

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ВЕНТИЛЬНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Рымша В.В., к.т.н., доц.

Одесский национальный политехнический университет

Украина, 65044, Одесса, пр. Шевченко, 1, ИЭЭ, кафедра электрических машин

Научно-производственное предприятие “Одесмонтажспецпроект”

Украина, 65005, Одесса, ул. Дальницкая, 23

тел.(048) 738-58-55, E-mail: rimsha@omsp.od.ua, pro@omsp.od.ua

*Приведены основные конструктивные схемы линейных вентильно-реактивных двигателей (ЛВРД). Представлено математическое описание процесса электромеханического преобразования энергии в ЛВРД. Получены выражения для электромагнитных сил ЛВРД в линейной постановке задачи. Рассмотрены результаты решения задачи расчета магнитного поля и электромагнитных сил ЛВРД в двухмерной и трехмерной постановке с учетом нелинейных свойств ферромагнитных сред.*

*Наведено основні конструктивні схеми лінійних вентильно-реактивних двигунів (ЛВРД). Представлено математичний опис процесу електромеханічного перетворення енергії у ЛВРД. Отримано вирази для електромагнітних зусиль ЛВРД в лінійній постановці задачі. Розглянуто результати рішення задачі розрахунку магнітного поля та електромагнітних зусиль ЛВРД в двовірній та тривірній постановці з урахуванням нелінійних властивостей феромагнітних середовищ.*

### ВСТУПЛЕНИЕ

Применение линейных электродвигателей в ряде производственных и транспортных механизмов позволяет максимально упростить их кинематические схемы, повысить надежность и увеличить ресурс работы механизмов. Линейные вентильно-реактивные двигатели (ЛВРД) являются наиболее простыми и технологичными линейными машинами, что вызывает к ним научный и практический интерес [1,2,3]. Вместе с тем уровень исследований ЛВРД существенно отстает от уровня исследований их вращающихся аналогов [4]. Настоящая статья, посвященная решению ряда вопросов математического моделирования ЛВРД, призвана в определенной мере восполнить указанный пробел.

### КОНСТРУКТИВНЫЕ ИСПОЛНЕНИЯ ЛВРД

Конструктивно ЛВРД, в зависимости от сферы применения, могут быть выполнены в одностороннем или двухстороннем вариантах, с продольным или поперечным контуром замыкания магнитного потока [1]. Наибольшее распространение получили двигатели с трех- и четырехфазными обмотками. Фазные обмотки ЛВРД расположены на первичном элементе (ПЭ). Вторичный элемент (ВЭ) является пассивным. На рис. 1 представлены характерные модификации ЛВРД с продольным контуром замыкания магнитного потока односторонней (рис. 1,а,б) и двухсторонней конструкции (рис. 1,в). В модификации а) первичный элемент исполнен протяженным, в модификации б) – коротким. Отличительной особенностью двухстороннего варианта в) является скомпенсированная сила одностороннего магнитного притяжения. Кроме того, вторичный элемент данной конструкции более технологичен и может быть достаточно просто изготовлен с использованием современных технологий лазерной резки металла.

