет к резкому замедлению роста содержания Fe^{2+} на выходе из загрузки (4). При этом характер распределения свободного двухвалентного железа по высоте загрузки со временем меняется незначительно, оставаясь существенно неравномерным (рис. 2). И здесь нужно подчеркнуть, что судя по кривым 1–3 количество Fe^{2+} на выходе из загрузки возрастает медленно, а поэтому критерий качества в рассматриваемых условиях, возможно, не играет определяющую роль при установлении длительности фильтроцикла. Впрочем окончательный ответ на

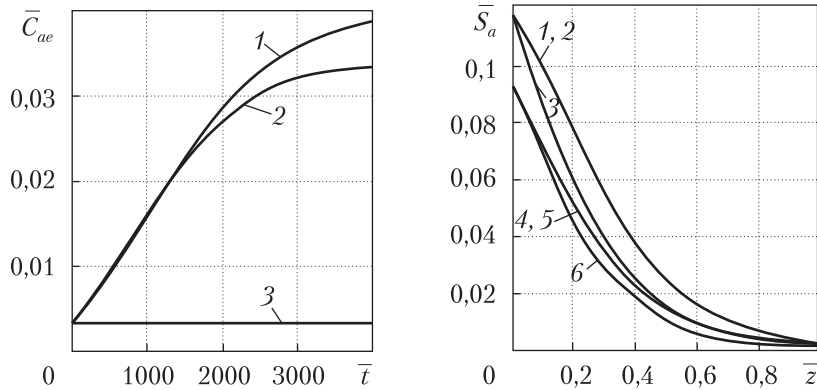


Рис. 3. Рост со временем относительной исходной концентрации свободного двухвалентного железа: 1, 3 – приближенный расчет; 2 – точный расчет; 1 – \bar{C}_{ae2} ; 3 – \bar{C}_{ae1}

Рис. 4. Профили относительной концентрации адсорбированного двухвалентного железа: 1–3 – $\bar{t} = 500$; 4–6 – $\bar{t} = 300$; 1, 4 – точный расчет; 2, 3, 5, 6 – приближенный расчет; 2, 5 – второе приближение; 3, 6 – первое приближение

вопрос о сроках промывки загрузки может быть получен только после детального анализа поведения трехвалентного железа, образования на его основе прочного осадка.

Об эффективности предложенной итерационной процедуры построения приближенного решения блока двухвалентного железа прежде всего свидетельствует рис. 3, на котором изображены кривые роста его концентрации со временем при тех же исходных данных. Заметные расхождения между эталонной и приближенной (во втором приближении) кривыми начинается при $\bar{t} > 1500$, что значительно превосходит реальную длительность фильтроцикла t_f . Близость приближенного решения к точному подтверждается и рис. 4, на котором представлены результаты вычислений профилей концентрации адсорбированного железа на два сопоставимых с t_f момента времени с использованием (17), (22) и (24). Эталонные и уточненные приближенные кривые здесь фактически сливаются и поэтому показаны одними линиями. В целом реализованная выше процедура обеспечивает получение аналитических выражений для искомых концентраций в явном виде и высокую точность расчетов, что позволяет их рекомендовать для последующего теоретического анализа динамики обеих форм железа в свободном и связанном состояниях.

Таким образом, благодаря полученному в данной работе строгому решению математической задачи, описывающей динамику двухвалентного железа, реально достоверно прогнозировать изменение его содержания в адсорбированной и жидкой фазах. Однако чрезмерно сложный вид препятствует его использованию в анализе поведения гидроксида и общего железа. Поэтому было найдено аналитическими методами альтернативное приближенное решение, имеющее высокую точность (погрешность менее 1 %). Оно и послужит основой для моделирования переноса и осаждения трехвалентного железа.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гончарук В.В., Якимова Т.И. Использование некондиционных подземных вод в питьевом водоснабжении. *Химия и технология воды*. 1996. **18**, № 5. С.495–532.
2. Орлов В.О. Знезалізнення підземних вод спрощеною аерацією та фільтруванням. Рівне: НУВГП, 2008. 158 с.
3. Тугай А.М., Олійник О.Я., Тугай Я.А. Продуктивність водозабірних свердловин в умовах кольматажу. Харків: ХНАМГ, 2004. 240 с.
4. Azizian S., Haerifar M., Bashiri H. Adsorption of methyl violet onto granular activated carbon, equilibrium, kinetics and modeling. *Chem. Eng. J.* 2009. **146**. P. 36–41.
5. Chiron N., Guilet R., Deydier E. Adsorption of Cu(II) and Pb(II) onto a grafted silica: isotherms and kinetic models. *Water Res.* 2003. **37**. P. 3079–3086.
6. Nagaoka H., Imae T. Analytical investigation of two-step adsorption kinetics on surfaces. *Colloid and Interface Sci.* 2003. **264**. P. 336–342.
7. Rakic V., Damjanovic L., Rac V., Stasic D., Dondur V., Auroux A. The adsorption of nicotine from aqueous solutions on different zeolite structures. *Water Res.* 2010. **44**. P. 2047–2057.
8. Rentz J.A., Turner I.P., Ullman J.L. Removal of phosphorus from solution using biogenic iron oxides. *Water Res.* 2009. **43**, № 7. P. 2029–2035.
9. Киселев С.К., Олейник А.Я. Моделирование удаления железа из воды фильтрованием с учетом изменения фильтрационных свойств. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 1998. № 7. С. 183–187.
10. Олійник О.Я., Садчиков О.О. Теоретичні дослідження знезалізнення води на двошарових фільтрах. *Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки*. 2013, Вип. 21. С.14–22.
11. Поляков В.Л. Расчет контактного обезжелезивания подземных вод. *Водоочистка, водоподготовка, водоснабжение*. 2014. № 10(82). С. 30–35.
12. Kuhnen F., Barmettler K., Bhattacharjee S., Elimelech M., Kretzschmar R. Transport of iron oxide colloids in packed quartz sand media: monolayer and multilayer deposition. *J. Colloid Interface Sci.* 2000. **231**. P. 32–41.
13. Ralph D.E., Stevenson J.M. The role of bacteria in well clogging. *Water Res.* 1995. **29**, № 1. P. 365–369.