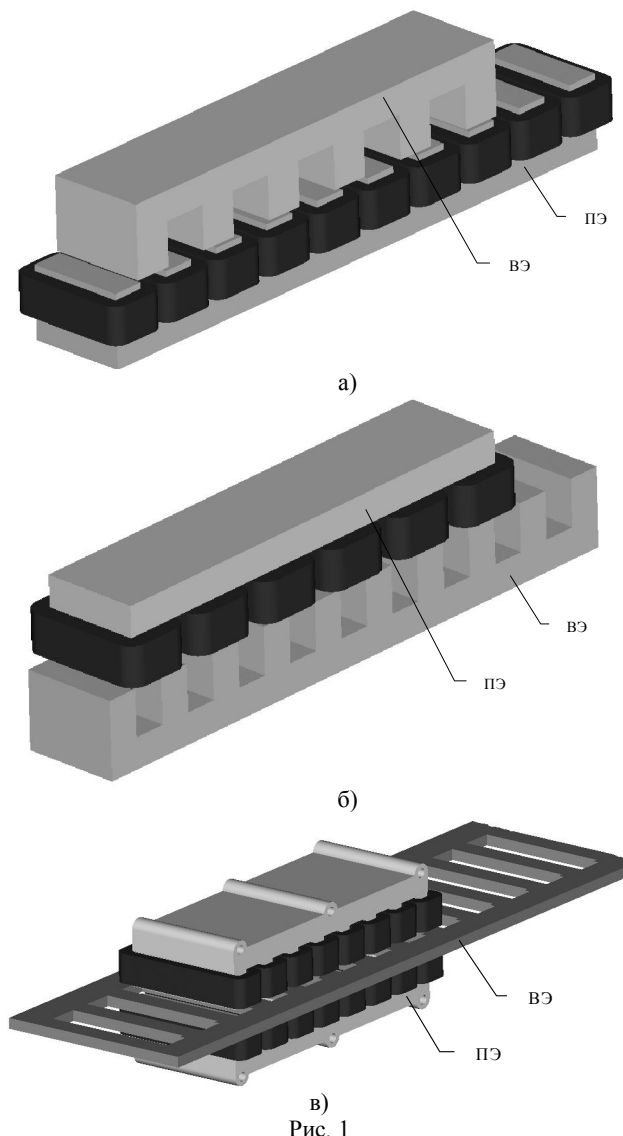


Рис. 1

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СИЛЫ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ В ЛВРД

Обобщенная электромагнитная сила (ЭМС)  $F_q$ ,

действующая на нелинейную магнитную систему целиком (либо на ее выделенную часть), может быть определена из уравнения электромеханического преобразования энергии для линейной модели этой системы [5]:

$$\Delta W_{\Sigma} = \sum_{k=1}^N i_k d\Psi_k = \Delta W + F_q \Delta q, \quad (1)$$

где  $\Delta W_{\Sigma}$  - электрическая энергия, поступившая в контуры системы от управляемых источников энергии, поддерживающих в этих контурах постоянство тока  $i_k$  или потокосцепления  $\Psi_k$  при перемещении на бесконечно малое расстояние  $\Delta q$ ;  $\Delta W$  - приращение энергии магнитного поля линейной модели нелинейной системы при перемещении на  $\Delta q$ ;  $F_q \Delta q$  - механическая работа, совершаемая обобщенной ЭМС  $F_q$  при изменении на  $\Delta q$  координаты  $q$ , характеризующей положение нелинейной системы, либо ее части;  $k$  - количество возбуждающих контуров нелинейной системы.

Из уравнения (1) следует, что обобщенную ЭМС  $F_q$  можно найти, применяя закон сохранения энергии к электромеханическому преобразованию, которое происходит либо в условиях сохранения токов, либо в условиях сохранения потокосцеплений возбуждающих контуров при малом перемещении  $\Delta q$ . В первом случае  $F_q$  по абсолютной величине есть частная производная по координате  $q$  от магнитной энергии  $W_{ЭН}$ , а во втором случае - частная производная по той же координате от магнитной коэнергии  $W_{КЭН}$  линейной модели нелинейной системы. Причем, как строго показано в [5], в линейной модели нелинейной системы магнитная энергия не отличается от коэнергии и, следовательно, обобщенная ЭМС, найденная при указанных выше условиях через приращение  $W_{ЭН}$  либо  $W_{КЭН}$ , всегда одинаковая по абсолютной величине, т.е.:

$$F_q = - \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W_{ЭН}}{\Delta q} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W_{КЭН}}{\Delta q}, \quad (2)$$

где  $q \in x, y, z$ .

В связи с тем, что рассматривается линейная модель нелинейной системы из (2) можно получить известное выражение для составляющей ЭМС по оси координат  $x$ , т.е. тягового усилия ЛВРД:

$$F_x = \frac{I_{\phi}^2}{2} \frac{\Delta L}{\Delta x}, \quad (3)$$

где  $I_{\phi}$  - среднее значение тока фазы двигателя;  $L = L(x)$  - индуктивность фазы двигателя.

Очевидно, что для определения тягового усилия необходимо аналитически описать зависимость  $L = L(x)$ , характерный вид которой представлен на рис. 2.

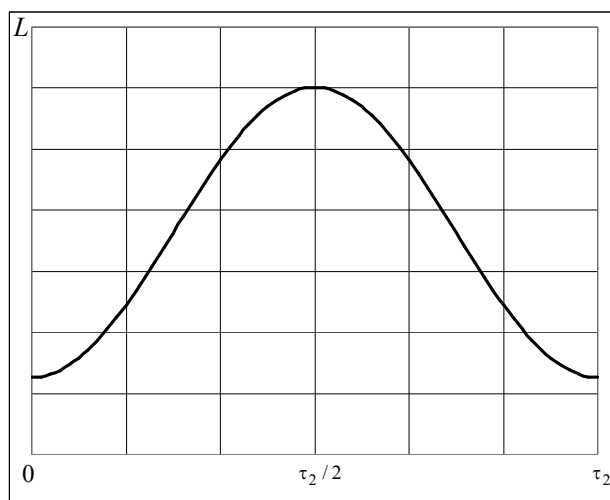


Рис. 2

Как и во вращающихся ВРД максимум индуктивности фазы  $L_{\max}$  имеет место при совпадении осей зубцов первичного и вторичного элементов (согласованное положение), минимум индуктивности  $L_{\min}$  - при совпадении оси зубца первичного элемента с осью паза вторичного элемента (рассогласованное положение). Период изменения индуктивности равен величине полюсного деления  $\tau_2$  вторичного элемента ЛВРД.

Результаты практической реализации различных методов аппроксимации зависимости  $L = L(x)$  (кусочно-линейная [1,2], параболическая [3], отрезком гармонического ряда [4]) позволяют сделать вывод о том, что наиболее приемлемой является аппроксимация отрезком ряда Фурье в виде [4]:

$$L(x) = L_1 - L_2 \cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{\tau_2}\right), \quad (4)$$

где  $L_1 = \frac{L_{\max} + L_{\min}}{2}$ ,  $L_2 = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2}$ .

Подставляя (4) в (3) и проведя ряд математических преобразований, получим:

$$F_x = I_{\phi}^2 L_1 \frac{\pi}{\tau_2} \sin\left(2\pi \cdot \frac{x}{\tau_2}\right). \quad (5)$$

При выводе уравнения (5) принята система допущений [4].

Учитывая, что:

$$L_{\max} = \frac{\mu_0 l_{\delta} \alpha_1 \tau_1 w^2}{2\delta}, \quad (6)$$

где  $l_{\delta}$  - ширина активной части ЛВРД,  $\alpha_1$  - коэффициент полюсного перекрытия первичного элемента,  $\tau_1$  - полюсное деление первичного элемента,  $w$  - число витков фазы обмотки ПЭ,  $\delta$  - воздушный зазор и вводя коэффициент

$$K_L = \frac{L_{\max}}{L_{\min}}, \quad (7)$$

получим окончательное выражение для тягового усилия ЛВРД:

$$F_x = \left( \frac{I\phi W\phi}{2} \right)^2 \frac{\mu_0 l_{\delta} \alpha_1}{\delta} \frac{\tau_1}{\tau_2} \times \left( 1 - \frac{1}{K_L K_{\mu}} \right) \sin \left( 2\pi \frac{x}{\tau_2} \right), \quad (8)$$

где  $K_{\mu}$  - коэффициент насыщения магнитной цепи.

Выражение для силы одностороннего магнитного притяжения линейной модели ЛВРД наиболее просто получить, выражая приращение энергии или ко-энергии при малом перемещении через приращения проводимостей или сопротивлений линейных моделей ветвей магнитной схемы замещения ЛВРД [5]. Причем в расчет берутся только те ветви схемы замещения, магнитные сопротивления (либо магнитные проводимости) которых изменяются при перемещении на расстояние  $\Delta y$ . В этом случае сила одностороннего притяжения:

$$F_y = - \frac{F^2}{2} \frac{\Delta \lambda}{\Delta y} = \frac{\Phi^2}{2} \frac{\Delta R}{\Delta y}, \quad (9)$$

где  $F$  - МДС ветвей схемы замещения;  $\Phi$  - магнитные потоки ветвей схемы замещения;  $\lambda$  - магнитные проводимости ветвей схемы замещения;  $R$  - магнитные сопротивления ветвей схемы замещения.