Поступило в редакцию 24.09.2018

REFERENCES

1. Goncharuk, V. V. & Yakimova, T. I. (1996). Use of non-standard underground water in potable water supply. *Chemistry and Water Technology*, 18, No. 5, pp. 495-532 (in Russian).
2. Orlov, V. O. (2008). Iron removal from underground water by simplified aeration and filtration. Rivne: KNUBA (in Ukrainian).
3. Tugay, A. M., Oliynuk, O. Ya. & Tugay, Ya. A. (2004). Productivity of water intake well under clogging conditions. Kharkiv: KHAMG (in Ukrainian).
4. Azizian, S., Haerifar, M. & Bashiri, H. (2009). Adsorption of methyl violet onto granular activated carbon, equilibrium, kinetics and modeling. *Chem. Eng. J.*, 146, pp. 36-41.
5. Chiron, N., Guilet, R. & Deydier, E. (2003). Adsorption of Cu(II) and Pb(II) onto a grafted silica: isotherms and kinetic models. *Water Res.*, 37, pp. 3079-3086.
6. Nagaoka, H., & Imae, T. (2003). Analytical investigation of two-step adsorption kinetics on surfaces. *Colloid and Interface Sci.*, 264, pp. 336-342.
7. Rakic, V., Damjanovic, L., Rac, V., Stasic, D., Dondur, V. & Auroux, A. (2010). The adsorption of nicotine from aqueous solutions on different zeolite structures. *Water Res.*, 44, pp. 2047-2057.
8. Rentz, J. A., Turner, I. P. & Ullman, J. L. (2009). Removal of phosphorus from solution using biogenic iron oxides. *Water Res.*, 43, pp. 2029-2035.
9. Kiselev, S. K. & Oleynik, A. Ya. (1998). Modeling iron removal from water by filtration under changes in filtration properties. *Dopov. Nac. acad. nauk Ukr.*, No. 7, pp. 183-187 (in Russian).
10. Oleynik, A. Ya. & Sadchikov, O. O. (2013). Theoretical investigations of iron removal at two-layer filters. *Problems of Water Supply, sewerage and Hydraulics*, 21, pp. 14-22 (in Ukrainian).
11. Polyakov, V. L. (2014). Calculation of contact iron removal from underground water. *Water Purification, Treatment, Supply*, No. 10(82), pp. 30-35 (in Russian).

12. Kuhnen, F., Barmettler, K., Bhattacharjee, S., Elimelech, M. & Kretzschmar, R. J. (2000). Transport of iron oxide colloids in packed quartz sand media: monolayer and multilayer deposition. *Colloid Interface Sci.*, 231, pp. 32-41.
13. Ralph, D. E. & Stevenson, J. M. (1995). The role of bacteria in well clogging. *Water Res.*, 29, pp. 365-369.

Received 24.09.2018

В.Л. Поляков

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ
E-mail: polyakov_igm@list.ru

ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ВИДАЛЕННЯ ФІЛЬТРУВАННЯМ РОЗЧИНЕНОГО ЗАЛІЗА З ПІДЗЕМНИХ ВОД

Сформульовано і строго розв'язано нелінійну задачу переносу і трансформації (сумісних адсорбції і окислення) двовалентного заліза в пористому шарі швидкого фільтра. Залежності для концентрацій Fe^{2+} , які одержані в неявній параметричній формі, проілюстровані прикладами розрахунку змін з часом і по висоті шару вмісту його розчиненої форми. З використанням ітераційної процедури побудовано наближений розв'язок даної задачі в неявному вигляді з метою наступних досліджень динаміки тривалентного і загального заліза. Їх порівняльний аналіз показав, що похибки при наближеному визначенні характеристик фільтрування залишаються протягом тривалого часу набагато меншими 1 %.

Ключові слова: *двовалентне залізо, фільтр, концентрація, розв'язок, ітераційна процедура, адсорбція, окислення.*

V.L. Polyakov

Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kiev
E-mail: polyakov_igm@list.ru

ON THE MODELING OF A DISSOLVED IRON REMOVAL FROM UNDERGROUND WATER BY FILTRATION

A nonlinear task of Fe^{2+} transfer and transformation (adsorption and oxidation) within the porous layer of a rapid filter is posed and solved exactly. The dependences for Fe^{2+} concentrations which are given in the implicit parametric form are illustrated by examples of calculating the changes in time and height of its dissolved form content. An approximate solution to the task was obtained in the explicit form using the iteration procedure to study the dynamics of Fe^{3+} and total Fe in future. The last solution exhibited in the calculations of filtration characteristics has an error under 1 %.

Keywords: *divalent iron, filter, concentration, solution, iterative procedure, adsorption, oxidation.*