Очевидно, что при смещении на  $\Delta y$  во всем диапазоне движения ЛВРД вдоль координаты  $x$  изменению будет подвержена лишь проводимость воздушного зазора, а проводимости остальных участков магнитной цепи останутся неизменными. Тогда проводимость воздушного зазора с учетом (4), (6), (7):

$$\lambda(x) = \frac{\mu_0 l_{\delta} \alpha_1 \tau_1}{4\delta K_L} \left[ (K_L + 1) + (1 - K_L) \cos \left( 2\pi \frac{x}{\tau_2} \right) \right], \quad (10)$$

и, следовательно, усилие одностороннего магнитного притяжения по (9) с учетом (10):

$$F_y = - \left( \frac{I\phi W\phi}{2\delta K_{\mu}} \right)^2 \frac{\mu_0 l_{\delta} \alpha_1 \tau_1}{2K_L} \times \left[ (K_L + 1) + (1 - K_L) \cos \left( 2\pi \frac{x}{\tau_2} \right) \right]. \quad (11)$$

Расчеты, проведенные по формулам (8) и (11), сравнение результатов с экспериментальными данными [1] и результатами расчетов электромагнитных сил на основе анализа магнитного поля [6] позволяют рекомендовать полученные выражения для оценки максимальных значений тягового усилия и усилия одностороннего притяжения ЛВРД на стадии проектных исследований, а также для сравнительной оценки различных конструктивных исполнений ЛВРД по максимальной величине развиваемого тягового усилия.

#### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛВРД НА БАЗЕ РАСЧЕТА ДВУХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Аналитические выражения (8), (11), полученные на основе допущений [4] для линейной модели ЛВРД, не учитывают реальный уровень насыщения, разомкнутость магнитной системы ЛВРД и потому могут

быть рекомендованы на стадии предварительных исследований. Повышение точности расчета электромагнитных сил возможно на основе расчета магнитного поля ЛВРД одним из численных методов в нелинейной постановке задачи.

Рассмотрим трехфазный ЛВРД с подвижным вторичным элементом (рис. 1,а). Материал первичного и вторичного элементов – сталь 2013. Геометрические размеры магнитной системы заимствованы из [1]. Магнитное поле определим методом конечных элементов в плоской постановке для ряда положений первичного элемента относительно вторичного. Смещение вторичного элемента осуществим от согласованного к полностью рассогласованному положению с шагом 1 мм. Расчетные исследования проведем, используя программное обеспечение [7]. В данной постановке задачи число узлов сетки конечных элементов составляет 31322, число треугольников - 62286 (рис. 3,а). Точность решения задачи – не ниже  $10^{-8}$ . Результаты расчета магнитного поля ЛВРД в виде линий магнитного потока для согласованного, двух промежуточных и рассогласованного положения представлены соответственно на рис. 3,б,в,г,д.

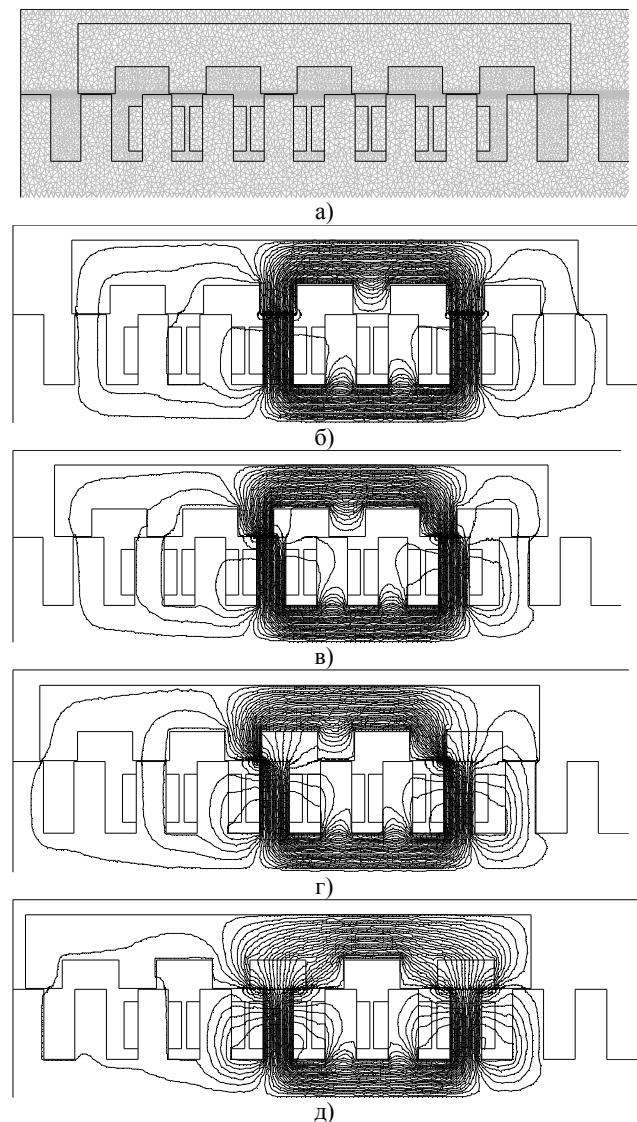
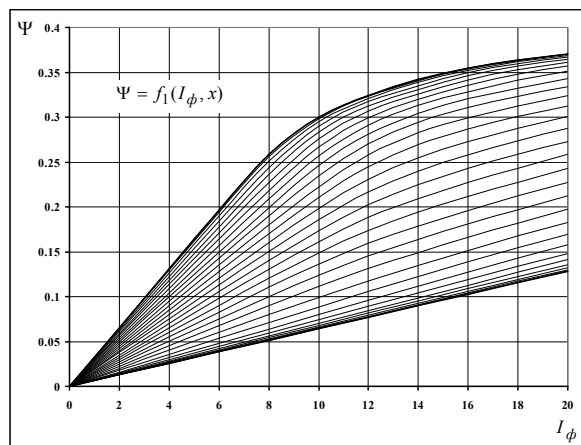


Рис. 3

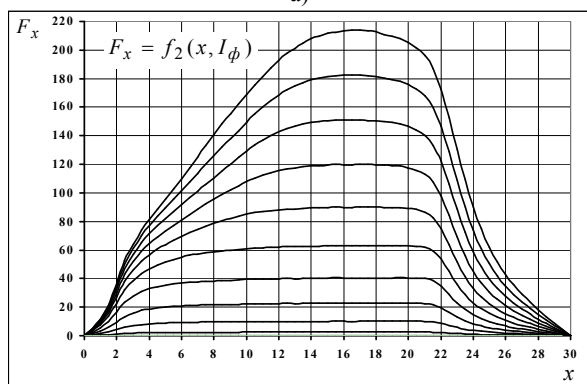
Зная распределение магнитного поля, можно, в частности, определить потокосцепление (индуктивность) фазы обмотки и составляющие электромагнитной силы по осям координат, т.е. получить зависимости:

$$\Psi = f_1(I_\phi, x); F_x = f_2(x, I_\phi); F_y = f_3(x, I_\phi), \quad (12)$$

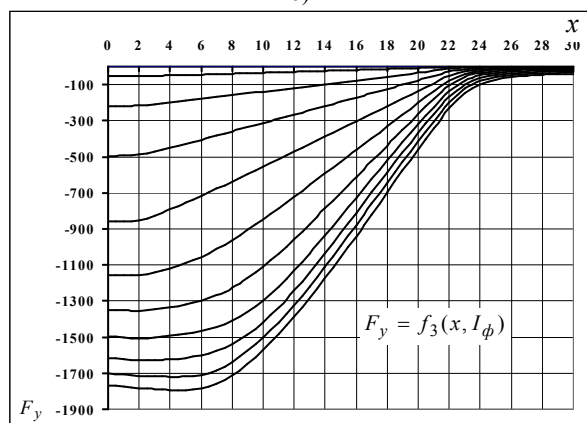
необходимые для анализа переходных и квазиустановившихся режимов ЛВРД по методике [8]. Расчет составляющих электромагнитной силы осуществляется методом натяжений [5]. Зависимости (12), рассчитанные для ЛВРД односторонней конструкции при изменении тока фазы  $I_\phi$  в пределах от 0 до 20 А, представлены на рис. 4.



а)



б)



в)

Рис. 4

Подготовка геометрии расчетной области осуществляется в программной среде конструирования

AutoCAD®, после чего геометрия ЛВРД импортируется в программный комплекс расчета магнитного поля. Пользователь задает величину шага и пределы перемещения, пределы изменения тока фазы обмотки, оговаривает материал магнитопровода. Получение зависимостей (12), а также иных требуемых векторов и матриц, содержащих результаты расчета магнитного поля, осуществляется в автоматическом режиме, возможность реализации которого обеспечивается благодаря встроенному в программный комплекс языку программирования высокого уровня.

#### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЛВРД НА БАЗЕ РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Математические модели, построенные на основе расчета двумерных магнитных полей, являются эффективным инструментом для быстрой оценки свойств и характеристик ЛВРД с достаточной для практических целей точностью. В то же время эти модели в полной мере не в состоянии учесть реальную трехмерную геометрию магнитопровода двигателя, его фазных обмоток и, следовательно, требуют уточнения на основе расчета магнитного поля в трехмерной постановке задачи с учетом нелинейных свойств ферромагнитных сред.

Решение задачи расчета трехмерного магнитного поля осуществим в программной среде CST EM Studio® [9] для трехфазного ЛВРД односторонней конструкции с подвижным вторичным элементом (рис. 1,а). Геометрические размеры двигателя те же, что и при решении двумерной задачи, рассмотренной выше. Число расчетных узлов трехмерной задачи – 2356200. Точность решения – не ниже  $10^{-6}$ . Результаты расчета для одного из взаимных положений первичного и вторичного элементов ЛВРД представлены на рис. 6 в виде распределения магнитного поля во взаимно ортогональных плоскостях.

Расчеты трехмерного магнитного поля были проведены для  $I_\phi = 18$  А, соответствующего насыщенному состоянию магнитной цепи ЛВРД, в диапазоне изменения координаты  $x$  от согласованного положения первичного и вторичного элементов до их рассогласованного положения с шагом 2 мм. По результатам расчетов трехмерного магнитного поля определялись индуктивность фазы обмотки первичного элемента и, через тензор натяжений, составляющие электромагнитной силы  $F_x, F_y, F_z$  по осям координат. Составляющая электромагнитной силы  $F_z$  ниже не анализируется в виду ее малости.

Результаты расчета индуктивности фазы позволили подтвердить ранее известный вывод [1,10] о том, что корректные значения индуктивности фазы в согласованном положении магнитопроводов первичного и вторичного элементов ЛВРД могут быть получены при решении как двумерной, так и трехмерной задачи расчета магнитного поля, а индуктивности фазы в рассогласованном положении магнитопроводов – лишь при решении трехмерной задачи.

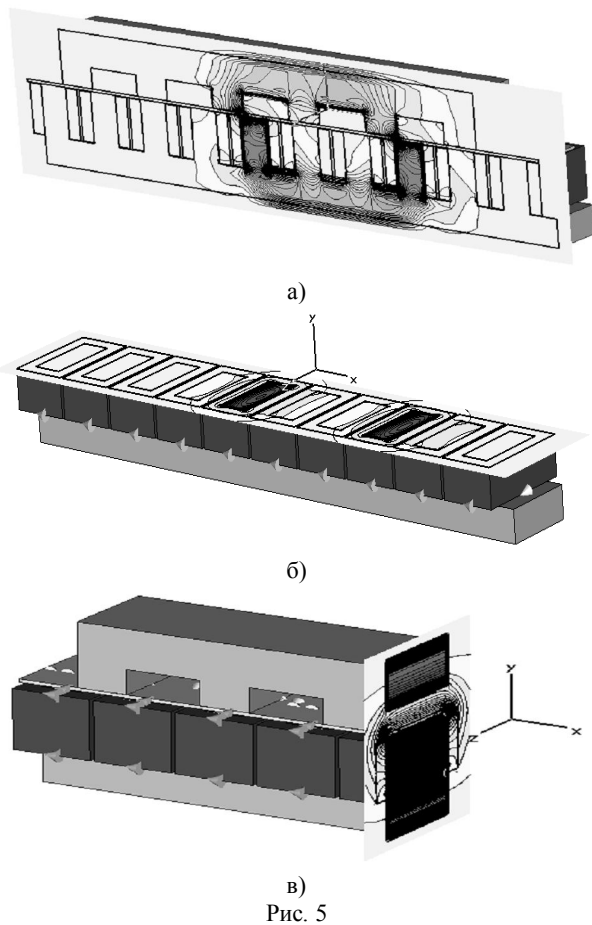


Рис. 5

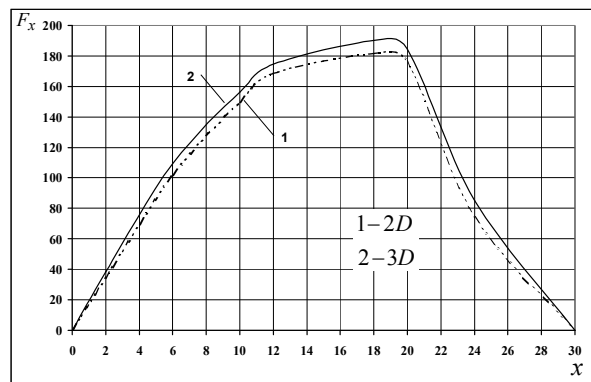
Данные, представленные ниже, в таблице, иллюстрируют этот вывод.

Таблица

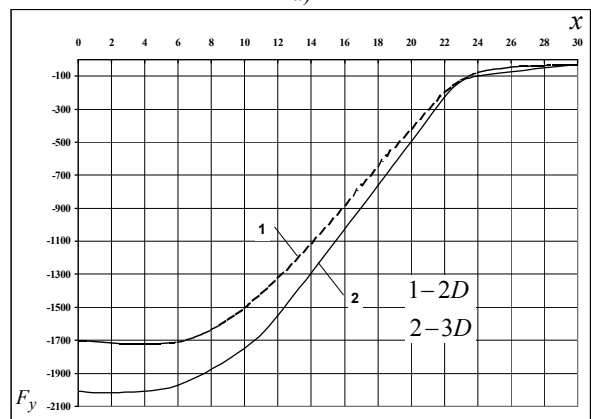
Индуктивность, мГн	Двухмерная задача	Трехмерная задача	Эксперимент [1]
$L_{max}$	32,51	32,21	32,36
$L_{min}$	6,43	8,1	9,38

Расчет трехмерного магнитного поля позволил также уточнить значения составляющих электромагнитной силы  $F_x, F_y$ . Для сравнения результатов решения двухмерной (2D) и трехмерной (3D) задачи на рис. 6 представлены зависимости  $F_x = f(x)$  (рис. 6,а) и  $F_y = f(x)$  (рис. 6,б). Анализ данных зависимостей показывает, что неучет в рассматриваемой задаче реального трехмерного характера распределения магнитного поля ЛВРД приводит к некоторому занижению значений составляющих электромагнитной силы. В частности, максимальное тяговое усилие, полученное по результатам решения трехмерной задачи больше на 5% максимального тягового усилия, полученного по результатам решения двухмерной задачи. Максимальная величина усилия одностороннего притяжения, полученная по результатам решения трехмерной задачи больше на 17,3% максимальной величины усилия одностороннего притяжения, полученной по результатам решения двухмерной задачи. В то же время следует отметить тот факт, что, несмотря на возможности современной вычислительной техники,

решение трехмерных полевых задач с учетом насыщения все еще остается трудоемким процессом, требующим больших временных и ресурсных затрат.



а)



б)

Рис. 6

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Krishnan R. Switched Reluctance Motor Drives. Modeling, Simulation, Analysis, Design and Applications. – CRC Press, 2001. – 398 p.
- [2] Бут Д.А., Чернова Е.Н. Линейные вентильно-индукторные двигатели. Часть 1 // Электричество. – 1999. - № 12. – С. 32-41.
- [3] Смирнов Ю.В. Линейные вентильно-индукторные двигатели // Электричество. – 2002. - № 1. – С. 37-43.
- [4] Ткачук В. Электромехатроніка: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”. 2001. – 404 с.
- [5] Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. – М.: Высш. шк., 1989. – 312 с.
- [6] Рымша В.В. Расчет параметров статического режима линейного вентильно-индукторного двигателя // Электромашинобудування та електрообладнання: Респ. міжвід. наук.-техн. зб. – 2002. – Вип.. 59. – С. 84-88.
- [7] <http://femm.berlios.de>.
- [8] Радимов И.Н., Рымша В.В., Малеваный О.Е. Моделирование режимов работы вентильного индукторного двигателя // Електротехніка і електромеханіка. – 2002. - №2. – С. 60-64.
- [9] <http://www.cst-world.com>.
- [10] Miller T.J.E. Switched Reluctance Motors and their Control. – Magna Physics Publishing and Clarendon Oxford Press, 1993, 203 p.

Поступила 15.09.2003